# Astronomische
# Abhandlungen

zu weiterer Ausführung

der

## astronomischen Anfangsgründe

abgefaßt

von

Abraham Gotthelf Kästner

Zweyte Sammlung.

Göttingen

im Verlage der Wittwe Vandenhöck

1774.

Dem

Hochgebohrnen Freyherrn

# Herrn

# Detlef Alexander

von

# Wenkstern

Königlich Großbritannischen und Churbraunschweigisch Lüneburgischen Hochbetrauten wirklichen geheimden Rathe

Meinem gnädigsten Herrn

# Hochgebohrner Freyherr
# Gnädigster Herr
# Hochgebietender Herr Ge=heimder Rath

Ew. Hochfreyherrl. Excellenz gegenwärtige Probe meiner hiesigen Bemühungen unterthänigst zu überreichen, glaubte ich mich destomehr verpflichtet, da, von dem kurzen Aufenthalte Ew. Excellenz,

mit dem Göttingen vor einiger Zeit beehrt wurde, auch die hiesigen astronomischen Anstalten einen beträchtlichen Theil, mit gnädiger Aufmerksamkeit genossen haben.

Daß Ew. Excellenz, das Glück hiesiger Lande, und den damit verbundenen Flor nützlicher Wissenschaften bis auf die späteste Zeit in ununterbrochnen Wohlseyn befördern mögen, sind meine eifrigsten Wünsche.

Ich verharre in tiefster Devotion

Ew. Hochfreyherrl. Excellenz

Göttingen
im Jänner 1774.

unterthänigstgehorsamster

Abraham Gotthelf Kästner

# Vorrede.

Wer in astronomischen Abhandlungen, Nichts anders erwartete, als was dem eigentlichen Astronomen brauchbar ist, der müßte sich nicht erinnern mit wie vielerley Kenntnissen die Astronomie in Verbindung stehet. Oft verlangt sie von den Hülfsmitteln die sie wählet, mehr Vollkommenheit, als denselben bey ihrer bisherigen Anwendung zu gröbern Bedürfnissen nöthig war, und nun dienen sie auch zu anderm Gebrauche, mit der Vollkommenheit, die sie ohne den Astronomen nie erlangt hätten.

Der gemeine Landmesser begnügte sich seine Verrichtungen durch Constructionen der Figuren zu bewerkstelligen, höchstens brauchte er manchmahl eine Regel Detri. Dem

# Vorrede.

Astronomen war Trigonometrie unentbehrlich, und nachdem er sie zu seinem Gebrauche eingerichtet hatte, fanden Feldmesser und Ingenieur den Nutzen von Sinussen Tangenten und Logarithmen.

Die sphärische Trigonometrie sahe Wolf noch, für nichts weiter an, als für eine Hülfswissenschaft zur Astronomie. Jezo braucht man sie mit Nutzen überall wo Lagen der Ebenen zu untersuchen sind.

Feiner getheilte Werkzeuge zum Winkelmessen, Fernröhre bey ihnen angebracht, und überhaupt alle Vorschriften, Feldmesserarbeiten die ins Grosse gehen mit Richtigkeit auszuführen, rühren von Astronomen her.

Die Pendeluhren erfand Hugen zum Gebrauche beym Observiren. Und nun putzt auch der unwissende Reiche mit einem Dinge von demernichts versteht, seine Zimmer aus.

Logarithmen der gemeinen Zahlen, sind auch auser der Trigonometrie von grossem Nutzen. Selbst Kaufleute brauchen sie mit Vortheile bey Wechselrechnungen. Daher enthält gleich die Abhandlung die den Anfang gegenwärtiger Sammlung macht, Proben von dem ersten Satze meiner Vorrede.

# Vorrede.

Tafeln, sind eine Art von Werkzeuge, dessen Gebrauch durch seine Grösse eingeschränkt wird. Man kann nach einem kurzen Liniale nicht wohl eine lange Linie ziehen; Und eben so, mit logarithmischen Tafeln für die gemeinen Zahlen bis 10000, das nicht ausrichten, was grössere erfodert. Die Nachricht von grössern logarithmischen Tafeln so wohl für die gemeinen Zahlen als für die Winkel, betrifft also Arten von Werkzeugen, welche zum Gebrauche bey himmlischen Geschäfften sind vollkommener gemacht worden, und nachdem auch zu irrdischen dienen.

Bey Abdrücken solcher Tafeln ist vornehmlich auf zweyerley zu sehen; daß man bequem darinnen auffschlagen kann, und daß sie bey der Menge von Zahlen die sie enthalten sollen, nicht gar zu kostbar werden. Beydes iäßt sich durch geschickte Anordnungen erhalten, dadurch zur letzten Absicht, Zifern, u. Platz gespart werden. Ich habe unterschiedene solche Anordnungen beschrieben.

Diese Beschreibungen, und die Vergleichungen die ich gemacht habe, würde je-

mand nicht unnütz finden, der eine sehr vollständige, und nicht gar zu kostbare Ausgabe solcher Tafeln bewerkstelligen wollte, die ohnstreitig in Deutschland Liebhaber bekommen, und den Nutzen solcher Rechnungen wo vollständigere Tafeln als die gemeinen nöthig sind, mehr verbreiten würde.

Etwas umständlich, von Tafeln die jezo nicht so gar bekannt sind, wie Roes, Zimmermanns, selbst Nepers, zu reden, schien mir desto dienlicher, je weniger, seltene Bücher dieser Art, von denen die sich sonst mit der Gelehrtengeschichte beschäfftigen, können bemerkt und gehörig angezeigt werden.

Seit dem Wolf seinen Anfangsgründen, Nachrichten von mathematischen Schriften beygefügt hat, die für ihre Zeiten und für ihre Absicht recht gut sind, hat Niemand unter den Deutschen mit grossem Eifer an der Litteratur der Mathematik gearbeitet. Hr. Prof. Scheibels in Breslau neuere Bemühungen dieserwegen, hat man mit Dank zu erkennen, und kann von ihm nicht mehr fodern, als er wirklich leistet. Eine mathematische Bibliothek, in welcher Wolfs Entwurf weiter ausgeführt, verbessert und fortgesetzt,

gesetzt würde, würde sehr nützlich seyn. Wie die Nachrichten die sie geben sollte, nach meinen Einsichten abzufassen wären, werden die Proben die ich in dieser Abhandlung geliefert habe weisen. Man soll deucht mich aus jedem Buche das anzeigen was ihm eigen ist, wozu es vorzüglich kann gebraucht werden. Hiezu ist freylich nöthig das Buch mit der Aufmerksamkeit durchgegangen zu haben, welche jemand darauf wendet, der es wirklich zu seiner Wissenschaft braucht, wer es blos als Litterator ansieht, dem muß man, bey einem Buche das man sonst etwa nicht gekannt hätte, immer noch für seine Bemühung danken, ob ihr gleich die angezeigte Vollkommenheit fehlt. Ich ehre noch mit Erkenntlichkeit Reimmannen, aus dessen Historia litteraria ich als Knabe, die Nahmen der Wiederhersteller und Verbesserer auch der mathematischen Wissenschaften, und das Aeuserliche ihrer Bemühungen gelernt habe, die Leute selbst, habe ich freylich nachgehends meistens besser kennen gelernt als Reimman sie zu kennen im Stande war.

In der fünften Abhandlung gehören mit zur praktischen Geometrie, auser unterschie-

denen einzelnen Lehren und Rechnungen, die Geschichte und Theorie der Abtheilungen auf und an dem Rande von winkelmessenden Werkzeugen, und der Methoden solche Abtheilungen so weit zu treiben, daß sich die Winkel in kleinen Theilen messen lassen.

Was Fernröhre hiebey leisten können, zeigt sich erstlich aus der Beschaffenheit der Fernröhre, und der Art wie scheinbare Grössen der Sache die man durch Fernröhre sieht, gemessen werden. Dieses erläutern die beyden letzten Abhandlungen gegenwärtiger Sammlung.

Wenn die Sachen von denen ich rede in Büchern die man deutsch hat, gehörig abgebildet und beschrieben sind, wie etwa in meiner Ausgabe von Smiths Optik, oder in Rosts astronomischen Handbuche, so habe ich auf diese Bücher verwiesen, wofern nicht so ein Bild aus ihnen zu entlehnen zum Verstande meines Vortrages unumgänglich nöthig war. Was aber in solchen Büchern noch fehlt, ausführlichere Theorie der Instrumente, und Anweisung zu ihrem bequemen und sicheren Gebrauche, das habe ich hie beyzubringen gesucht.

Diese

# Vorrede.

Diese Achtung glaubte ich meinen Lesern schuldig zu seyn, daß ich Ihnen nicht Dinge vorlegte die sie anderswo schon eben so gut haben können.

Auch habe ich nie die Kunst lernen können, anderer Leute Arbeit nur abzuschreiben und abdrucken zu lassen, allenfalls dabey zu verstümmeln, und deßwegen werden Bücher mir freylich etwas mühsamer zu verfertigen, als manchen meiner Herren Collegen in der Autorschaft.

Die Werkzeuge und das Verfahren, Höhen, oder auch andere Winkel zu messen, sind der Innhalt der Abhandlung die zunächst folgen soll. Sie blieb jezo weg weil sie den Band zu sehr verstärkt hätte.

Die vierte und fünfte Abhandlung, sind schon im Sommer 1773 abgedruckt gewesen. Wegen anderer Geschäffte in der Druckerey, ließ sich nicht Alles was für diesen Band bestimmt war, zur damaligen Michaelismesse ausfertigen.

Ich bekam nach dem Abdrucke der vierten Abhandlung erst ein Werk zu sehen von dem ich sonst in ihr geredet hätte, und muß daher, was ich davon zu sagen habe dieser

# Vorrede.

Vorrede beyfügen. Göttingen im December 1773.

## Nachricht von einem Manuscripte, auf hiesiger Universitätsbibliothek, das Logarithmen der Sinusse durch einzelne Secunden enthält.

Der vor einigen Jahren verstorbene Churſächs. Geh. Rath Graf v. Löser, war ein grosser Kenner der praktischen Mathematik, verstand nicht nur die mechanischen Arbeiten, sondern besaß selbst die Geschicklichkeit sie zu verrichten. Er hielt auf seinem Schlosse Reinharz, beständig Leute, die theils auswärtige Kunststücke nachmachten, theils seine eigne Gedanken bewerkstelligten. Von Spiegeltelescopen, die er in grosser Vollkommenheit verfertigen ließ, habe ich in meiner Ausgabe von Smiths Optik Nachricht ertheilt.

Seine Bibliothek enthielt auser den meisten wichtigen neuern Werken, auch viel Seltenes aus den beyden vorigen Jahrhunderten, weil schon seine Vorfahren Liebhaber dieser Wissenschaften gewesen waren.

# Vorrede.

Es war bekannt daß darunter ein Manuscript wäre, worinnen sich die Logarithmen für die trigonometrischen Linien durch einzelne Secunden befänden, und er befragte mich einmahl in Leipzig ob ich einige Grade die davon verlohren gegangen wären, von neuem berechnen wollte? Ich schlug solches nicht aus, bin aber darüber nicht untröstbar, daß Er es bey der Anfrage hat bewenden lassen. Ich habe mich eine Woche zu Reinharz aufgehalten, aber da so vielerley zu bemerken gehabt, daß ich jezo mich nicht einmahl erinnere, ob ich damahls dieses Manuscript gesehen habe oder nicht.

Voriges Jahr ist ein Theil dieser Bibliothek in Leipzig verauctionirt worden. In dem Verzeichnisse fand ich geschriebene logarithmische Tafeln erwähnet, und auf mein Ansuchen war der Hr. Hofr. Heyne willig für die hiesige Bibliothek darauf Commißion zu geben. So ist dasjenige hieher gekommen, was ich nun beschreiben will.

Es sind zweene starke Folianten, mit der Aufschrift auf dem Rücken: Magnus Canon Logarithmorum Sinuum, et Sinuum naturalium ad singula Scrupula secunda.

Die

# Vorrede.

Die Blätter auf welche die Zahlen theils geschrieben sind, theils haben sollen geschrieben werden, sind durch gedruckte Abtheilungen zu diesem Gebrauche vorbereitet.

Jede Seite hat zwo Hauptspalten, über einer steht gedruckt: Logarithmi Sinus; über der andern: Sinus.

Querstriche theilen diese Spalten in zwanzig Streifen ein; In jedem Streifen, oder zwischen jedes Paar nächste Querstriche, gehören 3 Secunden. Die Zahlen der Secunden gehen in schmahlen Spalten, zu äusserst linker u. rechter Hand von oben herunter, von 1 bis 60; unter den Aufschriften: Scr. II.

Die beyden Hauptspalten, sind jede wieder in schmälere getheilt.

Auf den ersten 30 Blättern des ersten Bandes, verhält es sich mit dieser Eintheilung folgendergestalt.

Unter der Aufschrift: Logarithmi sinus befinden sich drey schmählere Spalten.

Die linke ist die breiteste, und hat keine gedruckte Aufschrift, aber einen leeren Platz, worein Grad u. Minute sollen geschrieben werden.

Ihr

# Vorrede.

Ihr zunächst, eine schmählere mit der Aufschrift different. I.

Und dieser zur rechten noch eine schmählere mit der Aufschrift: diff. II.

Die Hauptspalte Sinus; hat auch drey schmählere.

Die breiteste zur rechten Hand, wo oben auch der Platz leer ist, Grad u. Minute hineinzuschreiben.

Dieser linker Hand eine schmählere, und der linker Hand noch eine schmählere, mit den Aufschriften different. I. diff. II.

Da ist also die Anlage gemacht, der Logarithmen u. der Sinusse erste und zweyte Unterschiede beyzufügen, nnd auf jede Folioseite eine Minute zu schreiben.

Weil die ersten 30 Blätter 60 Seiten haben, so ist diese Einrichtung für den ersten Grad gemacht.

Auf den folgenden Blättern, hat jede Hauptspalte vier schmählere; die beyden breitesten zur rechten und zur linken, und zwischen denselben die beyden schmählesten.

Die breitern Spalten sind alle vier unter sich von gleicher Breite, und die vier schmälsten auch unter sich.

Ueber

Ueber den breiten ist der Platz zur Auffschrift leer, über jeder schmälsten steht Diff. I.

Nähmlich, nun gehören auf jede Seite 2 Minuten, eine in die eine der breitern Spalten durch die die Hauptspalten getheilt werden, die andere in die andere. Neben den Secunden jeder Minute, sollen die ersten Differenzen die ihnen zugehören, herunter gehen.

So ist der erste Band, der ersten Hälfte des Quadranten bestimmt, der zweyte der zweyten.

Auf diese Art kann man auch die Bogen die zusammen 90 Gr. machen nebeneinander legen.

Der zweyte Band ist in Absicht auf die Abtheilungen der Seiten völlig so wie der erste.

Auch darinnen übereinstimmend, daß für seinen letzten Grad, den neunzigsten, die Einrichtungen so gemacht sind, wie für den ersten Grad des ersten Bandes.

Nähmlich auf jeder Seite nur eine Minute, und zwo Differenzen.

Das wäre der Grundriß der Stadt, nun fragt sichs nach den Einwohnern.

Sinus sind gar nicht da, in keinem von beyden Bänden.

Die Logarithmen die vorhanden sind, sind briggische.

Im ersten Bande stehen auf der ersten Seite die Logarithmen der Sinus der ersten 36 Secunden.

Diese Logarithmen sind in 14 Decimalstellen vorhanden, also hat jeder Logarithme mit seiner Kennzifer 15 Zifern.

Nun stehen Zifern in der Spalte diff. I. und welche in der Spalte diff. II. Es war natürlich jene für die ersten, diese für die zweyten Differenzen anzunehmen. Für jene traf auch die Probe zu, nur hatte jede erste Differenz die ich durch Abziehen eines Logarithmen von seinem nächsten fand, mehr Zifern als in der Spalte diff. I für diese Differenz stehen, so daß in der Spalte die niedrigsten Zifern fehlten.

Und diese niedrigsten sahe ich endlich in in der Spalte diff. II Nachdem ich einige Zeit mit Betrachtung der Zifern in dieser Spalte verderbt hatte, weil sie sich zu zweyten Differenzen gar nicht schicken wollten.

Also sind für die Logarithmen der Sinus-

se der ersten 36 Secunden nur die ersten Differenzen da.

Nun ist in diesem ganzen Bande nichts weiter vorhanden als der Logarithme des Sinus von 0 Gr 1 M 12 S.

Im zweyten Bande finden sich die Logarithmen der Sinusse von 45° 0′, 1″ bis 84° 59′ 60″, mit ihren ersten Differenzen.

Vom 85° 0′ 1″ bis 49′ 1″ Logarithmen, aber ohne Differenzen.

Jeder dieser Logarithmen, geht bis auf die Ordnung — 10 hat also 11 Zifern.

Von den beyden nächsten Logarithmen nach dem letztgenannten, sind nur die höchsten sechs Zifern da.

Und eben so die höchsten sechs Zifern, bey einzelnen, nicht nach einander folgenden, auch nur wenigen Bogen dieses Grades.

Jeder dieser Bogen enthält Decaden von Secunden, z. E. 10; 20; u. s. w. Aber nicht bey jeder Decade stehen die ersten sechs Zifern.

Von 86° 0′ 1″ bis zur letzten Secunde dieses Grades sind die Logarithmen vollständig da, und ihre Differenzen.

Von 87° 0′ 1″ bis 9′ 60″ die Logarithmen, ohne Differenzen.

# Vorrede.

Ueber den Columnen welche den vier letzten dieser Minuten gehören, fehlen die Ueberschriften zur Anzeige der Minuten, die bey den andern Minuten sind.

Das Uebrige dieses Grades fehlt.

Von 83° 0′ 1″ bis 59′ 60″ sind Logarithmen u. Differenzen da.

Nun wieder ein leerer Raum. Ueber einigen Seiten Ueberschriften zu Minuten des 89 Grades aber nichts darunter. Da der 89 Grad schon vorhanden war so sind diese Ueberschriften vermuthlich ein Versehen. Wiedenn auch aus Versehen zu 88 Gr 58 M 60 S der Logarithme geschrieben ist, der zuvor schon bey 88 Gr 59 M 60 S steht, und dahin gehört.

Nun von des neunzigsten Grades dritter vierter fünfter sechster Minute, die Logarithmen für 12; 24; 36; 48; 60; Secunden, in vierzehn Decimalstellen.

Hievon sind einige in Gellibrands Tafeln, befindlich, aber nicht alle. Da haben sie auch soviel Decimalstellen.

Von diesem Grade, die 9; 10; 11; 12: Minute, auch so.

# Vorrede.

Die Blätter des neunzigsten Grades haben Spalten über denen diff, I. diff. II. gedruckt ist, wie die für den ersten Grad.

Dieses Grades 57ste, 58ste, 59ste, 60ste Minute, haben vollständig, Logarithmen in funfzehn Decimalstellen, erste, und zweyte Differenzen. (Nicht wie beym ersten Grade, Zifern der ersten Differenzen in Spalten der zweyten geschrieben.)

Wie wichtig nur diese vier letzten Minuten sind, wird man gewahr wenn man die Logarithmen ihrer Sinusse in den englischen oder avignoner Tafeln aufsucht. In denselben sind die Logarithmen der Sinusse von 57 M 10 S an bis 58 M 20 S, einer wie der andere 9, 9999999 und der folgenden Sinusse Logarithmen, sind alle 10, Also läßt sich aus diesen Tafeln durch die Logarithmen der Sinusse kein Winkel bestimmen, der innerhalb der letzten Minuten des Quadranten fällt.

Nähmlich diese Logarithmen sind erst in der Ordnung — 9 oder in noch niedrigern, unterschieden.

Daher haben auch ihre ersten Differenzen in der Spalte diff. I. Platz, aber die ersten Differenzen der Logarithmen der Sinusse der ersten Secunden, haben mehr Zifern und hatten deßwegen in dieser Spalte nicht Platz.

Der Log Sin 89° 59′ 59″, hat bis in die Ordnung — 11 lauter Neunen. Die Zifern von der Ordnung — 12 u. den drey niedrigern, sind 4896.

Weil log nat cos $v = -\frac{1}{2}v^2 - 1\frac{1}{12}v^4 \ldots$ wo man für $v = 1''$ gleich aus dem ersten Gliede der Reihe, den Logarithmen bis auf die Ordnung — 20 sicher findet, und gar leicht nach Anal. Unendl. 230; in den briggischen verwandelt, so habe ich zur Lust den Logarithmen des Sinus von 89 Gr 59 M 59 S berechnet noch auf ein paar Stellen weiter als ihn die Tafeln angeben, und mich so überzeugt daß sie ihn richtig angeben.

Bey vollständigen Tafeln für die letzten Grade, kann man die Kunstgriffe entbehren, durch welche gesucht wird kleiner Winkel Cosinusse zu vermeiden; V. Abh. 7; VII.

# Vorrede.

Logarithmen für einzelne Bogen beyseite gesetzt, sind in diesem Manuscripte die Logarithmen der Sinusse für folgende Reihen von Bogen zu finden.

| von | | | bis | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0° | 0′ | 1″ | 0° | 0′ | 36″ |
| 45 | 0 | 1 | 85 | 49 | 1 |
| 86 | 0 | 1 | 87 | 10 | 0 |
| 88 | 0 | 1 | 89 | 0 | 0 |
| 89 | 56 | 1 | 90 | 0 | 0 |

Also fehlt wenig von der letzten Hälfte des Quadranten, noch nicht völlig zweene Grade.

Und für diese letzte Hälfte, ist es noch wichtiger alle Secunden in einer Tafel zu finden, als für die erste, weil in der letzten Hälfte die Sinus und folglich auch ihre Logarithmen, bey gleichem Wachsthume, der Bogen langsamer wachsen.

Wer diese Arbeit veranstaltet, gethan, geschrieben hat, in was für einer Ordnung, nach welchen Lehrsätzen, mit was für Hülfsmitteln, die Berechnungen sind gemacht wor-

worden, von Allem diesen findet sich keine Nachricht in diesen Bänden, wo nichts zu lesen ist als Zahlen und derselben Ueberschriften, nicht einmahl ein anderer Titel, als der den der Buchbinder auf der Bände Rücken gesetzt hat.

Sollten diese Bände wohl eine unvollständige Abschrift eines noch irgendwo vorhandenen, ganzen oder weniger unvollständigen Canons seyn?

Zum Besten der Wissenschaften würde ich es wünschen, wenn auch gleich dadurch das was unsere Bibliothek besitzt, viel von seinem Werthe verlöhre.

Warum hätte aber der Abschreiber eines vollendeten Werks, im zweyten Bande Lükken gelassen, einzelne Logarithmen und Anfänge von Logarithmen, und die zwar zu Zehnen und Duzenden von Secunden geschrieben?

Das sieht eher so aus, als wenn der Verfertiger, die Zahlen nach dem Maasse wie er sie berechnet u. richtig befundeu hatte, in diesen Band eingetragen hätte.

Auf jeden Logarithmen 11 Zifern gerechnet, (viel haben mehrere) beträgt für alle Se-

cunden des ganzen Quadranten 11. 90. 3600 = 3564000 Zifern; Ohne die Zifern der Differenzen.

Wer soviel Zifern berechnet hat, (in einem mathematischen Leben von mäßiger Länge, werden leicht mehrere berechnet) und sie nun alle auf einmahl vor sich sähe, der würde sich doch wohl besinnen, ob er sie noch einmahl in ein paar Folianten selbst abschreiben wollte?

Gehörten sie zu Tafeln wie die von denen die Rede ist, so wäre es sehr mißlich sie abschreiben zu lassen.

Wenigstens diente dazu keiner von den Abschreibern, denen der junge gelehrt werden sollende auf der Universität, seines Lehrers Discurs auf Papier zu bringen verdingt, damit er mit diesem Discurse seinen Kopf zu beschweren nicht nöthig hat.

Was ich vorhin von der Anfrage des Grafen Löser an mich gesagt habe, läßt sich auf mehr als eine Art erklären.

Er kann vielleicht nicht so genau untersucht haben, ob das was fehlte, verlohren gegangen oder nie da gewesen sey.

Am

# Vorrede.

Am allerliebsten glaube ich, daß Er nicht für nöthig geachtet hat, sich über eine Sache ganz bestimmt auszudrucken, die Ihm so gar sehr nicht am Herzen kann gelegen haben. Seine Anfrage verschaffte mir die erste Gelegenheit Ihn zu sprechen, und Er hat sie nachdem nie wiederhohlt, da Er oft Gesinnungen gegen mich geäusert hat, die mir sehr schmeichelhaft waren, mehr, weil der der sie äuserte ein Kenner der Wissenschaften, als weil es ein vornehmer Mann war.

Druck und Schrift scheinen aus dem Ende des vorigen Jahrhunderts oder nahe beym Anfange des jezigen zu seyn, damit stimmt auch der Franzband überein, welcher so beschaffen ist wie bey andern Büchern des angezeigten Alters die ich aus eben der Bibliothek bekommen habe.

Also gab es damahls noch Deutsche, wie die Deutschen zur Zeit des Tacitus, die lieber nüzliche, schwere Thaten, verrichteten, als davon, und von ihrem dadurch verdienten Ruhme, viel Schreibens machten.

# Vorrede.

Da diese Tafeln zuverläßig durch die Beförderung eines edlen Lösers entstanden sind, so werde ich sie wohl, wenn ich einmahl einen Gebrauch davon machen sollte, als die löserischen anführen dürfen.

# Innhalt

# Innhalt

## der vierten Abhandlung.


Nachrichten, von grossen, oder sonst merkwürdigen logarithmischen Tafeln. Und einige dadurch veranlaßte Untersuchungen.

ellibrands Tafeln 2
Verbindung derselben mit den gemeinen 5
oes u. Wingates Tafel 7
Wie, viel Logarithmen in einen engen Raum gebracht werden, indem man die ersten Ziffern die vielen nach einander gemein bleiben, nur einmahl hinsetzt 9
Rivards Tafeln 18
Des Hr. v. Oppel 19
Gardners 20
Derselben neue Ausgabe vom P. Pezenas 21
Ursache die Logarithmen der Tangenten u. Cotangenten gleich neben einander zu setzen 28
Logistische Logarithmen 29
Clarks Ausgabe von Sherwins Tafeln 31
Roe hat die (9) angezeigte Abkürzung erfunden 31; VIIII.
Clarks Differenzen für eine Secunde. 31. XVI.
Clausbergs Logarithmen in 32 Decimalstellen 32
Zimmermanns Sexagesimallogarithmen 33
Arithmetische Ergänzung 38
Gebrauch der logistischen Logarithmen 44
Gebrauch von Zimmermanns Sexagesimallogarithmen, statt der logistischen 45
Logistische und Sexagesimallogarithmen sind leicht zu entbehren 46
Man könnte sie aber auch, obwohl unbequemer, statt der gemeinen brauchen
Strauchs Tafeln, und Sturms Ausgabe derselben 47
Nepers Logarithmen 48
Wie sie mit den natürlichen zusammenhängen? 49
Die Zahl deren neperischer Logarithme = 1; 53
Cosinus einer Minute 55
Was für einer Zahl Logarithmen Neper nach Hr. Karsten = 1 gesetzt? 57

Aehnlichkeit von Nepers Ausdrückungen mit denen, der Fluxionrechnung 58
Einrichtung von Nepers Tafeln 59
Stiefels Gedanken, als Vorbereitungen zu Logarithmen 60
Keplers Nachricht von Byrgs Erfindung 61
Ursins Ausgaben von Nepers Logarithmen 62
Keplers u Bartschens Tafeln. Eisenschmids Ausgabe 64
Alte Kunstwörter von Logarithmen 63
Hr. Lamberts Zusätze zu den logarithmischen Tafeln 65
Von den Tafeln Grade, Minuten, Secunden in einander zu verwandeln 66
Wie man sie bey Tertien braucht 70
Diese Tafeln selbst 71

## Fünfte Abhandlung.

### Trigonometrische Untersuchungen, als Zusätze zur I u. II. Abh.

Berechnung der Winkel eines geradelinichten Dreyecks, aus zwo Seiten und einem kleinen eingeschlossenen Winkel 1
Wenn ein Winkel mit schiefen Schenkeln, grösser oder kleiner ist, als der zugehörige wagrechte 2
Gebrauch hievon in der Markscheiderkunst 2; XVI.
Wie sicher man aus eines Gegenstandes wahrer und scheinbarer Grösse, seine Entfernung findet? 3
Wie weit ein Gegenstand entfernt seyn muß daß man Linien nach ihm für parallel annehmen darf? 4
Wie genau man einen abgesteckten Winkel aus seiner Chorde finden kann? 5
Wenn man eine Zahl in Decimalbrüchen, aber nicht vollkommen hat, wie weit man ihre Quadratwurzel berechnen kann? 6
Murdochs Vergleichung zwischen den Sinussen der Seiten eines Kugeldreyecks und eines Winkels 7

Jede

Jede Seite ist grösser als der Unterschied der beyden übrigen 7; VI.
Gebrauch dieser Formel, eine Seite zu finden die einem kleinen Winkel gegenüber steht 7; VII.
Aus zween Winkeln mit der eingeschlossenen Seite den dritten zu finden 7;XXIIII
Die Hälfte des dritten beträgt mehr als die Ergänzung der beyden übrigen 7; XXV
In einem geradelinichten Dreyecke, Vergleichung zwischen den Seiten, und dem Sinus der Hälfte eines Winkels 8
Wenn sich eines Winkelmessers Mittelpunct nicht über der Spitze des Winkels den man messen will befindet, diesen Winkel aus dem den er angiebt zu finden 9
Des Hr P Liesganig Tafeln hiezu 9; XX
Noch ein anderes Verfahren 9 XXVII
Wie Tafeln für die Quersinus und derselben Logarithmen verfertigt werden 10
Gebrauch solcher Tafeln in der sphärischen Trigonometrie 11
Logarithmen grosser Zahlen zu berechnen 12
Theorie des Nonius oder Vernier 13
Wie er zu einer gewissen Eintheilung eingerichtet wird 14
Eine zweyte Art desselben 14: VII.
Seine Anwendung bey Werkzeugen Winkel zu messen 15
Ueber die Eintheilung des Quadranten in 96 Theile 16
Historische Nachrichten von den Kunstgriffen kleine Theile anzugeben, nebst geometrischen Untersuchungen darüber 17; I
Des Nunnez und anderer concentrische Bogen II
Tychos Transversallinien III
Derselben trigonometrische Verbesserung VI
Leupolds Tafel dazu VIIII
Des Ferrerius Circularversalen X
Wie man sich die concentrischen Bogen erspart XI.
Des Mordente nicht sehr brauchbares Verfahren kleine Theile anzugeben XII
Vom Erfinder des Vernier XIV

Er hat in einer Provinz des Deutschen Reichs gelebt XX
Vergleichung zwischen Halbmesser, Winkel und Sehne 18; I
Den Halbmesser aus Sehnen zu finden II
Grösse des hiesigen Mauerquadranten VII
Eintheilung eines Kreises durch Sehnen VIII
Eintheilung des Vernier VIIII
Uebersetzung von Birds Verfahren astronomische Werkzeuge einzutheilen nebst Anmerkungen darüber 19
Theorie des äusern Mikrometers oder des Schraubenmikrometers 20
Wie man den Werth einer Umdrehung durch die Erfahrung findet VIIII
Anwendung aufs Fernrohr in der Mittagsfläche XIII

## Sechste Abhandlung

### Dioptrische Sätze von einzelnen Gläsern.

Bild welches ein einzelnes Glas macht, des Glases Dicke beyseite gesetzt 1
Verhältniß des Gegenstandes zum Bilde 2
Des Gegenstandes scheinbare Grösse, mit des Bildes Weite und wahrer Grösse verglichen 4
Diese Untersuchung, mit Betrachtung der Dicke des Glases 8
Eines Glases beyde Halbmesser durch Versuche zu finden } 9
Bild das ein Glas durch die Reflexion macht }
Die Dicke des Glases beyseite gesetzt, aus seiner Brennweite, und eines entfernten Gegenstandes scheinbarer Grösse, des Bildes wahre Grösse zu berechnen 11
Zusammengehörige Aenderungen der Brennweite und des Bildes 14

### Fäden im Brennpuncte.

Wieviel von einem entfernten Gegenstande ein Faden im Brennpuncte verdeckt? 18
Wenn der Faden nach der Lage eines Stundenkreises steht, wie lange ein Stern hinter ihm bleibt? 22
Wenn zweene Gegenstände in eines Glases

Axe sind, und von einem Auge auser der Axe durchs Glas betrachtet werden, ihre scheinbare Lage gegen einander zu finden 27
Zu erfahren ob Kreuzfäden einander im Brennpuncte eines Objectivglases schneiden 35
Ein Handgriff bey der Ausübung hievon 44
Des Objectivs Brennweite genau zu finden 45

Von Fernröhren.

Wie vier Gläser stehen müssen daß die Strahlen parallel ins Auge kommen 48
Weniger Gläser 52; 53
Vergrösserung 54
Stellung dreyer Gläser, durch di Vergrösserung 58
Hugens Fernrohr mit zwey Ocularen, viel zu übersehen; Lunettes de nuit 62
Wo das Auge steht, am meisten zu übersehen 63
Wieviel man übersieht 67
Wieviel man durch ein Sternrohr übersieht 81
Was eine Blendung zu sehen verstattet 84
Die segnerische Erfindung, mit einem Augeglase viel zu übersehen 87

## Siebente Abhandlung

Von Mikrometern in Fernröhren.

Allgemeiner Begriff davon 1
Die beyden Arten der Mikrometer 14
Parallele Fäden 15
Zeit zwischen den Antritten an zweene Fäden 21
Mikrometer auf Glas mit parallen Strichen 26
Mayers Mikrometer 31
Zahns und Dechales Gitter
Brauders Mikrometer 41
Ueber den Gebrauch solcher Mikrometer 44
Leerer Kreis statt des Mikrometers 45
Netz von 45 Graden 61
Gebrauch desselben wenn kein Faden der täglichen Bewegung parallel steht 71
Rautennetz 89
Wenn bey ihm keine Diagonale der täglichen Bewegung parallel steht 110
Handgriff einen Faden der täglichen Bewegung parallel zu stellen 128
Dreyeck, als Fadenmikrometer 131

Des P Pickels Vorschlag, unterschiedener solcher Dreyecke 132
Wenn da, die Grundlinie der täglichen Bewegung nicht parallel steht 133
Wenn keiner von beyden Sternen im Mittel der Grundlinie wäre beobachtet worden 134
Vorzug des Rautennetzes vor dem Dreyecke 134
Prüfung der Netze 135
Ueber die Bestimmung der Bogen aus Zeit 136
Pouguers Vorschläge 138
Mikrometer deren Theile ihre Lagen gegen einander ändern 139
Gebrauch der Schrauben, geringe Grössen zu messen 140
Kirchs Mikrometer 146
Es dient hie als ein Beyspiel den Gebrauch der Mikrometer zu erläutern 152
Den Werth einer Umdrehung, aus Brennweite und Weite der Schraubengänge zu bestimmen 153
Berechnung des hiebey möglichen Fehlers 159
Den Werth einer Umdrehung, durch die bekannte scheinbare Grösse eines unendlich entfernten Gegenstandes zu bestimmen 162
Wie man hie Weiten von Fixsternen braucht 163
Wie man solche Weiten findet 165
Unbequemlichkeiten bey 162 u f. 170
Den Werth einer Umdrehung durch Beobachtung der Zeit zu bestimmen 171
Den Werth einer Umdrehung aus der scheinbaren Grösse eines Gegenstandes zu finden, dessen wahre Grösse und Entfernung man weiß 173
Was erfodert würde, wenn man das Mikrometer in die Stelle des Bildes rücken sollte 190
Ob es einen Irrthum giebt wenn man das Mikrometer an seiner gewöhnlichen Stelle läßt? 193
Parallaxe die hiebey vorkommen könnte 196
Formel für den Werth einer Umdrehung 201
Wahres Beyspiel 202
Berechnung des Werthes mehrerer Umdrehungen aus dem Werthe einer
Durch Logarithmen 214
Durch eine Tafel 215

Ver=

Vergleichung des bisherigen mit Hr. de la Lande Vorschriften 217
Die Bemerkung gebraucht, daß ein Gegenstand mehrere Bilder macht 231
Bouguers Erfahrungen daß man ein anderes Bild bey anderer Stellung des Oculars sieht 233
Ferner über Hr. de la Lande Vorschriften 245
Unvollkommenheiten des kirchischen Mikrometers 250
De la Hires Mikrometer 253
Hevels, Heckers, Balthasars, Römers 254
Das gewöhnliche 256
Sein Gebrauch Unterschiede von Rectascensionen u Abweichungen zu finden 263
Wenn die Fäden der täglichen Bewegung nicht parallel sind 264
Eine Vorrichtung das Mikrometer zu halten 295
Erleuchtung der Fäden 305; 494;
Bild einer entlegnen Sache durch zwey Gläser 306
Heliosskop 318
Observirkreis 321
Ein unrecht so genanntes Heliometer 328
Der Gläser Abstand, aus Brennweiten und Grössen der Bilder zu finden 329
Römers Gitter hinter zwey Objectiven 334
Das Heliometer 334
Abstand der Gläser, wenn die Bilder einer unendlich entfernten Sache einander berühren 359
Beschreibung des Werkzeuges 367
Formel, aus zwo bekannten scheinbaren Grössen den Werth einer Umdrehung zu finden 376
Man kann mit dem gewöhnlichen Heliometer nicht ganz kleine Winkel messen 378
Wie Bouguer es dazu einrichten wollen 378
Nutzen grosser Objective 379
Ein Heliometer von 40 Fuß gäbe höchstens einzelne Secunden 381
Wie man himlische Gegenstände brauchen müßte den Werth der Schraubengänge zu bestimmen 383
Hr de la Lande Vorschrift für Gegenstände auf der Erde 384
Ob sie deutlich genug bewiesen sind? 386
Ueber das Heliometer bey einem Gegenstande von bestimmter Entfernung 387

Bey

Bey einerley scheinbaren Grösse, haben die Objective einerley Abstand von einander wenn die Bilder einander berühren, der Gegenstand mag unendlich entfernt seyn, oder nicht 400
Wenn man die Bilder in Berührung gebracht hat, berühren sie einander nicht mehr nachdem man das Ocular anders stellt 404
Man sieht vielleicht andere Bilder 410
Oder die vorigen, undeutlich 411
Zweifel bey des Hr d. l. L. Vorschrift 414
Beyspiel des Verfahrens den Werth der Schraubengänge eines Heliometers zu bestimmen 416
Bemerkungen wenn man das Heliometer nach irrdischen Gegenständen richtet 432
Zur Geschichte des Heliometers. Bouguer 435
Savery 437
Vergleichung beyder Erfindungen 443
Dollonds halbe Objective 444
Derselben erster Gebrauch 449
Dollond findet den Werth der Schraubengänge aus einem Gegenstande in bestimmter Entfernung, ohne die Brennweite zu wissen 450
Dollonds zweyte Vorrichtung, ein ganzes Objectiv hinter den beyden Hälften 453
Allgemeine Theorie desselben 454
D. dritte Vorrichtung, das Objectivmikrometer am Spiegelteleskope 460
Allgemeine Vorstellung desselben 462
Wie man die Rechnung dabey führen könnte 468
Bey Spiegelteleskopen ist das gewöhnliche Mikrometer nicht wohl anzubringen 472
Veränderungen des Objectivmikrometers von früh bis Mittag 473
Hr. de la Lande Heliometer 474
Der Sonne scheinbarer Durchmesser 475
Mittel die Stellung der Objective gegen einander bequem zu ändern 476
Hr Lamberts Anwendung auf Kometen 477
Des P. Helfenzrieder durch Ocularfensterchen erweitertes Mikrometer 478

Vierte

# Vierte Abhandlung.

## Nachrichten von grössern oder sonst merkwürdigen

# logarithmischen Tafeln

## und einige dadurch veranlasste Untersuchungen.

1. Zu astronomischen Rechnungen und überhaupt zu andern die etwas ins Grosse gehn, gehören Tafeln für die Logarithmen der Zahlen über 10000, und für Bogen genauer als nur in ganze Minuten eingetheilt.

Diejenigen deren ich mich in der ersten Sammlung dieser Abhandlungen bedient habe sind folgende.

## Gellibrands Tafeln.

2) Für die Bogen; die in Gellibrands Werke: Trigonometria Britannica; Goude 1633 fol. Excudebat Petrus Rammasenius.

Dieses Werk enthält als theoretische Einleitung zwey Bücher, das erste, lehrt die Berechnung der Sinusse, Tangenten und Secanten, auch der Logarithmen der Sinusse und Tangenten, für alle Grade und Hunderttheile eines Grades. Dieß ist von Heinrich Brigg, savilianischen Professor der Geometrie zu Oxford, kurz vor seinem Tode vollendet worden. Das zweyte, zeigt den Gebrauch dieser trigonometrischen Tafeln, ebene und sphäri-

sche Dreyecke aufzulösen. Es ist von Heinrich Gellibrand, Prof. der Astr. in Greshams Collegio zu London*).

3) Die Tafeln selbst, enthalten für jeden Bogen in fünf Columnen, die natürlichen Sinus, Tangenten, Secanten, und die Logarithmen der Sinusse und der Tangenten.

Für die natürlichen Sinus, ist der Sinus totius 10000000000000000, also hat jeder Sinus acht Zifern mehr, als in den gemeinen Tafeln, wo der Sinus totius zehn Millionen ist.

Für

*) Vielleicht ist es nicht unangenehm hier eine Nachricht von Gellibrand zu lesen, die ich in Benjam. Bennets Memorial of the Reformation, chiefly in England (Lond. 1717. 8.) 167 S. gefunden habe.

G. schrieb Calender. Er setzte darinnen die Nahmen protestantischer Märtyrer, statt der Heiligen welche nur von Päbsten dafür erklärt waren. Erzbischof Laud zog ihn deswegen zur Verantwortung.

Bennet schreibt den Nahmen: Gillabrand; das Merkmahl aber welches er beyfügt: Professor der Mathematik im Gresham College, macht den Mann ungezweifelt kenntlich, der wegen seiner warmen und beherzten Hochachtung für Bekenner seines Glaubens einem protestantischen Mathematikverständigen noch werther seyn muß. Und selbst derjenige, der urtheilt daß G. in der Wahl der Nahmen geirrt habe, kann doch, bey dem Irrenden eine solche Denkungsart und Freymüthigkeit nicht mit Rechte tadeln.

Für die natürlichen Tangenten ist der Sinus totus zehntausend Millionen.

Und eben so für die Secanten.

Die Logarithmen sind wie gewöhnlich für den Halbmesser zehntausend Millionen berechnet.

Aber die Logarithmen der Sinusse bis auf 14 Decimalstellen, und der Tangenten ihre bis auf 10; da beyde sich in den gemeinen Tafeln nur bis auf 7 finden.

Die Bogen ändern sich durch Hunderttheile des Grades, also ist jeder Bogen vom nächsten um 36 Secunden unterschieden, weil 3600 Secunden einen Grad machen.

So kommen nur von 3 zu 3 ganze Minuten vor, nähmlich 3; 6; 9; 12; u. s. w. übrigens Minuten und Secunden.

Was die Hunderttheile in Minuten und Secunden betragen, ist bey jedem Bogen angezeigt.

Der Unterschied der natürlichen Linien zwischen jedem Bogen und dem nächsten, auch so der Logarithmen, ist allemal beygefügt.

Jeder Grad nimmt so drey Folioseiten ein.

4) Wenn man also etwas für einen Bogen der nicht selbst in den Tafeln steht, daraus auf die bekannte Art durch Proportionaltheile finden will, so hat man nicht nöthig die beyden nächsten Grössen zwischen welche das Gesuchte fällt von einander abzuziehen. Der Abzug ist schon in den Tafeln verrichtet worden, und man darf also nur noch die Regel Detri machen, die auch hier leicht wird wenn

man die Hunderttheile beybehalten will, denn da wird eine Zahl in ihr allemal 100; Will man aber nach Secunden rechnen, so kömmt statt 100; allemahl 36.

So verhält es sich, wenn man diese Tafeln allein brauchte, und da die Bogen in ihnen sich nach noch kleinern Theilen als halben Minuten ändern, die Zahlen aber in so viel Decimalstellen angegeben ist, so begreift man leicht, daß sich aus ihnen die Bogen welche nicht ausdrücklich da stehn, in einzelnen Secunden würden ziemlich zuverlässig berechnen lassen.

## Verbindung derselben mit den gemeinen.

5) Verbinde ich aber mit diesen Tafeln die gemeinen die durch alle ganze Minuten gehn, so lässt sich eben der gesuchte Bogen noch in viel engere Gränzen einschliessen.

Gesetzt z. E. ich hätte den Logarithmen einer Tangente, oder eines Sinus berechnet; die gemeinen Tafeln belehrten mich der zugehörige Bogen sey mehr als 74 Grad 10 Minuten aber noch nicht 11 Minuten. In Gellibrands Tafeln finde ich 10 M. 12 S; 10 M. 48; 11 M. 24 S; Also kann ich aus ihnen sehen, ob der gesuchte Bogen noch nicht 12 S. über 10 M. beträgt, und alsdenn habe ich ihn innerhalb 12 S. schon ohne Rechnung. Oder wenn er zwischen 12 und 48 S. fällt, innerhalb 36; oder wenn er zwischen 10 M 48 S u. 11 M. fällt, wieder innerhalb 12 S.

Hier-

Hieraus wird man einsehen, daß die Proportionaltheile die ich auf die erwähnte Art gesucht habe, die Winkel in zulänglicher Schärfe gegeben haben.

6) Diese Tafeln enthalten keine Logarithmen für die gemeinen Zahlen.

Der Text der beyden Bücher beträgt 60 Blätter in folio, die Tafeln allein machen 136 Blätter aus.

## Roes und Wingates Tafeln.

7) *Tabulae Logarithmicae*; or: Two table's of logarithmes etc. London 1633, 8. Die erste, der Logarithmen der natürlichen Zahlen bis 100000, in die Form die gleich beschrieben werden soll, von Nathaniel Roe Pastor zu Benacre in Suffolk gebracht. Die andere, der Logarithmen der Sinusse und Tangenten. Mit ihrem Gebrauche in allerley Wissenschaften. Durch Edm. Wingate.

8) Die natürlichen Zahlen mit ihren Logarithmen gehn von 1 an. Die Logarithmen sind in 7 Decimalstellen ausgedruckt.

Jede Seite hat linker Hand eine Spalte in welcher die ersten 50 Zahlen von oben herunter gehn; und rechter Hand eine in welche die von 51 bis 100 auch so herunter gehen.

Ausser diesen Spalten hat jede Seite für die Zahlen von 1 bis 1000, fünf Spalten. Ueber jeder dieser fünf steht oben als ein Columnentitel ein vielfaches der 50; und in dieser Columne herunter die völligen Logarithmen der Zahlen welche

dieses Vielfache der 50; um 1; 2; . . . bis 10 übertreffen.

Z. E. in der Spalte die 100 zum Columnentitel hat, stehn die Logarithmen der Zahlen, von 101 bis mit 150. In der welche 150 zum Titel haben, die Logarithmen der Zahlen, von 151 bis 200.

Was für eine Zahl ein Logarithme zugehört, erkennt man also folgendergestalt: Man sieht den Columnentitel über ihm an, und wenn dieses ein Vielfaches von 100 ist, so geht man in der Zeile in welcher sich der Logarithme befindet, linker Hand in die Spalte der Zahlen von 1 bis 50; da steht in dieser Zeile die Zahl die man zu dem Vielfachen von 100 das oben steht noch addiren muß um die Zahl zu haben, welcher der Logarithme zugehört.

Ein Logarithme der unter dem Columnentitel 300 steht, und in der Zeile wo sich in der äußersten linken Spalte 46 befindet, gehört zu 346.

Ist aber der Columnentitel, ein Vielfaches von 100 und noch über das 50; so geht man in der Zeile des Logarithmen in die äußerste Spalte rechter Hand, da steht, wie viel zu dem Vielfachen von 100 muß addirt werden, die Zahl des Logarithmen zu haben.

In einer Zeile mit dem Logarithme von 346; aber unter dem Columnentitel 350; steht der von 396.

So nehmen die ersten tausend Logorithmen nur vier Octavseiten ein, da sie in den gemeinen Tafeln,

fein, z. E. Vlacqs seiner, nach Hentschens Ausgabe (Adr. Vlacq Tabulae Sinum. cet. a Ioh. Iac. Hentschio Frf. L. 1757.) zehn solche Seiten ausfüllen.

Die beyden äusern Spalten, bleiben auch in der Folge einerley.

9. Aber für die Zahlen über tausend, hat jede Seite nebst diesen beyden äusern zehn Spalten, jede mit ihrem Columnentitel. Diese Columnentitel sind ebenfalls allemahl Vielfache von 50; und so findet sich was für Zahlen und Logarithmen zusammen gehören völlig wie vorhin.

Allein, wie sich in eine Zeile einer Octavseite zehn Logarithmen jeder von sieben Decimalstellen und überdieß noch seine Kennzifer bringen lassen, das verdient wohl Erläuterung.

Weil sich die ersten Zifern der Logarithme langsam ändern, so nehme man an, 50 Logarithme durch, bleiben die drey ersten Zifern einerley, nähmlich die Kennzifer, und die beyden ersten Decimalzifern.

Findet dieses statt, so kann man zu oberst der Columne in welcher diese funfzig Logarithmen stehen, diese drey ersten Zifern einmal für allemahl setzen; und also von jedem dieser funfzig Logarithmen, in die ihm gehörige Stelle nur seine fünf letzten Zifern.

So haben auf einer Seite zehn Spalten voll Logarithmen Platz, weil das Stück einer Zeile das in eine Spalte kömmt, nur fünf Zifern bekömmt.

Indessen könnte man leicht zweifeln: ob funfzig Logarithmen nacheinander, immer einerley drey erste Zifern behalten? noch mehr; ob dieses, wenn es ja zutrifft, gerade bey den Logarithmen zutrifft die nach der beschriebenen Einrichtung in eine Columne kommen ꝛc.

Und wenn man die gemeinen logarithmischen Tafeln nachschlüge, würde man statt des Zweifelns, läugnen.

Also ist falsch was man annahm, und doch braucht man es bequem mit folgender Bemerkung.

10. Der Anfang den alle funfzig Logarithme haben sollen, steht also über ihrer Spalte.

Zu diesem Anfange, kömmt für jede Logarithmen was anders, immer mehr und mehr, je tiefer der Logarithme in seiner Spalte steht.

Unter den Zifern also, die für jeden Logarithme in der Spalte stehn, wächst die linke als die höchste nach und nach, wenn sie oben in der Columne 1 gewesen ist, so wird sie weiter herunter 2, 3, u. s. f.

Wenn sie nun 9 geworden ist, und die Logarithmen doch noch ferner wachsen, so muß aus dieser 9 eine 10 werden;

Das ist, bey dem Logarithmen wo dieses geschieht, ist die höchste Zifer unter denen die in der Spalte stehen, 0; Sein Anfang aber, oben über der Spalte, ist nicht mehr der welcher für die vorhergehenden Logarithmen gegolten hatte, sondern dieses bisherigen Anfangs niedrigste Zifer muß um 1 vermehrt werden.

Daraus fliesst also die Regel: Der Anfang der Logarithmen über einer Spalte, gilt für die darunter stehenden, bis an die Stelle dieser Spalte, wo die höchste Zifer in ihr o ist. Von dieser Stelle an, wird des bisherigen Anfangs niedrigste Zifer um 1 vermehrt.

Es kann kommen, daß in einer Spalte die höchste Zifer 0; 1; . . . 9 und nun noch einmal o wird. Alsdenn muß man des Anfangs niedrigste Zifer auch zum zweytenmahle um 1 vermehren.

Hat aber gleich der oberste Logarithme einer Spalte, o zur höchsten der in der Spalte stehenden Zifer, so ist begreiflich, daß man dieserwegen in dem Anfange nichts ändert, denn dieser Anfang ist ohnstreitig schon so hingesetzt wie er zu dem gleich unter ihm stehenden Logarithme gehört.

**Exempel.** In der Spalte die 1400 zum Columnentitel hat, steht darunter als Anfang dieser Columne 314; Es sollte eigentlich heissen 3,14 man hat aber sich die Absonderung der Kennzifer von den Decimalbrüchen erspart, weil sie ohnedem verstanden wird.

Gleich darunter steht in der Spalte 64381; diese beyden Stücken zusammen geben log 1401;

Ferner stehen in dieser Spalte folgende letzte Zifern der Logarithmen

98346 bey 1413
01421 bey 1414

Also ist begreiflich, daß zu 1414 der Anfang 3,15 seyn muß.

In

In eben der Spalte aber, stehn als lezte Zifern der Logarithmen

98678 bey 1445.
01682 1446

Also muß zu log 1445; der Anfang 3,16 seyn.

11) Eben so sind die Logarithmen der Zahlen von Zehntausend bis Hunderttausend geordnet. Auch in zehn Spalten auf jeder Seite. Nur besteht da der Anfang über jeder Spalte aus vier Zifern, der Kennzifern, und den drey höchsten Decimalzifern; In die Spalten, kömmen also von jedem Logarithmen nur 4 Zifern.

Diese Zifern fallen also wegen ihrer grössern Zwischenräume besser in die Augen, als bey den vorhergehenden Logarithmen, da auch zehn Spalten, jede mit fünf Zifern dicht vollgepfropft waren.

Die Ursache dieser Aenderung ist, weil bey grössern Zahlen die ersten Zifern der Logarithmen länger einerley bleiben.

12) Noch steht bey diesen Logarithmen unter jeder Seite eine Zeile mit der Beyschrift Dif. diese Zeile ist auch in die zehn Spalten eingetheilt. Unter jeder Spalte nähmlich steht eine Zahl welche gemeiniglich der Unterschied der obersten beyden Logarithmen dieser Spalte ist.

Die folgenden Logarithmen dieser Spalte haben freylich nicht immer, jede von seinem nächsten eben den Unterschied.

Aber dieser Unterschied ändert sich durch die Spalte allenfalls nur in seiner niedrigsten Zifer; Und für grosse Zahlen, 30000 und darüber bleiben

ben die Unterschiede, ganze Spalten, oft mehrere durch, ungeändert.

Wenn man durch Proportionaltheile Logarithmen für grössere Zahlen als in den Tafeln stehn sucht, so muß man die beyden Logarithmen zwischen welche der gesuchte fällt, von einander abziehn, und dieses Abziehn ersparen die hingesetzten Unterschiede.

**Exempel.** Man verlangt log 738287; so ist nach der Differenz unter der Spalte log 738290 — log 738280 = 58; Also hat man nur die Regel Detri zu machen

10 : 7 = 58 : 40,6; Und statt des vierten Gliedes 41 genommen, findet man

log 738287 = 5,8682252

13) So sind also für 99000 Zahlen, von 1000 bis 100000, allemahl 500 Logarithmen auf einer Seite zu finden, oder jedes Blatt enthält 1000 Logarithmen. Also nehmen diese Logarithmen alle nur 99 Blätter ein; und wenn man dazu die 2 Blätter für die ersten tausend Logarithmen rechnet, so nehmen diese hunderttausend Logarithmen, nur 101 Octavblätter ein.

14) Daß solchergestalt eine so grosse Menge Logarithmen in dieses geschmeidige Taschenformat gebracht ist, wird besonders als das Verdienst des rechtschaffenen Pfarrers Roe gerühmt.

In so fern man etwa solche Tafeln auf Reisen und sonst wo Folianten beschwerlich wären brauchen will, ist dieses Verdienst nicht geringe.

Auserdem hat Roe durch seine Anordnung noch

was erspart; nicht nur Papier, sondern auch Zifern, die nähmlich welche sonst zum Anfange jedes Logarithmen müssen wiederhohlt werden.

Obgleich das Papier beym Preisse eines Buches auch in Anschlag kömmt, so ist doch ohnstreitig diese Ersparung an den Zifern noch viel wichtiger zu der Absicht: solche Tafeln denen die sie brauchen können (und das sind gerade nicht allemal die Reichsten) für einen mässigen Preiß zu verschaffen.

15) Die trigonometrischen Linien findet man in dem folgenden Theile dieser Tafeln nicht selbst, nur die Logarithmen der Sinusse und Tangenten. Wingate sagt selbst, daß sie aus der Trigonometria Britann. zusammengezogen sind. Sie gehen also auch durch Hunderttheile der Grade. Es ist ein Täfelchen beygefügt, diese Hunderttheile in Minuten und Secunden zu verwandeln; da in Gellibrands grössern Buche, diese Verwandelung jeden Bogen beygesetzt ist. Die Logarithmen sind in zehn Decimalstellen angegeben, auser der Kennzifer; dieses kann nützlich seyn, wenn man durch Proportionaltheile Bogen berechnen will die zwischen diejenigen fallen, welche in den Tafeln stehn, so wird die Rechnung natürlicher Weise schärfer, als wenn man nur sieben Decimalstellen hat, wie in den gemeinen Tafeln.

Auf jeder Seite steht ein halber Grad, und so in vier Spalten der Seite neben einander, Sinus, Cosinus, Tangente, Cotangente. In ein paar äussersten Spalten gehn die Hunderttheile von ○ bis

50

50 herunter, von 50 bis 100 hinauf. Also enthält jede Seite einen Grad, und die 90 Grade füllen 45 Octavblätter.

Auf dem Titel dieses Canons steht als der Halbmesser eine 1 mit eilf Nullen angegeben. Dieses ist nicht von dem natürlichen Halbmesser zu verstehn, der ist hier wie bey allen jetzigen Logarithmen, zehn Millionen, sondern die Meynung ist daß die Logarithmen auf zehn Decimalstellen angegeben sind.

16) Dieser trigonometrischen Tafeln habe ich mich nie bedienet, weil ich Gellibrands seine hatte, wo mir die grössere Schrift, die schon vorhandene Reduction der Hunderttheile auf Grade und Minuten, die beygefügten Unterschiede, mehr Bequemlichkeiten gaben.

Aber Roes Logarithmen der grössern Zahlen habe ich beständig gebraucht.

17) Mein Exemplar dieser Tafeln besitze ich seit 1750 da ich es in Leipzig bekommen habe. Hier bot mir jemand ein anderes als eine Seltenheit an, die er bey mir nicht vermuthete; und weil er fand daß seine Voraussetzung nur zur Hälfte richtig war, so überließ er es Hrn. Ljungberg itzigen Prof. der Math. zu Kiel.

## Rivards Tafeln.

18) Man hat auch Tafeln wo die Logarithmen der gemeinen Zahlen bis 20000 gehn. Dergleichen sind: Tables des Sinus, Tangentes, Secantes et de leur Logarithmes, avec la Construction

de

de ces tables u. s. w. par Mr. Rivard Prof. de Philos. à l' Vniversl. de Paris; Paris 1743 gr. 8. Der Titel erwähnt also die gemeinen Zahlen gar nicht, und doch machen die Logarithmen dieser Zahlen bis 20000 den Anfang.

Auf jeder Seite befinden sich auch in Spalten Logarithmen unter einander, von deren jedem die ersten Zifern über der Spalte stehn. Dieser ersten Zifern sind aber bald 2 bald 3; so daß sie als jedes Logarithmen Anfang durch die ganze Spalte gelten, worinnen der Gebrauch dieser Tafeln bequemer ist, als Roes seiner, wo man immer aufmerksam seyn muß ob etwa des Anfangs letzte Zifer eine Aenderung erfodert. Ich bediene mich daher dieser Tafeln gern für Zahlen bis 20000.

Die Unterschiede der Logarithmen stehn neben ihren Spalten.

Die trigonometrischen Linien selbst, sind nur in Hunderttausendtheilen des Halbmessers angegeben, haben also allemahl 2 Zifern weniger als in den gemeinen Tafeln. Die Logarithmen aber sind wie gewöhnlich auf sieben Decimalstellen angegeben. Auch der Secanten ihre welche man sonst in wenig Tafeln findet. Die Secanten selbst stehen am Ende in einer besondern Tafel; wegen des angenommenen Halbmessers war erst der eilften Minute Secante anzugeben.

Neben den Logarithmen der Sinusse und Tangenten stehen ihre Unterschiede, eine Bequemlichkeit, wenn man für dazwischenfallende Bogen Proportionaltheile braucht.

Die

Die Bogen wachsen wie gewöhnlich durch ganze Minuten.

## Des Hrn. v. Oppel Tafeln.

19) Bey des Hrn. von Oppel Anleitung zur Markscheidekunst, die ohne seinen Nahmen 1749 in 4 zu Dresden herausgekommen ist, finden sich die Logarithmen bis 20000 jeder ganz ausgedruckt.

Auch Sinus, Tangenten, und derselben Logarithmen durch alle Minuten.

Die Logarithmen sind die gewöhnlichen. Für die natürlichen Sinus und Tangenten aber, hat der Hr. v. Oppel den Sinustotus 800 000 angenommen, statt daß derselbe in den gemeinen Tafeln zehn Millionen ist. Er hat also jeden Sinus, jede Tangente der gemeinen Tafeln mit 0,08 multiplicirt, und so die seinige berechnet. Die Ursache davon giebt er im 261 §. seines Buches. Sie kömmt auf die Eintheilung des Masses an die beyden Markscheidern gewöhnlich ist.

Der Hr. v. Oppel ist 1769 zu Freyberg als churfächs. Oberhauptmann gestorben.

## Gardiners Tafeln.

20) Als die vollständigsten neuen logarithmischen Tafeln sind folgende bisher angesehen worden: Shervins Mathematical Tables, contrived after a most comprehensive method &c. by William Gardiner Lond. 1742; Ich führe diesen Titel aus Hr. Prof. Karstens Lehrbegriffs der Ma-

thematik II. Th. 151 §. an; denn ich habe jetzo die zweyte Ausgabe dieser Tafeln vor mir, deren Titel heisst Tables of Logarithmes for all Numbers from 1 to 102100 u. s. w. Lond. 1742. Kleinfolio 2 Alph. 12 Bogen; und da finde ich weder auf dem Titel noch sonst wo, diese beyden Nahmen; die Tafeln aber werden immer unter Sherwins und Gardiners Nahmen angeführt. Hr. Prof. Karst. hat a. a. O. 158 §. sehr gute Nachrichten von ihrer Einrichtung gegeben.

Dieser zweyfachen Ausgabe ohngeachtet, sind diese Tafeln ungemein selten. Ich weiß nicht ob einer der Schriftsteller de libris rarioribus das angemerkt hat, aber diesen Schriftstellern ist gewöhnlichermassen die Seltenheit mathematischer Bücher am wenigsten wichtig. Hr. Joh. Bernoulli hat sie für das Kön. Observatorium zu Berlin, in London mit 4 Guineen bezahlt Recueil pour les Astronomes T. II. p. 314.

Das Exemplar das ich vor mir habe, gehört auf die hiesige Universitätsbibliothek. Ich selbst habe diese Tafeln nie bekommen können, ohngeachtet ich allemahl zu dem Preisse dem sie hätten, bereit war. Und weil ich den Eigensinn habe, daß ich Bücher, die ich stark brauchen soll, selbst besitzen muß, so habe ich mich des nur angezeigten Exemplars nicht so bedient, wie es mir frey gestanden hätte, sondern mich mit den Tafeln die mein eigen waren, beholfen.

Die=

## Dieser Tafeln neueste Ausgabe vom P. Pezenas.

21) Nur vor ein paar Jahren ist eine neue Ausgabe von Gardiners Tafeln, mit einigen Vermehrungen erschienen. Diese will ich hier einigermassen beschreiben.

Sie ward im Journal de Savans 1769 im voraus angekündiget, und angezeigt der P. Pezenas würde sie besorgen, ein französischer Jesuit der als ein geschickter Mathematicus berühmt ist.

Ihr Titel heißt: Tables de Logarithmes, contenant les logarithmes des nombres depuis 1 jusqu'à 102100, et les logarithmes des Sinus et des Tangentes de 10 en 10 Secondes pour chaque degré du quart de cercle, avec differentes autres Tables. Publiées ci devant en Angleterre par Monsieur Gardiner. Nouvelle edition. Augmentée des Logarithmes des Sinus et Tangentes pour chaque Seconde des quatre premiers degrés à Avignon chez I. Aubert 1770. Kleinfolio. 3 Alph. 5 Bogen. Ich habe mein Exemplar durch die gefällige Besorgung des Hrn. P. Huberti Prof. der Math. in Würzburg, um Michaelis 1772 bekommen. Es sind ihm dafür in Würzburg $17\frac{1}{2}$ rheinische Gulden gezahlt worden.

Der Herausgeber ist nicht genannt, es ist nur gesagt die Ausgabe sey nach dem Rathe und durch die Besorgung vieler geschickten Mathematikver-

ständigen veranstaltet worden, die auch die Correctur mit der grösten Aufmerksamkeit verrichtet hätten.

Ich bin mit dieser Verschwiegenheit nicht recht zufrieden. Wenn man ein wenig ein empfindliches Herz hat (und das verträgt sich mit dem Verstande der Geometern sehr wohl, besser als mit dem Verstande manches andern Gelehrten) so will man gern wissen wem man für eine solche Arbeit danken soll. Wer sie übernimmt, der muß doch wirklich die Ueberzeugung daß er nützlich ist und Dank verdient, für seine grösste Belohnung ansehn.

Aber auch das beyseite gesetzt, so nimmt man solche Tafeln ja auf Treu und Glauben an, und da wäre es natürlich, daß man zu wissen wünschte, wem man glaubet.

Die unbekannten **Wir**, die in der Vorrede sprechen, haben mich an die Herren von Portroyal erinnert, die ihre Namen aus Bescheidenheit verschwiegen. Ich vermuthe aber nicht daß die Herausgeber diesen Gelehrten nachahmen wollen.

Sollte man die Ursache warum sich die Herausgeber nicht genannt haben, nicht in der gelehrten, sondern in der politischen Geschichte unserer Zeiten suchen müssen, so wäre es doch sehr übertrieben, wenn der Haß gegen eine Gesellschaft hinderte, Handlungen einzelner Mitglieder, die mit dem was man man ihr, recht oder unrecht, zur Last legt, gar nichts gemein haben, wahren und grossen Verdiensten, Gerechtigkeit wiederfahren zu lassen.

Weil sich diese Ausgabe von Gardiners seiner nur in Vermehrungen unterscheiden soll, so enthält sie übrigens alles was G. seine hat. Als: G. Vorrede übersetzt, und eben so seinen Unterricht vom Gebrauche der Tafeln, den er aus W. Jones Manuscripte genommen hat, und der in manchen Stücken hätte können verbessert werden.

22) I. Nun kommen zuerst die Logarithmen der Zahlen.

Den Anfang macht das erste Tausend. Da sind von jedem Logarithmen acht Decimalzifern.

Die Kennzifer ist hie, und bey den folgenden Logarithmen der Zahlen, nirgends hingesetzt, weil man sie ohnedem schon weiß.

II. Dieß ist allerdings eine beträchtliche Ersparung, an welche Roe nicht gedacht hat.

III. Nun folgen die 101 u. 102. Chiliade; das ist Logarithmen für 100001 bis 102099.

Die Einrichtung hier, welche meist auch bey den übrigen bleibt ist nachstehende.

IV. Die Seiten sind in Spalten getheilt. In der linken Spalte, stehen unter der Aufschrift Nom. alle Zifern einer Zahl den Einer ausgenommen; darneben sind zehn Spalten, über den 0; 1;...9 stehn.

V. In der Spalte 0 stehn acht Decimalzifern der Logarithmen, welche den Zahlen zugehören, die herauskommen, wenn man zu den Zifern in der linken Spalte die 0 in die Stelle des Einers setzt. Z. E. In der Zeile in welcher in der Spalte Nom.

10205 steht, findet sich in der Spalte o folgendes: 0088.1301; das heisst log 102050 = 5,00881301.

VI. Bey diesen acht Decimalzifern des Logarithmen, sind die vier höchsten, durch einen Punct von den niedrigern abgesondert, anzudeuten daß diese vier höchsten Zifern für die Logarithmen einiger nächstfolgenden Zahlen immer noch dieselben bleiben. Sie sind so was, wie bey Roes Einrichtung zu dem was ich da Anfang nannte gehören würde.

VII. In den Spalten 1; 2; ... 9 stehn die vier niedrigsten Decimalzifern welche zu erwähnten vier höchsten gesetzt, mit der gehörigen Kennzifer, die Logarithmen derjenigen Zahl ausmachen, die heraus kömmt, wenn man zu den Zifern in der Spalte Nom, den Einer über der Spalte worinn des Logarithmen vier niedrigste Zifern stehn setzt.

VIII. Wenn man von den Zifern 10205 die in der Spalte Nom stehen, in einer Zeile fort bis in die Spalte 9 geht, so findet man daselbst 5131, das heist log 102059 = 5,00885131.

IX. So wird man begreifen, wie in diesen Tafeln Logarithmen und Zahlen zusammengeordnet sind. Man wird auch leicht sehen, daß von den erwähnten vier höchsten Decimalzifern, die niedrigste manchmahl eine Veränderung nach eben solchen Gesetzen leiden muß, wie (10) angezeigt worden.

X. So ist log. 102070 = 5,00889811; und in dieser Zeile stehen in der Spalte 1; als des Logarithmen vier niedrigste Zifern 0237; Diese vier,

an

an die vier höchsten der Spalte o gesetzt, gäben was geringers als log 102070; Weil aber der nächste Logarithme grösser seyn muß; so ist log 102071 = 5,00890237.

XI. Von den Unterschieden und Proportionaltheilen will ich, bey Gelegenheit der nächsten Logarithmen reden.

23) I. Nun folgen nähmlich die Logarithmen der Zahlen von 10000 bis 100000.

Die Zusammenordnung der Zahlen und der sieben Decimalzifern jedes Logarithmen, ist völlig wie die schon beschriebene, nur ist begreiflich, daß jede Zeile der Spalte Nom in der 101; u. 102; Chiliade fünf Zifern hat, hier aber nur vier.

II. Weil sich auch die Logarithmen kleinerer Zahlen schneller ändern, als die Logarithmen grösserer, so sind hie, als Zifern die vielen Logarithmen nach einander gemein bleiben, nicht die vier höchsten wie 22 V abgesondert, sondern nur die drey höchsten, bey denen man sich übrigens eben so verhält, wie bey jenen vier.

24) Zu der (12) angezeigten Absicht sind den Logarithmen die Unterschiede beygefügt. Aber noch über dieses, unter der Aufschrift Parties, die Proportionaltheile, welche der niedrigsten Zifer 1; 2; ... 9 gehören. Dieses wird durch ein Exempel am besten verständlich werden.

Gesetzt man wollte den Logarithmen von 473842 durch Proportionaltheile berechnen.

Also suchte man Anfangs

log 473850 — log 473840 = 92.

Diesen Unterschied braucht man nicht zu berechnen; er steht in den Tafeln bey den Logarithmen.

So weit hätten diese Tafeln vor Roes seinen nichts zum voraus.

Nun müsste man aber die Regel Detri machen 10: 2 = 92: 18, 4.

Aber auf der Seite wo log 47384 steht sind in kleinen Spalten rechter Hand die Unterschiede hingesetzt und unter ihnen die neun Zifern rechter Hand derselben Zahlen welche parties heissen. Das sind diese Proportionaltheile.

So findet man unter 92; neben 2 die Zahl 18 Also braucht man die Regel Detri nicht zu machen, sondern ohne Subtraction und Regel Detri schreibt man aus den Tafeln folgendes

log 473840 = 5,6756317
Proportionaltheil 18

log 473842 = 5,6756335

Im Anfange wo die Unterschiede der Logarithmen grösser sind und sich schneller ändern, haben diese Proportionaltheile in eigne grössere Abtheilungen müssen beygebracht werden.

So verfährt man, wenn man durch Proportionaltheile den Logarithmen einer Zahl mit sechs Zifern suchen will.

25) Man erstreckt aber den Gebrauch der Logarithmen die bis Hunderttausend gehn, so weit, daß man aus ihnen auch die Logarithmen jeder

Zahl

Zahl bis zehn Millionen, oder jeder Zahl mit sieben Zifern berechnet.

Den Unterschied der beyden nächsten Logarithmen zwischen welche der gesuchte fallen muß, fände man alsdenn wie vorhin, durch die Subtraction, oder man schrieb ihn aus den angegebenen Unterschieden ab.

Nun aber muß man eine Regel Detri machen deren erstes Glied 100 wäre, statt daß es in (24); 10 war, und ihr zweytes Glied hätte zwo Zifern statt daß es dorten nur eine hat.

Ex. Man verlangt den Logarithmen von 4738425;

Hier ist wie vorhin log 4738500 — log 4738400 = 92 und die Regel Detri ist

100 : 25 = 92 : 23

Das letzte Glied giebt hier die Proportionaltheile welche man zum log 4738400 addiren muß, den gesuchten Logarithmen zu bekommen.

Will man sich nun diese Regel Detri ersparen, so bedient man sich der Proportionaltheile die in den Tafeln angegeben sind folgendergestalt.

Man stellt sich vor, die Zahl deren Logarithmen man sucht hätte sechs Zifern die ganze Zahlen bedeuten, und eine welche Zehntheile bedeutete.

Man schreibt also die Proportionaltheile hin, welche der niedrigsten Zifer unter den Ganzen gehören. Das Verfahren ist völlig wie vorhin bey einer Zahl von sechs Zifern.

Nun sucht man auch die Proportionaltheile wel-

che der Zifer gehören die man für Zehntheile annimmt. Die Proportionaltheile welche man neben dieser Zifer in den Tafeln findet, setzen voraus sie bedeute Ganze, und also muß man diese Proportionaltheile mit 10 dividiren, um ihren Werth für die gegenwärtige Vorausseßung zu haben.

So eingerichtet addirt man sie zu den Proportionaltheilen welche der niedrigsten Zifer unter den Ganzen gehören. Und die Summe giebt die gesuchten Proportionaltheile.

In Exempel; nähme man also die Zahl deren Logarithmen man sucht für 473842,5 an.

Bey dem Unterschiede der Logarithmen 92; finden sich als Proportionaltheile; bey 2 die Zahl 18; bey 5 die Zahl 46; welche man also in 4,6 verwandelt. So ist $18 + 4,6 = 22,6$ was man zu log 4738400 addiren muß um log 4738425 zu bekommen.

Der Grund dieses Verfahrens beruht wie man leicht sieht auf folgender Betrachtung.

Die Proportionaltheile in der Tafel sind, jeder, für eine einzige letzte Zifer ausgedruckt.

Wenn man also Proportionaltheile für zwo letzte Zifern sucht, so beziehen sich die welche der niedrigsten gehören, auf eine Einheit die zehnmahl kleiner ist, als die Einheit derer die der niedrigsten Zifer ohne eine gehören.

Man begreift übrigens daß die Proportionaltheile in den Tafeln, nicht allemahl der völligen Wahrheit gemäß konnten angesetzt seyn, weil man

sie

sie da nur in Ganzen ohne Decimalbrüche hinsetzen wollte.

Daher giebt im Exempel, die Regel Detri, etwas andere Proportionaltheile als welche man aus den Tafeln nimmt.

Indessen würde man doch, nach dem Verfahren das gewöhnlich ist wenn man Decimalbrüche weglässt auch die Proportionaltheile aus den Tafeln, für 23 annehmen.

Die Vorschriften dieses und des nächstvorhergehenden Absatzes, finden sich auch in der französisch übersetzten Erläuterung des Gebrauchs der Tafeln (21) aber so wie beynahe alle Vorschriften dieser Erläuterung, **erstlich** ohne ihre Gründe begreiflich zu machen, **zweytens** auf eine schwere Art unnöthig ausgedruckt.

Der Verfasser dieser Erläuterung, hat nähmlich keine Beschreibung wie Logarithmen und Zahlen zusammengeordnet sind gegeben. (22) Aus einer solchen Beschreibung versteht man von sich selber wie man Zahlen und Logarithmen auffuchen soll. Er aber fängt gleich mit den Regeln an, wie dieses Auffuchen zu bewerkstelligen ist. Wer nun sich um den Grund dieser Regel bekümmert der wird erst dadurch genöthigt sich die Einrichtung der Tafeln bekannt zu machen. Eben so verhält es sich auch mit dem Gebrauche der Proportionaltheile.

Ferner hat dieser Verfasser seine Regeln nicht mit Worten ausgedruckt, z. E. er heisst die Zahl

b, ihren Logarithmen B, und nun sagt er was man mit b und B machen soll, an statt Zahl und Logarithmen zu nennen.

Dieses erinnert mich an einen Schriftsteller von der Camera Obscura, der um beliebter Kürze willen das Loch in ihr L und den Gegenstand G nennte, und den gemeinsten Sätzen, durch G und L ein algebraisches Ansehen gab.

So ist es dem Erläuterer der Tafeln auch gegangen. Die Regeln 24; 25; die jeder gemeine Rechner versteht, wenn er weiß was Logarithmen sind, erfodern dorten lateinische und griechische, grosse und kleine Buchstaben, mit Accenten und ohne Accente, daß man beym ersten Anblicke denket, es sind solche Formeln, wie die, nach denen schwerere Aufgaben aus der höhern Mechanik berechnet werden. Hr. Karsten (20) hat diese Regeln deutlicher vorgetragen. Ich habe mich auch seines Exempels bedient.

26) Man wird in der bisherigen Nachricht vielleicht die Zahlen von 1000 bis 10000 vermissen. Diese stehn nicht besonders, man findet aber unter den grössern, ihre Zehnfache. Und da man also der zehnfachen Logarithmen hat so hat man auch durch gehörige Veränderung der Kennzifer die Logarithmen dieser Zahlen.

$$\log 7368 = \log 73680 - 1$$

Es ist klar daß man eben so der ersten tausend Zahlen Vielfache durch 10000; 1000; 100; in den grössern Zahlen findet. Vielleicht war die

wich-

wichtigste Ursache diese Logarithmen besonders zu setzen weil man diese Logarithmen in 8 Decimalstellen angeben wollte.

Soviel von den Logarithmen der Zahlen.

27) Die Tafeln für die Bogen, fangen mit den Logarithmen der Sinusse und der Tangenten, der ersten vier Grade durch alle Secunden, an.

Jede Seite hat zwölf Spalten für so viel Minuten, und noch eine zur rechten, und eine zur linken; In jener sind die sechszig Secunden hinterwärts, in dieser hinaufwärts gezählt.

So stehen auf einer Seite, die Logarithmen aller Secunden der zwölf Minuten welche zu oberst in den Spalten angezeigt sind, und auf der nächstfolgenden Seite die Logarithmen der Tangenten eben dieser Bogen.

Das sind zugleich Logarithmen der Cosinusse und Cotangenten, der Ergänzungen dieser Bogen zu 90 Graden.

So nimmt jeder dieser vier Grade zehn Seiten ein.

Nun folgen die Logarithmen der Cosinusse und der Cotangenten der ersten vier Grade, von zehn zu zehn Secunden, und jedem Paar nächster Logarithmen zur Seite, derselben Unterschiede.

In diesem Anfange des Quadranten, unterscheidet sich gegenwärtige Ausgabe am meisten von den vorigen. Gardiner hatte nur durch die ersten 72 Minuten die Logarithmen der Sinusse gegeben und nicht auch der Tangenten ihre. Gegenwärtige

hat

hat Hr. Mouton berechnet und der Kön. Academie der W zu Paris vermacht. Hr. de la Lande hat sie seinem Eifer für die Beförderung der Astronomie gemäß, den Herausgebern mitgetheilt. Das Manuscript enthielt auch, eben so vollständig, dieser ersten vier Grade logarithmische Cosinus und Cotangenten. Aber die logarithmischen Cotangenten sind durch den Abzug der Tangenten von 20 leicht zu finden, und die Cosinus, gehören als Sinus, Bogen die nahe am Quadranten sind zu, und ändern sich daher so langsam daß es genug ist sie von zehn zu zehn Secunden zu haben, und sich daraus die einzelnen Secunden durch Proportionaltheile leicht finden lassen. Daher hat man sich hie begnügt dieser Bogen logarithmische Cosinus und Cotangenten auf die angezeigte Art zu geben.

28) Der vierte und die folgenden Grade, zeigen die Logarithmen der Sinusse und der Tangenten von zehn zu zehn Secunden; und dieser Logarithmen Unterschiede; Neben jedem Bogen die gewöhnlich seine Ergänzung zum Quadranten.

Wegen der Unterschiede kann man noch das bemerken: Es stehen die Logarithmen der Tangenten und Cotangenten in Spalten gleich neben einander; Zwischen diesen beyden Spalten, steht die, ihrer gemeinschaftlichen Unterschiede.

Nähmlich, der Logarithme der Cotangente kömmt bekannter maassen heraus, wenn man der Tangente Logarithmen von 20 abzieht.

Also haben von ein paar nacheinander folgenden

Tan-

Tangenten, die Logarithmen eben den Unterschied, den die Logarithmen der zugehörigen Cotangenten haben, nur entgegengesetzt, weil die Cotangenten abnehmen, wenn die Cotangenten wachsen.

In Gellibrands Tafeln (2) ist diese Zusammenordnung nicht beobachtet, die Logarithmen der Tangenten und Cotangenten befinden sich auf Seiten die einander gegenüber stehen. Unter jedem Logarithmen, steht der Unterschied von seinem nächsten; dieser Unterschied ist also zweymahl hingesetzt, da er nur einmahl vorhanden zu seyn brauchte.

Auf jeder Seite stehen beym Gellibrand 34 solcher Unterschiede; also da ein Grad 3 Seiten einnimmt, bey einem Grade 102; und bey allen 90 Graden 9180; Jeder hat gewöhnlich 7 Zifern, am Anfange und Ende des Quadranten haben sie 8 bis 10; Nun ist $9180.7 = 64260$; davon die Hälfte 32130; Mehr als soviel Zifern wären also erspart worden, wenn in Gellibrands Tafeln die Einrichtung der Gardinerischen beobachtet wäre.

Ich komme nach dieser Ausschweifung wieder zur Beschreibung der avignoner Tafeln.

29) Nun folgen die **logistischen Logarithmen.**

Eines Bogens logistischer Logarithme heisst: was herauskömmt, wenn man den Logarithmen der Menge von Secunden die auf den Bogen gehen, vom Logarithmen der Zahl 3600 abzieht. Es ist also eigentlich der Logarithme des Quotienten, der herauskömmt wenn man einen Grad mit dem Bogen dividirt.

So ist von 24′ 59″ oder von 1499″ der logistische

Logarithme $= \log \frac{3600}{1499} = 0,3805009.$

Diese Logarithmen stehen hie, für alle Secunden der ersten 80 Minuten, in Spalten, deren jede die Zahl der Minuten zur Ueberschrift, zunächst darunter die Zahl der Secunden die auf soviel Minuten gehn, und ferner hinunter die logistischen Logarithmen für soviel Minuten und 1; 2; ... 60 Secunden hat.

Wenn ich aber beyfüge daß jede Seite 24 solcher Spalten hat, so wird man gleich schliessen, daß die Logarithmen nicht in sieben Decimalzifern da stehn können.

Von 1″ bis 6′ steht von jedem dieser Logarithmen die Kennzifer da, nebst den höchsten vier Decimalzifern.

Von 6′ bis 1°; ist die Kennzifer allemahl = 0; und daher als bekannt weggelassen, und man findet nur für jeden Logarithmen seine vier höchsten Decimalzifern.

Unter der 24sten Minute, in der Zeile der Secunde 59 steht 3805.

Für Bogen die grösser als 1 Grad sind, geschicht der Abzug, wie l. astr. Abh. 59.

Für 79′ 50″ = 4790″

log 3600 = 3,5563025

abgez. log 4790 = 3,6803355

0,8759670—1

Bey diesem Bogen steht in der Tafel 8760; Es wird erinnert, für Bogen über 1 Gr. sey die Kennzifer — 1; welches das heisst was vorhergehende Rechnung zeigt.

30) I. Drey Tafeln, den Logarithmen einer gegebenen Zahl, oder die Zahl eines gegebenen Logarithmen bis auf zwanzig Zifern zu finden. Die erste ist in gegenwärtiger Ausgabe noch mit 30 Logarithmen vermehrt worden.

II. Die I. Tafel enthält der Zahlen von 1 bis 1161 Logarithmen in 20 Decimalzifern. Die Kennzifern sind weggelassen.

III Die II. Tafel enthält in eben so viel Decimalzifern die Logarithmen der Zahlen von 101000 bis 101139.

Neben ihnen stehen unter der Aufschrift Differ. I. ihre Unterschiede, so daß neben jedem Logarithmen der Unterschied stehet, welcher zu ihm muß addirt werden, den nächstfolgenden Logarithmen zu bekommen. Neben log 101000 steht log 101001 — log 101000.

Die Unterschiede dieser ersten Unterschiede stehn eben so neben ihnen unter der Aufschrift II. Indem die Logarithmen wachsen, nehmen ihre ersten Unterschiede ab. Also neben jedem ersten Unterschiede, als zweyter Unterschied das, um wieviel dieser erste Unterschied grösser ist als der nächstfolgende erste Unterschied; Oder: Was man von diesem ersten Unterschiede abziehen muß, den nächstfolgenden zu bekommen.

Neben diesem zweyten Unterschiede, stehen eben so, ihre Unterschiede als die dritten unter III; Auch die zweyten Unterschiede nehmen ab, indem die Logarithmen wachsen. Also steht auch neben jedem zweyten Unterschiede, was von ihm muß abgezogen werden, den nächstfolgenden zweyten Unterschied zu erhalten.

IV. Die III Tafel enthält unter der Aufschrift Nombres; Zahlen. Die Kleinste derselben ist 10 Trillionen. Der Zahlen sind 140; Sie gehen aber nicht in natürlicher Ordnung, sondern haben erste, zweyte, dritte Unterschiede. Ein Paar nacheinander folgende dritte Unterschiede sind manchmahl gleich, manchmahl viel oder wenig unterschieden, doch übertrifft ihr Unterschied nie 9. Das Gesetz also nach dem die Hauptzahlen fortgehen, ist aus diesen Unterschieden schwerlich zu entdecken. Die Unterschiede stehn neben den Grössern dem sie zugehören wie in voriger Tafel, nur wachsen hier sowohl erste als zweyte Unterschiede, daher wird jeder Unterschied zu der Grösse neben welcher er steht addirt, die nächstfolgende zu bekommen.

Linker Hand jeder Hauptzahl, stehen unter der Aufschrift log fünf Zifern. Da also wir bey diesen logarithmischen Tafeln überhaupt die Kennzifer als bekannt weggelassen ist, so sind diese Zifern, die fünf ersten Decimalzifern des Logarithmen welcher der Zahl zugehört.

Von diesen Zifern wird die letzte, in jedem folgenden Logarithmen um 1 grösser als im vorhergehen-

henden, und das kann ohngefähr das Gesetz anzeigen nach welchem die Zahlen wachsen welche diesen Logarithmen zugehören.

V. Wie man nach diesen Tafeln rechnen soll, die Absicht (I) zu erreichen, wird in sehr zusammengesetzten analytischen Formeln gewiesen, nach denen man, allerley Producte, Summen, Differenzen u. s. w. machen muß. Beweise dieser Formeln sind nicht beygefügt.

VI. Dieses Stück der Shervinischen Tafeln, hält Hr Lambert für ziemlich unnütz. (Zusätze zu den logarithmischen und trigonometrischen Tabellen; im 58 § der Einleitung) weil man den Proportionaltheil fast mit eben so viel Zeitverlust suchen muß, als wenn man die Rechnung ohne Logarithmen machte. Hr. L. nennt 60 Decimalstellen, wo die Tafeln die ich vor mir habe nur 20 zeigen. Er wird solche Tafeln meynen wie ich 31; XXV. beschreibe. Nur in dem selten vorkommenden Falle urtheilt er, würden solche Logarithmen von gutem Gebrauche seyn, wenn man eine sehr hohe Potenz von einer Zahl finden wollte; Man s. von diesem Gebrauche unten 32.

VII. Sie haben aber doch noch einen Gebrauch, der oft vorkommen, und wichtig seyn kann: Wenn man aus Logarithmen gegebener Zahlen, anderer Zahlen Logarithmen berechnen will. Man s. unten die fünfte Abhandlung 12; XVII.

VII. Den Schluß der Tafeln machen die hyperbolischen Logarithmen. Es sind Simpsons seine

von 1 bis 10 aber durch alle Hunderttheile. Hr. Lambert hat sie auch in seine Zusätze zu den logarithmischen Tabellen gebracht Tab. XV; und in der Einleitung 60 §. erinnert wie sie zu brauchen sind.

Mit der Erklärung der letzten Tafeln, endigt sich das Werk, von dem ich bisher geredet habe.

VIII. Die wesentlichsten Vermehrungen bestehen also in den ersten vier Graden. Der Druck ist sauber und das Papier stark, ein Umstand welcher bey Blättern die so oft durch die Finger gehen müssen nicht unbeträchtlich ist. So zuverlässig auch die Richtigkeit des Druckes scheint, so hat doch Hr. de la Lande, einige wenige Druckfehler dieser Tafeln Hn. Bernoulli mitgetheilt, die in des letzten Recueil pour les Astronomes T. II. 317 S. angezeigt sind; Ich will sie hier dem zu Gefallen der etwa diese Tafeln hat beyfügen. Sie sind alle in den vier letzten Zifern einiger Logarithmen. Diese vier letzten Zifern müssen nähmlich so heissen

| | |
|---|---|
| bey log 101213 | 3630 |
| 4 | 4059 |
| 5 | 4488 |
| 6 | 4917 |
| 7 | 5346 |

## Clarks Ausgabe von Sherwins Tafeln.

31. I. Sherwin's Mathematical Tables, contrived in an easy and comprehensive manner ... the fifth edition, revised, corrected and improved

ved by Samuel Clark; Lond. bey Mount u. Page 1770 groß Oct. betragen 116 S. Text, 23 halbe Bogen Logarithmen der gemeinen Zahlen, u. 15 halbe Bogen trigonometrische Linien und Logarithmen.

II. Auf dem Titel der Logarithmen, steht, sie gingen für Zahlen bis 101000; Ich finde aber nur die Logarithmen der ersten tausend Zahlen und denn, derer, von Zehntausend bis Hunderttausend.

III. Die Einrichtung mit Weglassung der Kennzifer, Absetzung der drey höchsten Decimalzifern die für mehr Logarithmen ungeändert bleiben, Differenzen, und Proportionaltheilen, ist wie in Gardiners seinen. (22; u. f)

IV. Die erwähnte Absetzung der ersten drey Decimalzifern, welche mehrern Logarithmen nach einander gemein bleiben, wird vom Sherwin als eine vortrefliche Abkürzung, Joh. Newton in s. Trigonometria Britannica zugeschrieben.

V. Im Grunde ist sie mit Roes Abkürzung (9) einerley.

Nur daß Roe nicht daran gedacht hat, die Kennzifer wegzulassen, (22; II) und daher über jede seiner Columnen vier Zifern schreibt, wo es an dreyen genug gewesen wäre, und soviel Zifern 4 hätten können erspart werden.

VI. Ob die drey ersten Zifern über oder neben der Columne stehn ist ziemlich gleichgültig; es kömmt darauf an, ob die Zahlen denen die Logarithmen zugehören, nach Roes Art immer die Colum-

ne hinunter, oder nach Sherwins Art in einer Zeile, aus einer Columne in die andre gehen.

VII. Beym Roe, und in gegenwärtigen Sherwinischen Tafeln, hat jede Seite 10 Spalten und 50 Zeilen für Logarithmen, also 500 Logarithmen.

VIII. In den avignoner Tafeln (23) hat wegen des grössern Formats, jede Seite 65 Zeilen, also 650 Logarithmen; Und da möchte wohl wegen der grössern Menge der Zeilen, die Ordnung die da ist beliebt worden, bequemer seyn als Roes seine.

IX. Newtons Trigonometria Britannica ist zu London 1658 herausgekommen.

Folglich ist er nicht der Erfinder dieser Abkürzung sondern Roe (7).

Diese Bemerkung war ich dem Andenken des Pfarrers schuldig, der auch einem Mathematikverständigen ehrwürdig ist. Ich komme nun wieder zu gegenwärtigen Tafeln.

X. Nach den Logarithmen der gemeinen Zahlen folgen die natürlichen Sinus, Tangenten, und Secanten, in Zehnmilliontheilchen des Halbmessers, und derselben Logarithmen, durch alle Minuten.

In Absicht auf die Secanten also und besonders derselben Logarithmen, sind diese Tafeln vollständiger als die gemeinen.

Auf jeder Seite steht ein ganzer Grad; seine Bogen sind durch Querstriche von 6 zu 6 Minuten abgetheilt.

XI. Neben jeder Hauptspalte, die nähmlich trigonometrische natürliche Zahlen oder derselben Logarith-

garithmen enthält, findet sich eine Spalte zu Differenzen, vermöge der man die Bogen bis auf einzelne Secunden finden kann. Jede dieser Differenzenspalten hat zur Ueberschrift: 1 Sec.

XII. Neben den Sinussen der ersten 45 Grade, stehet in jeder Abtheilung von 6 Minuten nur eine solche Differenz. Z. E. Neben den Sinussen von 28° 0′ bis 6′ steht 42.78.

Die Bedeutung dieser Differenz, und die Art wie sie ist gefunden worden, kann man so einsehen:

Der Unterschied der Sinusse von 28° 0′ und 1′ ist 2570; mit 60 dividirt giebt 42,83 wo die beyden letzten Zifern Zehntheile und Hundertheile, von Zehnmilliontheilchen des Halbmessers sind.

Eben so, ist der Unterschied der Sinusse von 28°; 5 und 6 Minuten, 2566; und giebt mit 60 dividirt 42,76.

Zwischen diesen beyden Quotienten die aus den Unterschieden der Sinusse mit 60 dividiret, entstanden, das Mittel, ist 42,79.

Und das also, die letzte Zifer um 1 vermindert, ist für das Wachsthum eines Sinus innerhalb dieser 6 Minuten angenommen worden, in dem sein Bogen um eine Secunde wächst.

XIII. Daß bey dieser Zahl, wie ich sie vorhin aus den Tafeln hingeschrieben habe, der Punct so viel bedeutet als bey mir das Comma ist bekannt.

Aber darinnen könnte sich jemand der nicht auf die Art wie diese Zahlen müssen seyn gefunden wor-

den, acht gäbe, gewaltig irren, wenn er glaubte die Einheiten der Zifern nach dem Puncte wären einerley mit den Einheiten der Zifern die in der Hauptcolumne auch nach einem Puncte steh n.

Denn der Sinus von 28° steht in den Tafeln so: 4694.714.

Der Punct sondert hier, bekanntermassen nur die letzten Zifern ab, die man weglassen kann, wenn man nicht die grösste Schärfe verlangt, wenn man den Sinus nicht genauer als in Zehntausendtheilchen des Halbmessers wissen will.

XIV. Diese Puncte, dergleichen man fast in allen Tafeln in ähnlicher Bedeutung findet, sind gar zu nichts nütze denn wer nicht ohne durch ein solches Tüpfelchen daran erinnert zu werden, merken kann, daß ihm freysteht von Decimalzifern die niedrigsten wegzulassen, wenn er die Sachen nicht in der grösten Schärfe sucht, der ist nicht werth trigonometrische Tafeln zum Aufschlagen in die Hände zu nehmen.

XV. Der Gebrauch dieser Differenzen wäre folgender: Man wollte z. E. den Sinus von 28° 4′ 12″ wissen.

Sin. 28° 4′ = 4704986
12.42,78 = 513,36
der verlangte Sinus = 4705499

In Gellibrands Tafeln hat dieser Sinus völlig diese Zifern und sogar folgen ihnen noch 36, welche man hier durch die Addition der Zifern nach dem

dem Comma finden würde, wenn man sich über ihnen Nullen vorstellte.

Diese Uebereinstimmung so weit getrieben würde sich freylich nicht wohl in allen Exempeln finden, indessen erhellt hieraus, daß dieser Gebrauch der Proportionaltheile sehr bequem und sicher ist.

XVI. Für die Sinus über 45 Grad, ist der Unterschied welcher einer Secunde zugehört jedem Paare nächst nach einander folgender beygesetzt.

Die Ursache ist wohl, weil nun die Sinus viel langsamer wachsen als ihre Bogen, und also nur allenfalls bey kleinen Bogen von einer Minute sich annehmen lässt, daß sich das Wachsthum des Bogens wie des Sinus seines verhalte.

XVII. Bey allem Uebrigen was in den Tafeln vorkömmt, den Tangenten, Secanten, und allen Logarithmen der trigonometrischen Linien, ist auch neben jedes Paar nächst nach einander folgender Glieder einer Spalte, der Unterschied gesetzt der einer Secunde gehört.

Der Unterschied zwischen den Logarithmen der Tangenten von 28° 59 u 60 Minuten ist 2980; mit 60 dividirt giebt 49,66666 und das steht bey diesen beyden Tangenten.

Hat man also

log tang 28° 59′ = 9,7434540

und addirt 496,

So ist log tang 28°59′ 10″ = 9,7435036

In den Gardinerischen Tafeln (28) steht dieser

Logarithme eben so, nur ist seine letzte Zifer 7 wie man leicht einsieht daß sie werden wird, wenn man die niedrigen Zifern betrachtet die bey gegenwärtiger Rechnung weggelassen sind.

XVIII. Nun folgt eine Tafel der Quersinusse, (Sinus versi) und ihrer Logarithmen, auch durch alle Minuten. Die natürlichen Quersinusse sind in Zehnmilliontheilchen des Halbmessers angegeben, obgleich auf dem Titel steht: Radius being 10000. Differenzen sind hier nicht beygefügt. Von 90 Graden ist irrig der Quersinus als 1 mit 6 Nullen angegeben, es sollte eine Null mehr seyn.

Von diesen Tafeln der Queersinusse, wird in der Erklärung Chap. VIII. Gebrauch in der sphärischen Trigonometrie gewiesen. Man s. V. Astr. Abh. 11; 12.

XIX. Auf der letzten Seite dieser Tafeln befindet sich noch eine, Sexagesimalbrüche in Decimale und umgekehrt zu verwandeln.

XX. Die letzten zwey Blätter füllen Tafeln die nur zur Schifkunst brauchbar sind. Des Unterschiedes zwischen Latitude u. Departure; und die Abtheilungen des Compasses auf Grade gebracht.

XXI. Ich muß noch etwas von dem Texte bey diesen Tafeln sagen.

In Sherwins Vorrede, findet man Verbesserungen einer nicht ganz geringen Menge Druckfehler in Logarithmen der gemeinen Zahlen, in Briggs Arithmetica Logarithmica Lond. 1624, und Vlacqs Tafeln zu Goude 1628 gedruckt. Die-

se Verbesserungen bringt Sherwin bey, um die Sorgfalt zu zeigen welche er für die Richtigkeit seines Drucks getragen habe. Sie können aber auch Besitzern jener Tafeln nützlich seyn. Viele hat er selbst bemerkt, andere sind aus Vlacqs Verzeichnisse seiner Druckfehler das aber bey wenig Exemplaren vom Vlacq zu finden ist; daher hat Joh. Newton in s. Trigonometria Britannica, Vlacqs Canon mit allen Druckfehlern abdrucken lassen.

In den natürlichen trigonometrischen Linien hat Sh. sich nach Van Schootens Canon Amsterd. 1627 gerichtet, welcher ohne einigen Druckfehler seyn soll.

Bey der Correctur, haben allemahl wenigstens zweene zugehört, indem einer den Abdruck vorgelesen hat.

Die Tafel der Quersinusse ist aus Jonas Moors System genommen.

XXII. Nach Sherwins Vorrede folgt eine kurze Nachricht des neuen Herausgebers, aus welcher sich schliessen lässt die Einrichtung, den trigonometrischen Zahlen die Differenzen für eine Secunde beyzusetzen, rühre von ihm her.

Sonst hat er in der nachfolgenden Einleitung Halleys Methode Logarithmen zu berechnen, und den Kreis zu quadriren, und Sharps Methode Logarithmen zu berechnen weggelassen und statt ihrer neuere Vorschriften, vom Mac Laurin, Simpson u. s. w. gesetzt. Er ist also mit seiner äl-

tern

tern Landsleuten Arbeiten nicht so gewissenhaft umgegangen, als die Avignoner Herausgeber mit dem Aufsatze des Jonas (21).

XXIII. Dieser Einleitung I. Cap. handelt von den Decimalbrüchen, wobey die Theile eines Pfundes Englischer Münze, imgleichen, die Monate und Tage eines Jahres von 365 Tagen, in Decimalbrüchen angegeben werden. Das II lehrt die Logarithmen der Zahlen in den Tafeln und die einem berechneten Logarithmen zugehörigen Zahlen aufsuchen. Das III. bis V. zeigen Anwendungen der Logarithmen, bey der Regel Detri, Potenzen, u. s. w. besonders Interessen von Interessen. Die folgenden drey Capitel lehren den Gebrauch der trigonometrischen Tafeln, und die beyden letzten enthalten Anwendungen auf die Schiffkunst. Alles ohne Beweise.

XXIV. Diesen Unterricht vollständig zu machen, folgt das XII. Cap. aus Wallisens Algebra, welches die erste Geschichte der Logarithmen erzählt. Methoden, die Logarithmen durch unendliche Reihen zu finden, nebst unterschiedlichem Gebrauche der unendlichen Reihen.

XXV. Eine Tafel der Logarithmen für alle Zahlen bis 100, und für Zahlen die sich nicht in Factoren zerfällen lassen (numeri primi) bis 1097.

Die Logarithmen sind bis auf 60 Decimalstellen berechnet; von Hr. Sharp.

XXVI. Noch Logarithmen für die Zahlen von 99980 bis 1000019 in eben soviel Decimal-

stellen,

stellen nebst vier Differenzenreihen von ihnen.

XXVII. Wie man diese Tafeln brauchen soll, einer gegebenen Zahl Logarithmen, oder eines gegebenen Logarithmen Zahl, auf 60 Stellen zu finden.

Diese Beschreibung ist deutlicher als die Vorschriften sind welche ich 30; V. erwählt habe.

Und als Beyspiele davon, die Logarithmen (I Abh. 96) von 180 Grad u. von 1 Minute, in soviel Decimalstellen.

XXVIII. Die Berechnung der trigonometrischen Linien, durch unendliche Reihen.

XXIX. Tafeln diese Rechnungen zu erleichtern, nähmlich

Potenzen einer Minute in Decimaltheilen des Halbmessers; von der Potenz — 1 bis auf die + 20; auf 27 Decimalstellen.

Producte aus diesen Potenzen, in die ihnen zugehörigen Coefficienten, der Reihen für den Sinus und Cosinus.

Diese Producte, lassen sich so einzeln darstellen, weil in der Reihe für den Sinus, nur die Potenzen des Bogens von ungeraden Exponenten, und in der für den Sinus, nur die von geraden enthalten sind (An. Unendl. 285; 296).

Logarithmen der genannten Potenzen und Producte; diese Logarithmen sind bis auf 22 Decimalstellen berechnet.

XXX. Gebrauch hievon, zu Berechnung der trigonometrischen Linien.

Quadratur des Kreises, durch Reihen.

XXXI. Soweit geht der Text. Die darinnen enthaltenen Lehren sind allerdings so vollständig als man zu Anfangsgründen solcher Rechnungen erfodern kann. Freylich, viele und wichtige Vortheile, in den Rechnungen der gemeinen sphärischen Trigonometrie, in Berechnung der Logarithmen, und der trigonometrischen Linien, Quadratur des Kreises u. s. w welche die Mathematikverständigen diesseits des Canales Hr. Eulern zu danken haben, sind hie nicht beygebracht, und also sind einem Deutschen, nur die eingerückten Tafeln von besonderer Wichtigkeit.

Einige brauchbare Lehren aus dieser Einleitung habe ich in nachstehender V Abh. 11; 12: gebracht.

Die logarithmischen und trigonometrischen Tafeln aber selbst sind so vollständig und so bequem, als nur bey einer so mässigen Grösse zu verlangen ist, und man kann bey ihnen fast Gardiners oder des P. Pezenas seine entbehren, den einzigen Vorzug ausgenommen, den die letztern in Absicht auf die einzelnen Secunden der ersten Grade haben.

Der Preiß ist wie man mich berichtet hat ohngefähr 4 Thlr.

## Clausbergs auf mehr Zifern berechnete Logarithmen.

32) Für die ersten 100 Zahlen finden sich briggische Logarithmen, bis auf 32 Decimalstellen, (also

so in soviel Zifern ohne die Kennzifer) in C. von Clausbergs Demonstrativer Rechenkunst (Leipzig 1732. 8.) im III. Th. 1474 §. Clausberg war erbötig eine Tafel von so weit berechneten Logarithmen bekannt zu machen, er hat aber dazu wohl keine Aufmunterung gefunden. Und nun hat man dergleichen, für mehr Zahlen (30; II; III) und auf mehr Decimalstellen (31 XXV, XXVI.).

Clausberg macht von diesen so weit berechneten Logarithmen, eine Anwendung auf eine Aufgabe die ihm ist vorgelegt worden.

Wenn man die 2 quadrirt, ihr Quadrat wieder quadrirt, diese ihre vierte Potenz wieder quadrirt, diese ihre achte Potenz wieder quadrirt und so fortfährt, also die Reihe 2; 4; 16; 256; u. s. w. bekömmt, so fragt sich, wieviel Zifern dieser Reihe hundertes Glied hat?

Es ist klar daß diese Reihe, lauter Potenzen der 2 enthält, deren Exponenten selbst, die Potenzen der 2 nach der Ordnung sind, nähmlich 1; 2; 4; 8; u. s. w. Das hunderste Glied der Reihe hat also die 99 Potenz der 2 zum Exponenten. Diese Potenz hat V. Cl. berechnet; Sie ist

633825300114114700748351602688

Mit ihr multiplicirt er seinen Logarithmen der 2; nähmlich

0,30102999566398119521373889472449

So kömmt ein Logarithme, dessen Kennzifern sind

190800427345073528122179413680

Diese Zahl, um 1 vermehrt, zeigt, wie viel Zifern

fern das hnnderste Glied der Reihe der Quadrate hat, oder diejenige Potenz der 2 deren Exponent selbst, die 99 Potenz der 2 ist.

## Zimmermanns Sexagesimallogarithmen.

33) Logistica astronomo logarithmica, das ist, die in logarithmische Tabellen verfasste Seragenrechnung .... ans Licht gegeben von M. Joh. Jacob Zimmermann, Matheseos Cultore et Informatore; In der Kunstrechnungsübenden Societät dem Zierenden genannt. Hamb. 1691. 136 Octavseiten.

Zimmermann ist durch andere Arbeiten bekannt; Als: Coniglobien die Scriptura sacra copernizans; Die Uebersetzung von Burnets Theoria Telluris sacra. Und zu gegenwärtigen Tafeln gehören als ihre Anwendung: Auf alle und jede Hypotheses applicable Fundamentalaufgaben von den Sonn- und Mondfinsternissen ꝛc. Hamb. 1691; 93 Octavs.

Die Einrichtung dieser Tafeln ist folgende:

34) Jede Seite hat linker Hand eine schmahle Spalte mit der Aufschrift: Num. Astr. darunter stehen die Zahlen von 0 bis 29 oder von 0 bis 30, also Zahlen, wie die Minuten einer Stunde oder die Secunden einer Minute u. s. w. wachsen könnten.

Die ersten Seiten haben dreyerley Spalten, eine mit A, die andere mit B, die dritte mit C bezeichnet.

Ich

Ich sage dreyerley denn jede dieser ersten Seiten ist halbirt, und hat sechs Spalten, allemahl zwo mit einerley Buchstaben.

Weiter hin, hören die Spalten C auf, und bleiben nur die beyden übrigen, drey Paar auf einer Seite.

Endlich fallen auch die B weg, und sind nur die mit dem ersten Buchstaben da, sechs auf einer Seite.

35) Unter A steht als eine zweyte Ueberschrift jeder solcher Spalte 0. 0; 0; 1; 0; 2... auf der Seite wo C zuerst fehlt 0 24 und auf der wo B zuerst fehlt 1. 0 die letzte Spalte A hat zur zweyten Ueberschrift 4. 59.

Wenn man annimmt eine solche Ueberschrift bedeute Grade und Minuten; in ihrer Spalte herunter geht, bis an eine Zeile der Spalte Num. Astr. was in dieser Zeile selbiger Spalte steht für Secunden annimmt, und also sich einen Bogen in Graden, Minuten, Secunden, gegeben vorstellt, so steht in der Spalte A, bey dem angenommenen Num. Astr. der Logarithme der Menge von Secunden die auf diesen Bogen gehn, mit seiner Kennzifer und den ersten fünf Decimalzifern.

Unter A 4. 59. in der Zeile Num. Astr. 44; steht 425489; Nähmlich $4^{\circ}\,59'\,44'' = 17984''$ und log 17984 = 4,2548863

Also enthalten die Spalten A; die Logarithmen aller Mengen von Secunden, die auf alle Bogen von einer Secunde bis fünf Grad gehn.

Und folglich enthalten diese Spalten allein, schon vielmehr Logarithmen, und nach einer viel natürlichern Anordnung, als die Tafel der logistischen Logarithmen. (29).

36) Die Spalten B haben zu ihren zweyten Ueberschriften, 0.0; 0.1; u. s. w. die letzte 0.59. Man kann sich also vorstellen, was in jeder dieser Spalte vorkömmt, bezieht sich auf soviel Minuten als die Ueberschrift anzeigt, welche Minuten noch keinen ganzen Grad ausmachen, und dazu soviel Secunden als die danebenstehende Zahl in der Spalte Num. Astr. anzeigt.

Z. E. in der letzten dieser Spalte; unter 0.59 und neben Num. Astr. 46; müsste ein Logarithme stehen der zu der Menge von Secunden gehörte die in $59' 46'' = 3586''$ enthalten sind.

Daß nun der hieher gehörige Logarithme nicht der selbst, von 3586 ist, begreift man leicht daraus weil dieser schon in einer Spalte A steht, also gegenwärtige überflüssig wären.

Wie aber diese Logarithmen, mit den ihnen zugehörigen Zahlen zusammenhängen habe ich so entdecket: der letzte, also zu $59' 59''$ heisst 999988; und weil nach der Aehnlichkeit der vorhergehenden Spalte zu schliessen, die höchste Zifer die Kennzifer ist, so würde bey dem nächstfolgenden Bogen, wenn diese Spalten bis zu selbigen fortgesetzt wären, also bey 1°; wohl als Logarithme 10 stehen. Weil nun der Grad 3600 Secunden hält, und $\log 3600 = 10 - 6,4436975$ so muß jeder Logarith-

garithme in den Spalten B, um das was hier von 10 abgezogen wird, größer seyn, als der Logarithme der Menge von Secunden, welche den Bogen ausmacht, dem dieser Logarithme zugehört.

Ob ich richtig geschlossen habe, kann ich gleich im angeführten Exempel durch die Rechnung prüfen

log 3586 = 3,5546103
10 — log 3600 = 6,4436975

Summe 9,9983078
In B steht 9,999831

Bedeutet also b eine Menge von Secunden die keinen ganzen Grad ausmachen, und sucht man die Minuten die diese Menge beträgt, in den Ueberschriften der Spalten B, die noch dazu gehörigen Secunden in den Spalten Num. Altr; heisse ferner log in B der Logarithme den man auf diese Art bestimmt; so ist

log in B = 10 + log b — log 3600

37) Jeder solche Logarithme in B ist also der logistische Logarithme eben des Bogens (29) von 10 abgezogen.

Im Exempel

log logist von 59′ 46″ = 0,0017
abgezogen von 10

9,9983

Und so stehn also unter B; was man arithmetische Ergänzungen der logistischen Logarithmen (complementa arithmetica) nennen könnte.

## Arithmetische Ergänzung.

38) Man heisst nähmlich auch bey den Logarithmen der Sinusse, derselben arithmetische Ergänzung, was übrig bleibt, wenn man einen solchen Logarithmen, von dem Logarithmen des Halbmessers abzieht.

Die Art wie ich im Vorhergehenden mit den Logarithmen der Sinusse gerechnet habe, hat mir dieses Kunstwort, und Regeln mit der arithmetischen Ergänzung zu rechnen entbehrlich gemacht. Man begreift nähmlich leicht, daß solche arithmetische Ergänzungen sind gebraucht worden, wo man den Halbmesser = 1 gesetzt hat.

39) Wenn man also zu Etwas einen logistischen Logarithmen addiren soll, darf man nur dazu 10 addiren und von der Summe den Log. in B abziehn. Und so umgekehrt mit dem Abziehn.

So hat man also in B den logistischen Logarithmen Gleichgültige für alle Secunden bis 59′ 59″.

In Gardiners Tafeln gehn freylich die logistischen Logarithmen noch weiter (29) aber in andern auch nur bis 1°. Als in der Connoiss. des mouvemens celestes für 1764; 164 u. f. S. So vollständig sind also auch gegenwärtige in B.

40) Die Spalten C haben zu ihren zweyten Ueberschriften 0.0; 0. 1; u. s. w. die letzte 0.24. In der letzten Spalte steht als der letzte Logarithme dieser Spalten, in einer Zeile mit Num. Astr. 59; der Logarithme 999970; Wenn ich den wie-

der

der so verstehe, daß seine erste Zifer die Kennzifer ist, und ihr fünf Decimalzifern folgen, so kann ich leicht vermuthen daß der nächstfolgende Logarithme in diesen Spalten, wenn sie weiter fortgingen 10 wäre. Dieser aber müsste in eine solche Spalte gehören die 24.0 zur Aufschrift hätte, und in ihr, zu Num. Astr. 0.

Wenn ich die Aufschriften dieser Spalten als Zahlen von Secunden ansehe, und bemerke daß 24 H = 1440 M; und 10 — log 1440 = 6, 8416374 so kann ich, nach der Aehnlichkeit dessen was ich bey nächstvorherstehenden Spalten gefunden habe, folgendes muthmassen.

Wenn die Ueberschrift einer Spalte C Stunden bedeutete, zu einer solchen Anzahl Stunden, soviel Minuten kommen als durch eine Zahl in der Spalte Num. Astr. angedeutet werden, und diese Zeit zusammen in Minuten ausgedruckt wird;

Wenn man ferner zu den Logarithmen dieser Menge von Minuten 10 — log 1440 addirt;

So kömmt der Logarithme heraus, welcher in dieser Spalte, in der Zeile des angenommenen Num. Astr. steht.

Diese Muthmassung wird nun wieder durch die Rechnung gewiß.

Im Exempel sind 24 H 59 M = 1439 M

log 1439 = 3,1580608

10 — log 1440 = 6,8416374

9,9996982

41) Diese Logarithmen sind also gleichsam arithmetische Ergänzungen logistischer Logarithmen für Stunden und Minuten; wobey hier die Menge der Minuten in einem Tage, eben so angebracht ist, wie bey den gewöhnlichen logistischen Logarithmen, die Menge der Secunden in einem Grade.

42) Nur deßwegen sind die Logarithmen in B und in C nicht einerley weil bey jenen 3600, bey diesen 1440 auf einerley Art ist gebraucht worden; sonst kämen die Logarithmen aller Stunden bis 24 und ihre Minuten schon unter den Logarithmen aller Minuten bis 60 und ihrer Secunden vor.

43) Nach der gegenwärtigen Einrichtung lassen sich doch die Zahlen angeben denen in beyden Spalten einerley Logarithmen zugehören, obgleich diese Zahlen selbst nicht einerley sind.

Nähmlich weil $3600 = 5.12.60$ und $1440 = 2.12.60$ so setze man in B gehöre ein gewisser Logarithme der Zahl m, nähmlich die Menge Secunden, die auf eine gewisse Menge Minuten und ihnen zugehörigen Secunden gehen, und eben so ein Logarithme in C der Zahl n.

So ist

$\text{Log m in B} = \log m + \log 10 - \log 5 - \log (12,60)$
$\text{Log n in C} = \log n + \log 10 - \log 2 - \log (12,60)$

Also sind beyde gleich wenn $2m = 5n$

## Gebrauch der logistischen Logarithmen.

44) Man begreift daß sie bey Rechnungen an-

zuwenden sind, wo die Glieder einer Proportion Minuten und Secunden sind.

Ich will das Exempel beybringen das Hr. de la Lande von ihrem Gebrauche giebt. Astr. 3171. der 1. Ausg. und in den dieser Ausgabe beygefügten Tafeln 36 Seite.

Des Mondes Durchmesser verhält sich zu seiner Horizontalparallaxe zu Paris*) wie 30′ : 54′ 56″. Wenn man also seinen Durchmesser zu der Zeit da seine Horizontalparallaxe 54′ 35″ ist berechnen wollte, so machte man die Proportion

54′ 56″ : 30′ = 54′ 35″ : D

Da brauchte man denn die logistischen Logarithmen folgendergestalt;

log logist 30′ = 0, 3010; davon abgezogen
log logist 54′ 56″ = 0, 0383

---

beständ. Logar. = 0, 2627 addirt zu
log logist 54′ 35″ = 0, 0411

---

log logist D = 0, 3038
giebt D = 29′ 49″



*) Wenn man die Erde als ein Sphäroid ansieht, so ist bey einem gegebenen Abstande des Mondes vom Mittelpuncte dieses Sphäroids, doch seine Horizontalparallaxe nicht überall auf der Erde einerley, daher wird hier die für Paris genannt-

## Gebrauch von Zimmermanns Sexagesimal-Logarithmen statt der logistischen.

45) Ich nehme dazu die aus der Spalte A, so ist

log sex 30′ = 3,25527; davon abgez.
log sex 54′56″ = 3,51799

beständ. Logar. = 0,73728 — 1 addirt zu
log sex 54′35″ = 3,51508

giebt D = 29′ 48″

Wenn ich mit einer Art dieser beyden Logarithmen rechnen muß, so werde ich Zimmermanns seine wählen.

Da sie würkliche Logarithmen der Menge von Secunden sind, so befriedigt mich gleich diese ihre natürliche Einrichtung mehr, als das gekünstelte der logistischen, die zu Quotienten von 3600 mit solchen Mengen dividirt gehören.

Und für meine Bequemlichkeit, selbst für meine Augen, und ohne Zweifel auch für die Augen eines viel jüngern Rechners als ich bin ist es gewiß nicht einerley, Logarithmen auf Octavseiten aufzusuchen, oder auf Folioseiten, deren jede 24 Spalten und 60 Zeilen hat. Wenn ich genöthiget wäre in einem solchen Abdrucke der logistischen Logarithmen sehr oft Fächer zu suchen die einer gegebenen Spalte und einer gegebenen Zeile gemein sind, so würde ich ein Paar Liniale jedes etwa von

9 Zoll brauchen, eines an die Spalte das andere an die Zeile legen.

Diese Erinnerung gilt freylich nicht gegen Abdrücke der logistischen Logarithmen in Octav, wie der in der Conn. des m. c.

## Beyderley Logarithmen, die Logistischen und Sexagesimalen sind ganz entbehrlich.

46) Die Absicht derer welche solche Logarithmen berechnet haben ist gewesen daß man bey Rechnungen mit sechzigtheilchen Brüchen nicht nöthig haben soll Grade, Minuten, und Secunden in einander zu verwandeln.

Diese Verwandelung ist nur mühsam, wenn sie durch Multipliciren oder Dividiren geschehen muß.

Aber, Tafeln die weder sehr weitläuftig noch sehr mühsam zu verfertigen sind, geben solche Verwandlungen durch Addiren oder Subtrahiren.

Und da man nach dergleichen Verwandlung, die gewöhnlichen Logarithmen bequem gebrauchen kann, so sehe ich nicht warum man statt ihrer so mühsam andere berechnet hat, die noch dazu in weniger Zifern angegeben sind, und daher nicht verstatten, die Rechnung so scharf zu führen.

Ich füge diese Tafeln am Ende gegenwärtiger Abhandlung bey.

Aus einer solchen Tafel wird das Exempel folgendergestalt berechnet.

30 Min. = 1800 Sec.
54 = 3240
56
3296
54 = 3240
35
3275

Also 3296 : 1800 = 3275 : D
log 1800 = 3,2552725
abgez. log 3296 = 3, 5179872
best. log = 0,7372853 — 1
addirt zu log 3275 = 3,5152113
log D = 3,2524966
gehört zu 1788,5 Secunden
29 Min. = 1740
D = 29′ 48″,5

Ich habe mit Fleiß diese ganze Rechnung hergesetzt damit man zwischen ihr und den andern wählen kann.

Zweytes Exempel. In 24 Stunden beträgt eines Planeten eigne Bewegung 4 Gr. 32 Min. 27 Sec. Man fragt wieviel sie in 21 St. 39 M. beträgt *) ?

Die

*) Der Planete ist Merkur; das Exempel steht in Eisenschmids Einleitung zu den unten (63) angeführten Tafeln auf dreyerley Art berechnet, es kömmt allemahl eben das Facit.

Die Proportion ist

24 H: 21 H 39 M = 4° 32′ 27″: Q

4° = 14400″

32′ = 1920

27

16347

21 H = 75600 S

39 M = 2340

77940

Also 86400: 77940 = 16347: Q

log 16347 = 4,2134381

77940 = 4,8917604

Summe = 9,1051985

log 86400 = 4,9365137

log Q = 4,1686848

giebt Q = 14746″

4° = 14400

Rest = 346

5′ = 300

46

Also Q = 4° 5′ 46″

Ich habe dieses Verfahren, schon III. Astr. Abh. 419; 420; angezeigt, es war aber nicht überflüssig es bey gegenwärtiger Veranlassung im Zusammenhange zu erklären.

Logarithmen für Zahlen bis Hunderttausend setzt es freylich zum Voraus. Wer diese nicht hat, dem geben allerdings die logistischen, oder die sexagesimalen Logarithmen eine Bequemlichkeit. Aber unzählige andere Bequemlichkeiten wird er entbehren, die ihm diese Logarithmen nicht verschaffen.

Er müsste denn Verhältnisse in gemeinen Zahlen ausgedruckt, auf Sexagesimalzahlen bringen z. E. 16347: 77940 durch 4° 32′: 21° 39′ ausdrucken, da könnte er diese Logarithmen statt grosser gemeiner brauchen. Einen hierauf hinauskommenden Vorschlag thut wirklich Eisenschmid in der Einleitung die ich vorhin in der Note anführte 32 S. Ich vermuthe nicht daß man es bequem finden wird, grosse Zahlen zu wiederhohlten mahlen mit 60 zu dividiren und so als Sexagesimalbrüche auszudrucken. E. räth das nur, weil bey seinen Tafeln gar keine Logarithmen für gemeine Zahlen sind.

## Strauchs Tafeln.

47) Aegidius Strauch, welcher im vorigen Jahrhunderte, Professor zu Wittenberg gewesen ist, und unterschiedene damals brauchbare Einleitungen in Theile der Mathematik herays gegeben hat, hat auch Tabulas per vniuersam Mathesin apprime vtiles veranstaltet, die in Duodez oder sehr klein Octav zu unterschiedenen mahlen gedruckt sind. Zum trigonometrischen Gebrauche enthalten sie durch alle Minuten die Sinus und

Tan-

Tangenten nebst derselben Logarithmen, imgleichen die Logarithmen der Zahlen bis 10000. Hiebey ist nichts besonders, als in einer bequemen Art viel Logarithmen in einen engen Raum zu bringen. Es hat nähmlich bey den Logarithmen der gemeinen Zahlen jede Seite linker Hand eine Spalte in der die Zahlen von 0...33; von 34...67 von 67...100 herunter gehen: Ferner ist jede Seite in Spalten abgetheilt in den Logarithmen stehn und über jeder Spalte steht eine Zahl die ein Vielfaches von 100 ist. Wenn also zu diesem Vielfachen, jede der Zahlen in den Spalten linker Hand gesetzt wird, so hat man die Zahl welche jeder Logarithme in dieser Spalte zugehört. Z. E. von 3479 findet man über einer Spalte 3400, und in der Spalte linker Hand, 79; Also in jener Spalte und zugleich in der Zeile wo 79 linker Hand stehet, den Logarithmen von 3479. Eine Seite hat fünf Spalten, und enthält so 170 Logarithmen, und weil man diese Duodezseiten mit einem Blicke übersehen kann, ist das Aufsuchen bequem. Auserdem enthält diese Sammlung den Canon der Sexagenen, und viel Tafeln zur sphärischen und zur theorischen Astronomie, und ist daher im vorigen Jahrhunderte zu astronomischen Rechnungen sehr brauchbar gewesen. Ich weiß daß der seel. Mayer hier sich noch mancher Tafeln daraus bedient hat. Strauchs Bemühung den Liebhabern der Astronomie Tafeln für einen mässigen Preiß zu verschaffen, verdiente wohl jetzo eine Erneuerung, da

man

man statt seiner Tafeln die jetzo brauchbaren setzen müsste.

Ich habe von diesen Tafeln eine wittenbergische Ausgabe von 1662 besessen, sie sind aber zu wiederhohlten mahlen noch aufgelegt worden. Eine der neuern Ausgaben ist von Grünebergen Prof. zu Frankf. an der Oder besorgt worden, wo ich mich nicht irre unter dem Titel Pandora tab. math. denn selbst habe ich sie nicht gesehn. Leonh. Christian Sturm aber giebt ihr mehr als 1000 grosse Fehler schuld, die er gleichwohl dem Herausgeber nicht zurechnet. Dieser Sturm, damaliger Prof. der Math. zu Wolfenbüttel, hat eine neue Ausgabe der Strauchischen Tafeln besorgt: Aegidii Strauchii Tabellen der Sinuum... denen... beygefügt Leonh. Christ. Sturmii sehr nützl. Handbüchlein vor alle Baumeister u. s. w. Amst. 1700 auch mit lateinischen Titel und Einleitung: Strauchii Tabulae: Accessere L. Chr. Sturmii Tabulae planae nouae Sturms Zusätze gehören wie leicht zu erachten ist, meistens zur Baukunst, Fortification und practischen Geometrie, sie führen den Titel: Vade mecum Architectonicum.

## Nepers Logarithmen.

48) Eine so brauchbare Erfindung als die Logarithmen sind, verdient doch wohl, daß man etwas von ihrer ersten Gestalt kennen lernt, ob man sie gleich unter dieser ersten Gestalt nicht mehr braucht.

Mirifici Logarithmorum Canonis descriptio. Authore ac inuentore Ioanne Nepero Barone Merchistonii etc. Scoto, ist zu Edinburg 1614 in 4 herausgekommen.

Den Tafeln ist eine Einleitung vorgesetzt, wo die Erklärung der Logarithmen besonders deßwegen merkwürdig ist, weil schon sie zeigt wie genau die Logarithmen mit der Rechnung des Unendlichen zusammenhängen. Logarithmus cuiusque Sinus heisst es L. I. cap. 1. def. 6. est numerus, quam proxime definiens lineam, quae aequaliter creuit, interea, dum Sinus totius linea proportionaliter in sinum illum decreuit, exsistente vtroque motu synchrono, atque initio aequiueloce.

Neper nimmt den Sinustotus, zehn Millionen an, setzt dessen Logarithmen = o; die Logarithmen kleinerer Zahlen, also der Sinusse, bejaht, die Logarithmen grösserer, also der Tangenten über 45 Grad, verneint.

Wenn ein Punct in gleichen Zeittheilen, gleiche Stücke seines Weges zurücklegt, so heisst das beym Neper, die Linie auf welcher er geht ändert sich aequaliter.

Wenn ein Punct von einer Linie die Länge P beschrieben hat, und alsdenn in einer gewissen Zeit = t; die Länge p vom Ende der Länge P an gerechnet, beschreibt, ferner auf eben der Linie, die Länge Q beschrieben hat, und nun auch in der Zeit t, die Länge q vom Ende der Länge Q an gerechnet beschreibt. Und wenn P : p = Q : q; oder:

Wenn

Wenn die Stücke die ein Punct seinen schon zurückgelegten Wegen in gleichen Zeiten zusetzt, sich allemahl verhalten wie die schon zurückgelegten Wege, so sagt Neper, die Linie ändere sich proportionaliter.

Man sieht leicht daß dieses in den Ausdrückungen der Rechnung des Unendlichen heisst, $\frac{dz}{z}$ ist unveränderlich, wenn z den zurückgelegten Weg bedeutet.

Bey Nepern ist z die Linie, um welche der Sinustotus hat abnehmen müssen, bis der Sinus eines gewissen Bogens daraus geworden ist.

Z. E. Für 30 Grad ist z fünf Millionen.

## Wie Nepers Logarithmen mit den natürlichen zusammenhängen.

49) Der Zahl y gehöre in einer logarithmischen Linie deren Subtangente b ist, der Logarithme x; Also sey $dx = \frac{b\,dy}{y}$ folglich $x = b.\ \text{lognat}\ y + \text{Const.}$

Nun setze man der Logarithme dieses Systems soll $= o$ seyn wenn die Zahl m wird. So wird Const. $= -b\ \text{lognat}\ m$ und $x = b.\ \text{lognat}\ \frac{y}{m}$

dx: dy verhalten sich wie die Geschwindigkeiten mit denen sich Logarithme und Zahl ändern (An. Un. 42) Sollen diese Geschwindigkeiten also bey der

Zahl

Zahl m einander gleich seyn, so ist b = m; und

$$x = m.\ \text{lognat}\ \frac{y}{m}$$

Für die Neperischen Logarithmen ist m = zehn Millionen. Und weil Neper, sie von dieser Zahl, nähmlich dem Sinus totus anfängt, so geben seine Worte initio aequiv. die erwähnte Bestimmung der Subtangente.

Nur das ist noch Nepern eigen, daß er der Zahlen unter 10 000 000 ihre Logarithmen, bejaht, der grössern ihre, verneint setzt.

Der natürliche Logarithme von $\frac{y}{m}$ aber, ist für jene verneint, für diese bejaht.

Das zusammen giebt also folgendes;

$$\text{log n e p}\ y = -\ m.\ \text{lognat}\ \frac{y}{m}$$

$$\text{Und lognat}\ \frac{y}{m} = -\ \frac{1}{m}\ \text{log n e p}\ y$$

50) Aus dem natürlichen Logarithmen einer Zahl fände man also den neperischen einer Zehnmillionenmahl grössern Zahl so: man multiplicirte den natürlichen Logarithmen mit 10 Millionen, und verwandelte des Products Zeichen ins entgegengesetzte.

Aus dem neperischen Logarithmen einer Zahl aber, fände man den natürlichen einer Zehnmillionenmahl kleinern so: Man dividirte den neperischen mit

Zehnmillionen, und verwandelte des Products Zeichen ins entgegengesetzte.

51) Da man öfters natürliche Logarithmen nöthig hat, besonders in der höhern Mechanik, so könnte man auf den Einfall gerathen, sie aus Nepers Tafeln zu nehmen.

Dabey aber wäre folgendes zu bedenken.

Die Zahlen, für welche Logarithmen in der Tafel stehn, ändern sich nicht durch einzelne Einheiten, sondern sprungweise, wie sich Sinus durch die Minuten ändern. Also findet man in der Tafel nicht jeder Zahl neperischen Logarithmen wenn sie gleich innerhalb der Gränzen der Tafel fällt.

Aus einem ähnlichen Grunde, kann man die jetzo gebräuchlichen Logarithmen der Sinusse und Tangenten nicht gebrauchen, in ihnen die Logarithmen jeder grossen Zahl, die Millionen und darüber beträgt aufzusuchen, wenn man auch gleich neben ihnen die Sinus und Tangenten selbst für den Sinustotus Zehntausendmillionen stehen hätte.

Was man thun müsste, wenn man ja die Logarithmen der Sinusse und Tangenten, so als Logarithmen gemeiner Zahlen brauchen wollte wäre, daß man was zwischen ein paar nächste Zahlen der Tafeln fiele, durch Proportionaltheile berechnete.

Da Neper in der erwähnten Ausgabe seiner Tafeln keine andern Logarithmen als für die trigonometrischen Linien hat, und doch auch vermittelst ihrer, Aufgaben aus der gemeinen Trigonometrie auflösen will, so zeigt er zwar, wie man jene Logarithmen

rithmen, zu den gemeinen Zahlen, auch zu solchen die nicht ausdrücklich in den Tafeln stehn, anwenden könne, erinnert aber selbst daß dieses noch vollkommner und leichter müsse gemacht werden.

52) Ein anderer Grund warum man die neperischen Logarithmen jetzo nicht in natürliche verwandeln wird ist der, daß sie in den letzten Zifern nicht scharf genug berechnet sind, wie man ohne dieß leicht vermuthen wird, wenn man erwägt, daß ihrem Erfinder so viel neuere Kunstgriffe fehlten.

Man kann sich hievon durch eine leichte Probe überzeugen. Für 30 Grad ist $y = 5000000$; also muß der neperische Logarithme des Sinus von 30 Graden, Zehnmillionenmahl so groß seyn, als der natürliche der Zahl 2. Es sind aber, die natürlichen Logarithmen aus Hausens El. Arith. Prop. 27 genommen.

log nep sin $30° = 6931469$
lognat 2 $= 0,693147180$

Zweytes Exempel. Für den Halbmesser 1; ist $\text{Sin } 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$ also desselben natürlicher Logarithme $= -\frac{1}{2}$ lognat 2 folglich log nep sin $45°$ $= +$ m. $\frac{1}{2}$ lognat 2; Es ist aber

$\frac{1}{2}$ lognat $2 = 0,346573590279972$

Dieß Zehnmillionenmal genommen, giebt den neperischen Logarithmen dieses Sinus.

In Nepers Tafeln ist der Logarithme

3465735

Also wie er seyn soll, nur daß die letzte Zifer, wegen der weggelassenen Decimalbrüche besser um 1 wäre vergrössert worden.

53) Ich suche die Zahl deren Neperischer Logarithme = 1.

Sie sey = f; So ist $1 = -m \log nat \frac{f}{m}$;

Folglich $-0,00000001 = \log nat \frac{f}{m}$

In der Reihe also welche die Zahl aus ihrem Logarithmen finden lehrt, An. Un. 221; setze man

| dorten | a | x | 1 + u |
|---|---|---|---|
| | | $-^7$ | f |
| hier | 1 | $-1$ | $\frac{}{m}$ |

Also ist $\frac{1}{2} X^2 = \overset{-15}{+} 5$; $\frac{1}{6} X^3 = \overset{-22}{-} 166...$

$u = -0,000\,000\,099\,999\,995$

$1 + u = \quad 0,999\,999\,900\,000\,005$

Dieses Zehnmillionenmahl genommen, giebt

$f = 9999999,000\,000\,05$

Dieser Zahl Logarithmen, müsste Neper seinem Systeme gemäß = 1 gesetzt haben.

Eben das findet sich auch so:

Wenn $\log nat\, e = 1$; So ist $\log nat\, e = m$.

$\log nat \frac{m}{f}$ also $f = m.e^{-0,00000001}$

Wenn man diesen Exponenten von e in An. Un. 240; statt x setzt, bekömmt man eben die Reihe.

Basis eines logarithmischen Systems heisst die Zahl deren Logarithme in dem Systeme = 1 ist; (Euler Introd. in analys. inf. Lib. I. 103) so ist des Briggischen Systems Basis = 10 (Euler a. a. O.) des natürlichen e = 2,71828.. (An Un. 228) und des neperischen die jetzt gefundene Zahl f.

54) In Nepers Tafeln aber steht 1 als Logarithme beym Sinus von 89° 59′. Dieser Sinus selbst aber ist eine 1 mit sieben Nullen, eben wie der Sinustotus gleich über ihm.

55) Den Cosinus einer Minute, nach An. Un. 296 finde ich aus den beyden ersten Gliedern der Reihe, mit Beyhülfe von Ludolfs Quadrattafeln (Tetragonometria tabularia Ien. 1712; 41°).

= 0,999 999 957 98241

56) Der Cosinus einer Minute, mit zehn Millionen multiplicirt giebt die Zahl deren Logarithme Neper = 1 gesetzt hat, wofern er in völliger Schärfe 1 für den Logarithmen des Sinus von 89°59′ genommen hat; Diese Zahl wäre gleichwohl von der die er hätte nehmen sollen (53) weit unterschieden. Vermuthlich aber hat er nur anzeigen wollen daß 1 beynahe der Logarithme dieses Sinus ist, welches auch dadurch bestätiget wird, daß Neper statt dieses Sinus den Sinustotus noch einmal hingeschrieben, und also ihn nicht in grosser Schärfe angegeben hat. Es sieht daher in Nepers Tafeln seltsam aus, daß zehn Millionen zweymahl gleich untereinander stehn, und als Logarithme, neben den einen 0 neben den andern 1.

57) Hr. Karsten Lehrbegr. der Math. II Th. 146. §. setzt Neper habe 1 für den Logarithmen von 9 999 999 angenommen, und sucht es dadurch zu bestätigen, daß er die ersten Glieder dieser Progression berechnet, deren Logarithmen 2; 3; 4; 5; 6; sind. Es findet sich allerdings, daß wenn diese Logarithmen unter Nepers seinen vorkommen, neben ihnen die Glieder der Progression stehn. Ich habe es noch einige Glieder weiter getrieben, und für den Logarithmen 11 eben die Zahl bekommen die bey Nepern daneben steht, es versteht sich mit Weglassung kleiner Brüche.

Die Progression ist nähmlich

$$m;\ m-1;\ \left(\frac{m-1}{m}\right)^2 .m;\ \ldots$$ so daß ihr ntes Glied; $$\left(\frac{m-1}{m}\right)^{n-1} .\ m$$ dessen Logarithme $n-1$; der Exponent der Progression ist $\frac{m-1}{m}$; oder:

Wenn man von einem Gliede desselben Zehnmillionntheil abzieht so kömmt das folgende heraus. So hat Hr. K. gerechnet und so habe ich ein paar Glieder weiter gerechnet.

Indessen, ob Neper wirklich diese Progression angenommen hat, das liesse sich nur sicher beurtheilen, wenn man Glieder die von ihrem Anfange etwas entfernt wären berechnete, und sähe was Neper für sie für Logarithmen angiebt.

Ich

Ich habe davon nur eine kleine Probe gemacht. Ich finde 109 bey Nepern als Logarithmen des Sinus von 89°44′ und dieser Sinus selbst ist bey ihm, 9999892

Ich suche also nach dem Binomischen Lehrsatze die Potenz von $1 - \frac{1}{m}$ deren Exponent 109 ist. Ich habe von ihr das erste und drey der folgenden Glieder zusammen gerechnet und finde diese Potenz 0,99998910005885; diese mit Zehnmillionen multiplicirt, giebt eine Zahl welche von Nepers Sinus in der letzten Zifer unterschieden ist.

Neper könnte aber seinen Logarithmen doch wohl neben eine Zahl gesetzt haben, die der welche er eigentlich zugehört so nahe ist.

Zur Entscheidung müsste man also einen viel grössern neperischen Logarithmen nehmen. Aber bey einem so grossen Exponenten der Potenz, gäbe der binomische Lehrsatz keine Näherung und die Potenz selbst durch die Multiplication zu machen, wäre wohl die Zeit verschwendet, wenn man weiter nichts daraus lernte, als wie Neper seine Logarithmen, die man nicht mehr braucht, berechnet hat. Denn wie er sie würde berechnet haben, wenn er nach ihm erfundene Wahrheiten, zu deren Aufsuchung aber in der That erst seine Erfindung veranlasste, gekannt hätte, das weiß man (53).

Hr. K. Verfahren die Basis die Neper ange-

nommen hat, aufzusuchen ist aus fogenden Ursachen unsicher.

Man weiß nicht, ob bey irgend einem Sinus, nur den Sinustotus ausgenommen, genau das steht was ihm als Logarithme nach Nepers Gedanken zugehörte, oder ob nur Zahlen und Logarithmen so beysammen stehn wie sie beynahe zusammen gehören, so stehen sie wenigstens im briggischen Systeme beysammen.

Wenn man also auch die Basis die Neper wirklich angenommen hat wüsste, und nach derselben Logarithmen berechnete, so würde man doch vielleicht nicht völlig die herausbringen die Neper in seine Tafeln gesetzt hat.

Nimmt man aber eine Basis an, die nur der die Neper angenommen hatte ziemlich nahe kömmt, so kommen freylich die ersten Logarithmen, die man aus dieser Basis berechnet, den ersten neperischen auch nahe, aber daraus lässt sich nicht schliessen, daß man die von Nepern angenommene Basis errathen hat.

So könnte es sich mit der Basis die Hr. K. angiebt, verhalten, sie ist ziemlich nahe bey der welche das neperische System erfodert; (53) und kann daher im Anfange neperische Logarithmen beynahe geben ohne daß sie deßwegen wirklich die ist die Neper angenommen hat.

Daß aber Neper seine Logarithmen neben Zahlen gesetzt hat, denen sie nicht in grösster Schärfe zugehören, ist klar, weil er 1 als Logarithme neben

den

den Cosinus einer Minute setzt, und für diesen Cosinus selbst zehn Millionen setzt (56) daß aber dieser Cosinus grösser ist als zehn Millionen um 1 vermindert, und etwas seiner richtigern Grösse ziemlich nahes (55) hat Neper gewiß gewusst, denn man hatte zu seiner Zeit schon die Sinus noch weiter als auf Zehnmillliontheile des Halbmessers berechnet. Neper hat also seine Logarithmen nur neben solche Zahlen gesetzt, denen sie am nächsten zugehören, wenn man den Halbmesser nicht genauer als in Zehnmilliontheilchen theilen will. Also lässt sich aus seinen Logarithmen, und den neben ihnen stehenden Zahlen, nichts sicheres von der Basis die er angenommen hat schliessen.

58) Uebrigens erhellt daß Nepers Ausdrückungen sich sogleich in die jetzt gewöhnliche Sprache der Rechnung des Unendlichen übersetzen lassen (50) wenn er zur Erläuterung Linien vorstellt die von Puncten beschrieben werden, so braucht er die Redensarten: fluxus puncti; fluat punctum, und da er die Wege welche die Puncte in gleichen Zeiten beschrieben mit einander vergleicht, so führt dieses natürlich auf Vergleichung der Geschwindigkeiten.

So ähnlich ist hier Nepers Vortrag, dem Anfange eines Buches über die Flurionenrechnung welches auch Mac Laurin erinnert hat. Treatise of Fluxions B. I. 151.

## Die Einrichtung von Nepers Tafeln.

59) Jede Seite hat sieben Spalten.

Zahlen von dreyssig Minuten eines Grades, gehen in der ersten Spalte linker Hand von oben herunter, und in der siebenten, oder der äussersten rechter Hand, von unten hinauf. Sie sind mit ihren Graden so zusammengeordnet, daß wie gewöhnlich ein Bogen und seine Ergänzung in einer Zeile stehen.

In der zweyten und sechsten Spalte, stehen eben so der Bogen Sinus und Cosinus, für den Halbmesser zehn Millionen, und also wie in den gemeinen Tafeln.

In der dritten und fünften Spalte derselben Logarithmen.

In der vierten, also mittelsten Spalte, unter der Aufschrift Differentiae; die Unterschiede der Logarithmen jedes Sinus und seines Cosinus. Jeder solcher Unterschiede ist also ein Logarithme einer Tangente, unter oder über 45 Grad, nachdem er bejaht oder verneint genommen wird.

Tangenten selbst stehen nicht in Nepers Tafeln. Neper nimmt aber an daß man Tafeln für sie habe, wenn man seine Logarithmen mit als Logarithmen gemeiner Zahlen in der ebenen Trigonometrie brauchen will, da man zuweilen eine solche Zahl, und allemahl Zahlen die über Zehnmillionen betragen, unter den Tangenten aufsuchen, und hie nachsehen soll was ihnen für Logarithmen zugehören.

## Stifels Gedanken, als Vorbereitungen zu den Logarithmen.

60). Arithmetica integra authore Michaele Stifelio ist mit Melanchthons Vorrede zu Nürnb. 1544; in 4. herausgekommen. Im 1. Buche 4 Cap. von den geometrischen Progressionen finden sich geometrische und arithmetische Progression so zusammengeordnet:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 |

und wird erinnert, was bey der geometrischen Progression 1 ist, sey bey der arithmetischen 0.

In eben dem Capitel steht: vtilis quaedam tractatio, vt progressioni Arithmeticae respondeat Geometrica progessio. Die angeführten Nutzen sind: Addition und Subtraction in der arithmetischen Progression, stimmen mit Multiplication u. Division in der geometrischen überein, Verdoppelung bey jener mit Quadriren bey dieser, u. s. w.

Man sieht leicht, daß Stifel ziemlich nahe bey den Logarithmen gewesen ist.

## Keplers Nachricht von Byrgs Erfindung.

61) Just Byrgius ein Schweizer, 1552 gebohren, war in Verfertigung mathematischer Werkzeuge und selbst in theoretischen Erfindungen, sehr geschickt, ob er wohl die damaligen gelehrten Sprachen

chen nicht verstand. Weidler Histor. Astron. cap. 14. §. 69 erzählt Einiges von ihm. Was ich hier von ihm zu sagen habe nehme ich aus den Praeceptis vor Keylers Tabulis Rudolphinis cap. 3. Kepler erwähnt daselbst die Eigenschaft der briggischen Logarithmen, daß man aus der Kennzifer die Ordnung der Zahl weiß welcher der Logarithme gehört, und erinnert dabey, die apices der alten Logistik (nähmlich Minuten, Secunden u. s. w. mit' ; "; u. s. w. zu bezeichnen) hätten lange ehe Neper seine Erfindung herausgegeben, Just Byrgen den Weg zu den Logarithmen selbst gewiesen. Etsi homo cunctator, et secretorum suorum custos, foetum in partu destituit, non ad vsus publicos educauit.

## Ursins Ausgabe von Nepers Logarithmen.

62) Benjaminis Vrsini Sprottav. Silef. Cursus Mathematico Practici Volumen Primum Coloniae (vermuthlich Cöln an der Spree) 1618; 8; enthält Nepers Tafeln, aber so daß die beyden letzten Zifern von jedem Sinus, und von jedem Logarithmen weggelassen sind. Des letzten Umstandes wegen heissen hier alle Logarithmen $= o$ die bey Nepern unter 50 sind vom Sinustotus an rückwärts bis zum Sinus von $89^{\circ}50'$; Und die Logarithmen die bey Nepern über 50 bis 150 sind, heissen hier alle 1. u. s. w. Es ist eine Proportionaltafel zum Gebrauche dieser Logarithmen bey-

gefügt, und eine Einleitung die mit ihnen zu rechnen lehret.

Eben des Ursins Trigonometria Colon. 1624. 4; enthält neperische Logarithmen, von zehn zu zehn Secunden, nebst der Verfertigung und dem Gebrauche des Canons.

Ursin hat an dem Churf. Brandenb. Gymnasio gestanden, und das erste dieser Bücher zum Gebrauche seiner Zuhörer bekannt gemacht, welches für die damaligen Zeiten ohngefähr soviel ist als wenn man jetzo Gymnasiasten die Rechnung des Unendlichen bekannt machte, folglich haben die damahligen Gymnasiasten mehr gelernt, als jetzo die gelehrten Mitbürger mancher Universitäten, denn von diesen kommen die wenigsten bis an die Logarithmen. Nepers Werk hatte Ursin von einem Doctor der Theologie Georg Vechnern bekommen, den er in hoc studiorum genere versatissimum nennt. Auch eine nicht gar zu gemeine Erscheinung.

## Keplers und Bartschens Tafeln.

63) Kepler hat gleich zum Anfange der rudolphinischen Tafeln, logistische Logarithmen und Logarithmen der Sinusse gegeben *), die letzten sind Nepers seine, die ersten auch nach Art der neperischen. Diese logistischen gehen von fünf zu fünf Secunden. Keplers Schwiegersohn Jacob Bartsch hat

*) Tabulae Rudolphinae 1627. fol. p. 2; 12; sequ.

hat beyde vollständiger ausgearbeitet, noch mehr dazu gefügt, und sie zu Sagan drucken lassen. Er starb aber bald nach Vollendung des Drucks, seine Sachen wurden zerstreuet, und daher fand man diese Tafeln sehr selten. Dieses hat eine neue Ausgabe veranlasst: Ioh. Kepleri Math. Caes. et Iacobi Bartschii, tabulae manuales logarithmicae.. quibus accessit in hac editione, introductio nova, curante Ioh. Casp. Eisenschmid Argentor. 1700; 8. Die Logarithmen gehn von zehn zu zehn Secunden; es sind auch in dieser Sammlung noch andere logarithmische Tafeln. Da ihr Gebrauch hauptsächlich für die Rechnung nach den rudolphinischen Tafeln bestimmt ist, so wäre es hier überflüssig von ihrer Beschaffenheit weitläuftig zu reden.

64) Einige jetzt nicht mehr gebräuchliche Kunstwörter solcher alten Tafeln verdienen hie angezeigt zu werden, damit jemand dem sie vorkommen nicht mehr Geheimniß in ihnen sucht als sie enthalten.

Logarithmus bedeutet den Logarithmen des Sinus; Antilogarithmus des Cosinus, oder wenn man ihn verneint nimmt der Secante, Mesologarithmus der Tangente ihren, vermuthlich weil er in Nepers Tafeln in der Mitte steht (59).

Von Nicolaus Kaufmann einem Holsteiner ist zu Danzig 1651 in 8. Cosmographia, siue descriptio coeli et terrae in Circulos, herausgekommen, eine sphärische Astronomie, in zehn Aufgaben omnis ex fundamento wie er vorgiebt, gelehrt, mit briggischen Logarithmen der Sinusse und Tan-

Tangenten aber nicht der gemeinen Zahlen. Da heisst ein Logarithme eines Sinus oder Cosinus auch wie nur angeführt worden ist, aber der Logarithme der Tangente und der Cotangente, Haplolog-us und Anthaplolog-us. Ich weiß nicht daß jemand diese Benennungen nachgebraucht hat.

## Hr. Lamberts Zusätze zu den logarithmischen und trigonometrischen Tabellen.

65) Dieses schon 30; VI; erwähnte Werk, (Berlin 1770) enthält unterschiedene bey allerley Rechnungen sehr brauchbare Tafeln. Die meisten gehören nicht unmittelbar zur Astronomie, und deswegen habe ich keine Veranlassung, hier umständlich davon zu reden. Indessen gehören hieher die Tafeln der Formeln, zu Auflösung ebener u. sphärischer Dreyecke 21; und zu interpoliren 38; auch die Längen der Grade, Minuten, und Secunden von Kreisbogen 23. Formeln zur Kreisrechnung 24; die Vielfachen der Sinus 25; der Abacus Trigonometricus 26; u. dergl. Weil übrigens diese Tafeln, jedem Liebhaber der Mathematik wichtig sind, und man sie wohl jetzo noch leicht haben kann, so ist es nicht nöthig, von ihnen solche Nachrichten zu geben wie ich vorhin von andern gegeben habe.

Von

## Von den Tafeln, Grade, Minuten und Secunden in einander zu verwandeln.

66) Ich füge hier Tafeln bey die ich im 46 §. dieser Abhandlung erwähnt habe. Da man sie oft brauchen kann, so stehen sie bequemer am Ende einer Abhandlung als in der Mitte.

67) Die erste hat drey Spalten, in der ersten Spalte linker Hand kann jede Zahl eine Menge von Graden oder Stunden bedeuten. In einer Zeile mit dieser Zahl steht in der zweyten Spalte wie viel das Minuten, in der dritten, wieviel das Secunden sind.

68) In der ersten Spalte gehen die Zahlen so weit, so viel Stunden ein Tag hat. Wollte man eine grössere Menge von Stunden oder Graden verwandeln, so ist leicht zu sehen wie solches durch Addiren der hier gegebenen Zahlen zu bewerkstelligen ist.

Sollten z. E. 259 Grade in Secunden verwandelt werden, so wäre

| | | |
|---|---|---|
| 9 Grad | = | 32400 Secunden |
| 50 | = | 180000 |
| 200 | = | 720000 |
| 259 | = | 932400 |

69) Die zweyte Tafel ist des Platzes wegen in zwo Hälften getheilt; Jede Hälfte hat zwo Spalten. Die linke Spalte enthält die Zahlen der Minuten von 1 bis 30 in der ersten, von 31 bis

bis 60 in der zweyten Hälfte; die rechte Spalte jeder Hälfte zeigt wie viel Secunden auf jede Menge von Minuten gehen.

70) Weil man auf Tertien und kleinere Eintheilungen bey den Rechnungen denen diese Tafeln bestimmt sind eben nicht zu gehen pflegt, so reichen sie zu.

Indessen lassen sie sich auch leicht zu kleinern Eintheilungen anwenden, wenn man in der zweyten Tafel; Secunden, Tertien, statt: Minuten, Secunden, setzt.

Also; 21 Stunden in Tertien zu verwandeln, verführe ich folgendergestalt:

21 Stunden = 75600 Secunden.

Nun aus der zweyten Tafel:

| | | |
|---|---|---|
| 6 Secunden | = | 360 Tertien |
| 50 | = | 3000 |
| 700 | = | 42000 |
| 75600 | = | 4536000 |

## 71) I. Tafel.

| Grade Stunden | Minuten | Secunden |
|---|---|---|
| 1 | 60 | 3600 |
| 2 | 120 | 7200 |
| 3 | 180 | 10800 |
| 4 | 240 | 14400 |
| 5 | 300 | 18000 |
| 6 | 360 | 21600 |
| 7 | 420 | 23200 |
| 8 | 480 | 28800 |
| 9 | 540 | 32400 |
| 10 | 600 | 36000 |
| 11 | 660 | 39600 |
| 12 | 720 | 43200 |
| 13 | 780 | 46800 |
| 14 | 840 | 50400 |
| 15 | 900 | 54000 |
| 16 | 960 | 57600 |
| 17 | 1020 | 61200 |
| 18 | 1080 | 64800 |
| 19 | 1140 | 68400 |
| 20 | 1200 | 72000 |
| 21 | 1260 | 75600 |
| 22 | 1320 | 79200 |
| 23 | 1380 | 82800 |
| 24 | 1440 | 86400 |

## II. Tafel.

| Minuten | Secunden | Minuten | Secunden |
|---|---|---|---|
| 1 | 60 | 31 | 1860 |
| 2 | 120 | 32 | 1920 |
| 3 | 180 | 33 | 1980 |
| 4 | 240 | 34 | 2040 |
| 5 | 300 | 35 | 2100 |
| 6 | 360 | 36 | 2160 |
| 7 | 420 | 37 | 2220 |
| 8 | 480 | 38 | 2280 |
| 9 | 540 | 39 | 2340 |
| 10 | 600 | 40 | 2400 |
| 11 | 660 | 41 | 2460 |
| 12 | 720 | 42 | 2520 |
| 13 | 780 | 43 | 2580 |
| 14 | 840 | 44 | 2640 |
| 15 | 900 | 45 | 2700 |
| 16 | 960 | 46 | 2760 |
| 17 | 1020 | 47 | 2820 |
| 18 | 1080 | 48 | 2880 |
| 19 | 1140 | 49 | 2940 |
| 20 | 1200 | 50 | 3000 |
| 21 | 1260 | 51 | 3060 |
| 22 | 1320 | 52 | 3120 |
| 23 | 1380 | 53 | 3180 |
| 24 | 1440 | 54 | 3240 |
| 25 | 1500 | 55 | 3300 |
| 26 | 1560 | 56 | 3360 |
| 27 | 1620 | 57 | 3420 |
| 28 | 1680 | 58 | 3480 |
| 29 | 1740 | 59 | 3540 |
| 30 // | 1800 | 60 | 3600 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 60 | 31 | 1850 |
| 2 | 120 | 32 | 1920 |
| 3 | 180 | 33 | 1980 |
| 4 | 240 | 34 | 2040 |
| 5 | 300 | 35 | 2100 |
| 6 | 360 | 36 | 2160 |
| 7 | 420 | 37 | 2220 |
| 8 | 480 | 38 | 2280 |
| 9 | 540 | 39 | 2340 |
| 10 | 600 | 40 | 2400 |
| 11 | 660 | 41 | 2460 |
| 12 | 720 | 42 | 2520 |
| 13 | 780 | 43 | 2580 |
| 14 | 840 | 44 | 2640 |
| 15 | 900 | 45 | 2700 |
| 16 | 960 | 46 | 2760 |
| 17 | 1020 | 47 | 2820 |
| 18 | 1080 | 48 | 2880 |
| 19 | 1140 | 49 | 2940 |
| 20 | 1200 | 50 | 3000 |
| 21 | 1260 | 51 | 3060 |
| 22 | 1320 | 52 | 3120 |
| 23 | 1380 | 53 | 3180 |
| 24 | 1440 | 54 | 3240 |
| 25 | 1500 | 55 | 3300 |
| 26 | 1560 | 56 | 3360 |
| 27 | 1620 | 57 | 3420 |
| 28 | 1680 | 58 | 3480 |
| 29 | 1740 | 59 | 3540 |
| 30 | 1800 | 60 | 3600 |

## Fünfte Abhandlung.

# Trigonometrische Untersuchungen, und Anwendungen derselben auf Werkzeuge zum Winkelmessen.

## 1. Zur I. Abh. 52 u. f.

# Vorschriften, wenn der Winkel zwischen den gegebenen Seiten klein ist.

I. Da muß man $\cos\gamma = 1 - \frac{1}{2}\gamma^2$, nicht aber, wie man sonst wohl zu thun gewohnt ist $= 1$ setzen.

II. Denn, weil die Verhältniß der gegebenen Seiten unbestimmt ist, so können sie der Gleichheit sehr nahe kommen, völlig gleich seyn;

III. Also ist $\text{tang}\,\alpha = \frac{a.\gamma}{b - a + \frac{1}{2}a.\gamma^2}$ (dorten 52)

Wo des Nenners drittes Glied nur alsdenn gegen die ersten beyden unbeträchtlich ist, wenn $b - a$ nicht klein ist.

IV. Eben so wird (dorten 65) nach hier I;

$$f = \sqrt{\frac{(b-a)^2 + ab.\gamma^2}{a}}$$

V. Und den Zähler dieses Werthes von f zum Nenner gemacht, werden die Zähler (vorten 66)

von $\sin \alpha = a\gamma$

$\ldots \cos \alpha = b - a + \frac{1}{2}a.\gamma^2$

VI. Wenn das Dreyeck gleichschenklicht ist so ist bekanntermassen allemahl, so groß auch der Winkel der gleichen Schenkel ist, $\alpha = 90° - \frac{1}{2}\gamma$

Dieses giebt für einen kleinen Winkel

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{2}{\gamma}; \cos \alpha = \frac{1}{2}\gamma; \sin \alpha = 1 - \frac{1}{4}\gamma^2;$$

VII. Diese beyden ersten Werthe erhält man auch aus III; V; wenn man $b = a$ setzt, aber statt des dritten bekömmt man 1; weil dieser Sinus nur um das Quadrat einer geringen Grösse von 1 unterschieden ist.

## 2. Zur I. astr. Abh. 176 u. f.

## Wenn der Winkel mit schiefen Schenkeln, gröffer oder kleiner ist als der wagrechte.

I. Ich setze die Neigungen p, q, sollen ungeändert bleiben, aber die genannten beyden Winkel sich zusammen ändern.

II. Es ist klar daß der Winkel mit schiefen Schenkeln nicht bis auf nichts abnehmen kann, weil seine beyden Schenkel nicht zusammen fallen können, wenn jeder eine eigne Neigung gegen den Horizont haben soll. Den kleinsten Winkel können

nen sie mit einander machen, wenn sie sich in einer Verticalfläche, einer unter dem andern befinden. Dieser ist p—q; ihm gehört der horizontale Winkel = o.

III. Also, bey dem Paare der kleinsten dieser zusammengehörigen Winkel, ist der mit einem schiefen Schenkel, grösser als der horizontale, welcher gar Nichts ist.

IV. Aus I Abh. 187. folgt

$$d\alpha = \frac{\sin \delta . d\delta}{\sin \alpha \cos p . \cos q}$$

Beyde Winkel wachsen also zugleich, und wenn $\delta > \alpha$; so ist des letztern Wachsthum grösser als des erstern seines.

V. Weil also, der letzte, der horizontale, anfangs kleiner ist, als der erste, der mit schiefen Schenkeln (III) aber schneller wächst (IV) so wird er den ersten erreichen, es wird ein Zustand kommen da beyde gleich sind.

VI. Diesen Zustand giebt aus I Abh. 193;

$\cos \delta . b = \cos \delta - a$ oder

$$\cos \delta = \frac{a}{1-b}$$

VII. Indem $\cos \delta$, von dem grössten Werthe den er haben kann, von $\cos (p-q)$, bis an den Werth $\frac{a}{1-b}$ abnimmt, wächst $\delta$ von Werthen die grösser waren, als der jedem zugehörige $\alpha$, bis an einen der = seinen $\alpha$ ist.

Wenn nun δ noch weiter wächst, so ist er immer kleiner als der zugehörige α.

VIII. Im Exempel I. Abh. 193 hat man

$1-b = 0,0046407$ und

$10 + \log a = 14,5623642 - 7$

$-\log(1-b) = -4,6665834 + 7$

$+9,8957808$

Dieser Logarithme gehört zum Cosinusse eines Winkels von 38°7′ zwischen 30 u. 40 Secunden.

Der Winkel mit schiefen Schenkeln von dieser Grösse ist dem zugehörigen wagrechten gleich.

Ehe der Winkel mit schiefen Schenkeln diese Grösse erreicht hat, ist er grösser als der zugehörige wagrechte: Wenn er sie überschreitet, kleiner.

Das letzte zeigt sich in den 19 u. s. w. berechneten Exempel.

Zum ersten gehört folgendes:

Man setze $\delta = 20°$ und rechne nach angef. Abh. 193:

$\cos 20° = 0,9396926$

$a = 0,0036506$

$\cos \delta - a = 0,9360420$

$10 + \log 0,93604 = 14,9712944 - 5$

$-\log b = -4,9979801 + 5$

$\log \tan \cot \alpha = 9,9733143$

giebt diesen wagrechten Winkel

$= 19°52'50''$.

Wenn

## Wenn p und q klein sind.

IX. Da ist $\cos(p-q) = 1 - \frac{1}{2}(p-q)^2$

$\cos(p+q) = 1 + \frac{1}{2}(p+q)^2$

Daher $a = p.q$; $b = 1 - \frac{1}{4}.(p^2+q^2)$

X. Also in (VI) $\cos\delta = \frac{4.p.q}{p^2+q^2}$; für den Winkel mit schiefen Schenkeln welcher dem zugehörigen wagrechten gleich ist.

XI. Hier kann man p, q, in Graden oder Minuten u. s. w. ausdrücken, weil Zähler und Nenner einerley Abmessungen haben.

XII. Im Exempel (Abh. 290) sind in Minuten $p = 298$; $q = 145$; der Cosinus

$$\frac{4.298.145}{298^2+145^2}$$

Der Nenner ist 88804
+ 21025
109829

Da er die logarithmischen Tafeln übersteigt, so würde für dieses Exempel die Rechnung nach gegenwärtiger Näherung unbequemer seyn als nach der eigentlichen Formel.

XIII. Aber aus 206; erhält man, den dortigen Druckfehler verbessert und $Q = 0$ gesetzt;

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\delta = \frac{f-g}{f+g}.$$

XIV. Im Exempel (207) ist diese Tangente $= \frac{450}{13229}$ und gehört zu 19° 3′ dessen doppeltes 38° 6′

38°6′ der Winkel ist dem ein gleicher wagrechter zugehört. Eben wie in (VIII).

## Wenn der Winkel nur einen schiefen Schenkel hat.

XV. Da ist $q = \pm o$ und (I Abh. 186) $\cos\alpha = \frac{\cos\delta}{\cos p}$

XVI. Wenn hie, der Winkel mit einem schiefen Schenkel spitzig ist so ist der wagrechte auch spitzig, und hat einen grössern Cosinus, ist folglich kleiner als der mit einem schiefen Schenkel.

XVII. Diesen besondern Fall, wenn nur ein Schenkel schief ist, braucht der Hr. v. Oppel bey bey den Eisenscheiben die er vorschlägt auch dient ihm die Erinnerung XVI; **Anleitung zur Markscheidekunst** 489..493.

XVIII. Ueberhaupt liessen sich die Eisenscheiben ersparen, wenn man den Winkel welchen zwo gezogene Schnüre machen, so messen wollte: Man mässe auf jeder Schnur ein Stück von willkührlicher Länge, also zweene Schenkel dieses Winkels, ferner die ihnen zugehörige Sehne. Daraus berechnete man den Winkel; die Neigungen seiner Schenkel gegen den Horizont muß man ohnedem mit dem Gradbogen abnehmen. Folglich hat man alles was in I. Abh. 168 u. f. erfodert wird zu finden was diesem gefundenen Winkel für ein wagrechter, oder wie der Markscheider es nennt, söhliger, zugehört.

Mit

Mit den nöthigen Messungen hiebey gienge es gewiß bequemer geschwinder und sicherer zu als mit der Eisenscheibe: Aber die nöthigen Rechnungen, wären wohl etwas zu schwer, nicht nur für die Markscheider, sondern wohl für manchen Professor, der Mathematik liest ohne Professor der Mathematik zu seyn; denn daß sie für keinen der letztern zu schwer sind, will ich doch hoffen!

## 3. Ueber die Aufgabe

**Aus eines gleichschenklichten Dreyecks Grundlinie c; und Winkel an der Spitze u; die beyden Schenkel a; zu finden.**

### Trig. 8 Satz.

I) Also $a = \frac{c}{2 . \sin \frac{1}{2} u}$

II) Wenn sich u und a zusammen ändern so ist

$$da = -\frac{1}{2} c . \frac{d \sin \frac{1}{2} u}{\sin \frac{1}{2} u^2} = -\frac{\frac{1}{2} c . \cos \frac{1}{2} u . \frac{1}{2} du}{\sin \frac{1}{2} u^2}$$

oder

$$da = -\frac{c . du}{4 . \tang \frac{1}{2} u . \sin \frac{1}{2} u}$$

III. Die Aufgabe liesse sich anbringen, wenn man aus eines Gegenstandes scheinbarer und wahrer Grösse seine Entfernung suchen wollte, und da zeigte (II) wie beträchtlich ein geringer Fehler des Winkels in Bestimmung der Seite seyn würde.

IV.

IV. In dem Falle ist allemahl u klein. Es sey n. e wo e eine Secunde bedeutet, und d u = m. e wo m gegen n klein seyn muß

V. So ist $da = -\frac{c.m.e}{4.\frac{1}{4}n.^2e^2} = -\frac{m.c}{n^2.e}$

Also $\log da = \log\frac{m}{n^2} + \log c - \log e$

Wobey aber bemerkt wird daß diese Grösse verneint ist.

VI. Nähmlich wenn u um m e wächst so nimmt a um soviel ab

Aber um soviel zu, wenn u um m e kleiner wird.

VII. Es sey $u = 3600.m$ so ist

$$\log\frac{m}{n^2} = -7,1126050$$

$$\log e = +\ 5,3144251$$

$$\log\frac{m}{n^2e} = 0,2018201 - 2$$

gehört zu 0,01591

Also wäre $da = -0,01591.c$

VIII. Exempel. Ein Thurm 100 Fuß hoch, erschien 1° groß, man sucht seine Entfernung

$$\log 50 = 1,6989700$$

$$-\log \sin 30' = -7,9408419 + 10$$

$$\log a = 3,7581280$$

giebt $a = 5729,6$ Fuß.

Wenn man nun den Winkel 1° genommen hätte, da er wirklich nur 59′ 59″ wäre, also ihn eine Secunde zu groß genommen hätte; So wäre der richtige Winkel u — 1″ also m = — 1 und da = + 0,01591.c = + 1,591 Fuß oder die eigentliche Weite wäre 5731,2 Fuß

Wäre aber der eigentliche Winkel 1° 0′ 1″ also m = + 1 so wäre die eigentliche Entfernung a — 1,591 Fuß = 5728 Fuß.

Ist man also bey dem Winkel um 2″ ungewiß so ist man bey der Entfernung um etwas über 3′ ungewiß.

Zur Probe nehme man u = 3601″ an und weil sich hier der kleine Bogen statt seines Sinus setzen läßt, so ist sin 30′ 0″,5 = 1800″,5 also

log e = 4,6855749 — 10
log 1800,5 = 3,2553931
0,9409680 — 2
von log 50 = 1,6989700
log a 3,7580019

giebt a = 5728,0 Fuß wie vorhin.

## 4. Wieweit ein Gegenstand entfernt seyn muß, daß man Linien nach ihm für parallel ansehen darf. 1 Fig.

I. Der Gegenstand ist A, auf DB, steht DE = a senkrecht, und es ist DA = b; So macht EC verlän-

längert mit DB, den Winkel $A = \frac{a}{b}$, wie ich ihn gleich selbst durch den Quotienten der beyden Linien ausdrücke, weil ich annehme, der Quotient und er, sind klein.

Dieser Winkel fehlt CED zu einem rechten, und um soviel weicht also EC von einer Linie ab, die mit DB parallel wäre.

II. Will man also den Winkel in Secunden ausdrücken, so hat man aus (I Abh. 95)

$$\log A = \log \frac{a}{b} - \log e$$

III. Er ist also noch keine Secunde, wenn $b > 206270 . a$ (I Abh. 98)

IV. Für $a = 1$ Zoll; $b = 100$ Fuß finde ich $A = 2' 51'',9$

V. Bey Prüfungen von Fernröhren u. a Werkzeugen kömmt der Gebrauch eines entfernten Gegenstandes so oft vor, daß es nicht überflüssig ist, hie die Form der Berechnung vor Augen zu haben, ob ich gleich das wesentlichste davon schon Opt. 6 beygebracht habe.

5. Wie genau man einen Winkel dessen Schenkel auf dem Felde abgesteckt sind, aus seiner Chorde bestimmen kann?

2. Fig.

I. Ich stelle mir vor $AB = AC = b$ sind ein paar gleich lange Linien auf dem Felde abgesteckt; $BC = a$ ist dieses gleichschenklichten Dreyecks Grundlinie.

So ist $\cos A = 1 - \frac{a^2}{2b^2}$;

II. Man setze es ändert sich die Chorde BC;

So ist $\sin A . dA = \frac{a\,da}{b^2}$ oder

$$dA = \frac{a\,da}{b^2 . \sin A}$$

III. Weil $\frac{a}{2b} = \sin \frac{1}{2} A$; und $\sin A = 2 \sin \frac{1}{2} A . \cos \frac{1}{2} A$

So ist auch $dA = \frac{da}{b . \cos \frac{1}{2} A}$

Wie man auch aus $\sin \frac{1}{2} A = \frac{a}{2b}$ erhält.

IV. Aus der Formel (III) erhellt daß gleichen Aenderungen der Sehne, immer grössere Aenderungen des Winkels zugehören, je näher der Winkel an 180° kömmt.

V. Man nehme jeden der Schenkel eine Meßkette lang, die gewöhnlch 5 Ruthen, oder 50 Decimalfuß hat.

Man setze es sey ein solcher Fuß in tausend Theile getheilt vorhanden.

VI. Wenn sich die Sehne um 0,001 ändert so ändert sich der Winkel um

$$\frac{0,001}{50.\cos\frac{1}{2}A} = \frac{0,00002}{\cos\frac{1}{2}A}$$

Aendert sich die Sehne um ein Hundertheil, alles Uebrige ist einerley, so ändert sich der Winkel um $\frac{0,0002}{\cos\frac{1}{2}A}$

VII. Exempel. Wenn man die Sehne = 50 Fuß gefunden hätte, so nähme man den Winkel = 60° seine Hälfte = 30°.

Hätte man nun bey Abmessung der Sehne den ersten kleinen Fehler begangen, so wäre der Fehler des Winkels $\frac{0,00002}{\cos 30^\circ}$

Wieviel das in Secunden beträgt berechne ich so:

$$\log 0,00002 = 0,3010300 - 5$$
$$\text{abgez. } \log 1'' = +5,3144251$$
$$0,6254551$$
$$\text{abgez. } \log \cos 30^\circ = -9,9375306 + 10$$
$$0,6879245$$

giebt

giebt die Veränderung
4,874 Secunden. Soviel betrüge der Winkel unter oder über 60 Grad, nachdem die Sehne um 0,001 kürzer oder länger wäre als 50.

Betrüge der Fehler der Sehne 0,01 so gäbe das 48″,74 Fehler im Winkel.

VIII. Wenn man also nicht die Sehne auf 0,01 eines Fußes genau messen kann und das möchte auf dem Felde ziemlich schwer seyn, so sind durch dieses Verfahren die Winkel nicht viel schärfer als etwa in Minuten zu finden.

Nähmlich zum Voraus gesetzt daß man die Schenkel nur 50 Fuß lang macht.

IX. Aber nach III; Wenn da; A; einerley sind, verhält sich dA verkehrt wie b.

X. Macht man also die Schenkel = 100 Fuß, so giebt ein Fehler in der Chorde, nur halb soviel Fehler im Winkel als bey 50 Fuß.

Nur 2″,437 im Exempel (VII).

XI. Aber lange Linien erfodern sonderbare Sorgfalt, wenn sie recht genau sollen abgesteckt, u. gemessen werden. Also dürften selbst lange Schenkel des Winkels, ihn unsicherer angeben; Auch seine Chorde wird in der Verhältniß der Schenkel länger, und daher unsicherer genau zu messen.

## Was giebt es für Fehler im Winkel, wenn die Sehne richtig gemessen ist, aber die Schenkel unrichtig sind.

XII. Ich setze es ändert sich der Schenkel, aber die Sehne nicht.

Aus der schon (III) erwähnten Formel für den Sinus des halben Winkels folgt

$$dA = -\frac{a\,db}{b^2 \cdot \operatorname{col}\frac{1}{2}A} = -\frac{2\tan g\frac{1}{2}A \cdot db}{b}$$

XIII. Im Exempel (VII) setze man die Schenkel sind um 0,01 Fuß unrichtig gemessen worden.

Also $A = 60°$; $b = 50$; $db = 0,01$

$\log 2\,db = 0,3010300 - 2$

$\log \tan g\frac{1}{2}A = 0,7614394 - 1$

$-\log 1'' = 5,3144251$

$3,3768945$

$\log b = 1,6989700$

$\log dA = 1,6779245$

giebt den Fehler des Winkels $= 47'',63$

Um soviel ist der Winkel kleiner oder grösser als 60°, nachdem die Schenkel um 0,01 länger oder kürzer als 50 sind; vorausgesetzt daß die Sehne ohne einigen Fehler $= 50$ ist.

XIV. Gesetzt man hat die Sehne $= 50$ angenommen, sie ist aber in der That um 0,01 grösser.

So

So wäre der Winkel um 48″,74 grösser als 60° (VII).

XV. Hat man nun zugleich die Schenkel für = 50 angenommen und sie sind in der That um 0,01 kleiner.

So gäbe eine Sehne die genau = 50 wäre, einen Winkel um 47″, 63 grösser als 60°

XVI. Und folglich, wird eine Sehne die um 0,01 grösser als 50 ist, ohngefähr einen Winkel geben, der 60° ohngefähr um 47″,63+48″,74 oder um 1′36″ übertrifft.

XVII. So groß kann der Fehler im Winkel werden, wenn beyde Fehler in der Seite (XIV; XV;) zusammenstimmen den Winkel zu vergrössern, oder auch zu vermindern.

XVIII. Fände aber noch XIV statt, aber die Schenkel wären um 0,01 grösser als 50; so entstünde aus diesen beyden Fehlern zusammen, im Winkel eine Veränderung = + 48′ 74—47,63 = 1,11 Secunden.

XIX. Es ist also möglich daß man zween Fehler begeht die einander beynahe aufheben, und so die Winkel durch dieses Verfahren sehr scharf findet, es ist aber auch möglich daß die Fehler zusammen stimmen, im Winkel eine nicht unbeträchtliche Unrichtigkeit zu verursachen.

## Anwendung hievon.

XX. Unter den Prüfungen die für Werkzeuge zum Winkelmessen vorgeschlagen werden, ist auch,

daß man Winkel auf dem Felde abstecken, solche aus ihren Schenkeln und Sehnen berechnen, und denn auch mit dem Werkzeuge das man prüfen will, messen soll.

Aus dem bisherigen wird man urtheilen können wieviel Sorgfalt hiebey nöthig ist, damit man nicht durch die Rechnung den Winkel mit einer kleinen Unrichtigkeit findet, und nachgehends etwa diese Unrichtigkeit dem Werkzeuge schuld giebt.

XXI. So genau, und genauer als durch die gewöhnlichen Astrolabien, die nur bis auf halbe Grade eingetheilt sind, lässt er sich wohl auf die gegenwärtige Art immer finden, nur daß die Messung der Linien, Zeit und Mühe kostet.

## 6. Wieweit man die Quadratwurzel einer Zahl berechnen kann, wenn man diese Zahl, in Decimalbrüchen, aber nicht vollkommen hat.

I. Man setze eine Zahl sey in Decimalbrüchen bis auf Zifern der Ordnung — 2 n bekannt, die folgenden aber, die vielleicht ohne Ende fortgehen, weiß man nicht.

Nach der gemeinen Arithmetik, findet man dieser Zahl Quadratwurzel bis auf die Ordnung —n.

Kann man sie nicht noch auf mehr Stellen finden? wo man freylich statt der unbekannten Zifern, Nullen setzen müsste?

II. Die

II. Die Zahl sey = b + x; der erste Buchstabe bedeute den bekannten Theil, seine höchste Zifer sey von der Ordnung — m; die niedrigste von der Ordnung — 2 n, also in dem unbekannten x; die höchste von — 2 n — 1

III. Die höchste Zifer, von der Quadratwurzel des bekannten Theiles, hat zur Ordnung — $\frac{1}{2}$ m oder — $\frac{1}{2}$.(m + 1) nachdem m gerade oder ungerade ist.

IV. Man stelle sich vor aus b, sey durch angehenkte Nullen, die Quadratwurzel bis auf die Ordnung — 2 n ausgezogen. Diese Zahl heisse c; Ihre höchste Ordnung wird aus (III) bestimmt.

V. Dieser Zahl Quadrat wird also kleiner als

$$-2n$$

b seyn, aber das Quadrat von c + 1, oder das Quadrat einer Zahl die um eine Einheit der niedrigsten Ordnung grösser ist als diese Zahl, wird grösser als b seyn.

VI. Der Ueberschuß des grössern Quadrats über

$$-2n \quad -4n$$

das kleinere, oder 2c. 1 + 1 hat die höchste Zifer von der Ordnung — 2 n — $\frac{1}{2}$ m + 1 oder — 2 n — $\frac{1}{2}$ m + $\frac{1}{2}$

Aus (III.) weil das Doppelte einer Zahl, eine Ordnung höher steigen kann als das Einfache.

Ist aber das Doppelte von c nicht eine Ordnung höher als das Einfache, so ist die höchste Ordnung des Ueberschusses um 1 niedriger, als vorige Ausdrückungen geben.

VII. Wenn m grösser als 2 ist, so ist die höchste Zifer des Ueberschusses nicht höher als die höchste Zifer von x (II).

Weil nun $c^2 < b$ (V) und in (VII) der Ueberschuß nicht grösser als x ist; So ist alsdenn $\left(c + 1^{-2n}\right)^2 < b + x$

VIII. Da fällt also $b + x$ nicht zwischen die Quadrate von c und von $c + 1^{-2n}$; Also kann da die Zahl c bis auf die Ordnung $-2n$, nicht für die Quadratwurzel von $b + x$ genommen werden.

IX. Und das, desto weniger, je grösser m ist, denn da fällt $b + x$ immer weiter ausser den Gränzen der beyden Quadrate.

X. Wenn aber m nicht grösser als 2 ist, so ist des Ueberschusses (VI) höchste Zifer, eine Ordnung höher als die höchste in x oder wenigstens eben so hoch. Der Ueberschuß ist also grösser als x; oder doch nicht viel kleiner.

XI. Wäre $b = c^2$, so fiele, wenn der Ueberschuß grösser als x ist, $b + x$ gewiß zwischen die beyden Quadrate, und also wäre c bis auf die Ordnung $-2n$ richtig die Quadratwurzel aus $b + x$ ob man sie gleich nur aus b gezogen hätte.

XII. Weil aber $b > c^2$; so kann der Ueberschuß grösser als x seyn, und doch $b + x$ auch grösser als das grösste beyder Quadrate.

XIII Gleichwohl wird sowohl in diesem Falle, als auch, wenn der Ueberschuß nicht viel kleiner

als

als x ist, welches man, ohne x zu wissen, aus seiner höchsten Zifer leicht beurtheilt, immer $b+x$ nicht viel grösser seyn, als das grösseste beyder Quadrate.

XIV. Also wird man immer ohne grossen Irrthum, c für die Quadratwurzel von $b+x$ annehmen; Allenfalls wird die niedrigste Zifer, die von der Ordnung $-2n$, etwas unrichtig seyn.

XV. Wenn man also von einer Zahl den Theil kennt, der sich bis auf die Ordnung $-2n$ erstreckt, der folgende unbekannt ist, und wenn die höchste Zifer dieser Zahl, zum wenigsten Hunderttheilchen bedeutet, so darf man aus den bekannten Zifern der Zahl, die Quadratwurzel bis auf die Ordnung $-2n$ ausziehen.

XVI. Und wenn man also den Logarithmen des bekannten Theils der Zahl (XV) hat, und daraus durch Halbirung und sonst bey Logarithmen gewöhnliches Verfahren, als: Proportionaltheile, den Logarithmen einer bis auf die Ordnung $-2n$ gehenden Quadratwurzel finden kann, so ist es verstattet, die Quadratwurzel bis soweit anzunehmen.

XVII. Exempel. In Geometr. 43. S. hat man das Quadrat der Seite des Zwölfecks $=$ 0,267949... Wenn man diese Zahl so weit sie hie steht, c nennt, also das ganze Quadrat $=b+x$; so ist $m=1$; $2n=6$

XVIII. Die Wurzel aus b bis auf die Ordnung $-6$ ist $0,517637=c$, wovon das Quadrat kleiner ist als b;

Des Ueberschusses (VI) höchste Zifer hat die Ordnung — 6. Er ist also grösser als x;

XIX. Die Quadrate sind

0,2679480637**69** von 0,5176**37**

·····9099045 von ·····8

XX. Es ist auch der Anfang von x =

0,000000**1924311**

Also ist b + x grösser als das grösste Quadrat.

XXI. In der That ist auch aus Gellibrands Tafeln, 2 sin 15° oder die Seite des Zwölfecks = 0,5176380902050**42** daß also die letzte Zifer in c ein wenig zu klein ist.

XXII. Aber das hätte man auch ohne x zu kennen, leicht gemuthmasset, weil das grössere beyder Quadrate, etwas sehr weniges grösser ist als b; das kleinere aber, gar viel kleiner. Also hätte man schon deßwegen c = 0,5176**38** gesetzt.

XXIII. Ferner ist

| | |
|---|---|
| log 0,267949 | = 0,4280512 — 1 |
| halb | = 0,7140256 — 1 |
| gehört zur Zahl | 0,5176**38** |

7. Mur-

## 7. Murdochs Vergleichung zwischen den Sinussen der drey Seiten eines Kugeldreyecks und eines Winkels.

Anwendungen davon, besonders auf ein Dreyeck wo ein kleiner Winkel zwischen nicht kleinen Schenkeln, eingeschlossen ist. Noch andere Vorschriften für ein solches Dreyeck.

I) Nach II Abh. 18 ist (hier 3 Fig.)

$$\cos A . \sin b . \sin c = \cos a - \cos b \cos c$$

also

$$(1 - 2 \sin \tfrac{1}{2} A^2) . \sin b . \sin c = 1 - 2 \sin \tfrac{1}{2} a^2 + \cos b . \cos c$$

Der Gleichung linker Theil ist

$$\cos (b - c) - 2 \sin \tfrac{1}{2} A^2 . \sin b \sin c$$

Weil nun $\cos (b - c) = 1 - 2 \sin \tfrac{1}{2} (b - c)^2$,

so wird endlich die Gleichung

II. $\sin \tfrac{1}{2} A^2 . \sin b . \sin c + \sin \tfrac{1}{2} (b - c)^2 = \sin \tfrac{1}{2} a^2$

Wo man nach Gefallen A oder a suchen kann.

Weil das Quadrat des Sinus des Unterschiedes der Schenkel vorkömmt, so ist es gleichgültig ob der grössere b, der kleinere c heisst, oder umgekehrt.

Wenn $b = c$ wird die Formel sehr einfach $\sin \tfrac{1}{2} A . \sin b = \sin \tfrac{1}{2} a$

III. Diese Formel giebt Patrick Murdoch; Trigonometry abridged; Philos. Transf. for 1758;

art.

art. LXX. Er hat daselbst alle zur sphärischen Trigonometrie nöthigen Sätze, auf drey gebracht, der erste ist der Satz der Sinusse, der zweyte gegenwärtiger, dienlich wenn aus drey Seiten ein Winkel und aus zwo Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel die dritte, gesucht werden.

Man sieht leicht aus der Verwandlung des Kugeldreyecks (II Abh. 45) daß eben so aus drey W. eine S. oder aus zween W. und der S. zwischen ihnen, der dritte W. gefunden würde.

III. M. giebt noch einen Satz wenn das Gesuchte einem gleichfalls unbekannten Theile gegenüber steht. Z. E. aus zwo Seiten und einem W. der einer von ihnen gegenüber steht, den zu finden der keiner von ihnen gegenüber steht. Er sucht erstlich den Winkel welcher der andern gegebenen Seite gegenüber steht, daß er also im Dreyecke vier Dinge weiß; Nun giebt er eine Formel in welcher diese vier Dinge vorkommen, sie ist aber wegen Multiplicationen, Abziehens von 1; dividirens, und Ausziehens der Quadratwurzel viel unbequemer als die bekannten Z. E. II Abh. 119.

M. schlägt auch selbst seine Formeln nur vor wenn man keine Tafel der trigonometrischen Analogien bey der Hand hätte, diese Formeln aber auswendig wüsste, oder auf ein weisses Blatt in die trigonometrischen Tafeln geschrieben hätte.

Ich dächte man schriebe auf dieses weisse Blatt lieber solche die zur Rechnung bequemer sind z. E. die eulerischen der II Abh.

V. Die

V. Die Formel II aber, könnte doch brauchbar seyn, aus zwo S. mit eingeschlossenem W. die dritte zu finden, und also dem II. Abh. 89 u. f. beygefügt werden. Ich will nach ihr das Exempel II. Abh. 98 rechnen. Es ist hier

c = 66°45′
b = 65 31

Unterschied = 1 14

halb = 37
A = 43 20
halb = 21 40

log sin b = 9,9590805 — 10
log sin c = 9,9632168 — 10
2 log sin $\frac{1}{2}$A = 0,1345378 — 1

Summe = 0,0568351 — 1

2 log sin $\frac{1}{2}$(c — b) = 0,0638390 — 4
gehört zu 0,00011583
dazu addirt 0,11398

$\sin(\frac{1}{2}a)^2$ = 0,11409583
$\frac{1}{2}$log 0,11409 = 2, 0286238 — 2,5
dazu addirt 10

log tab sin $\frac{1}{2}$a = 9, 5286238

gäbe $\frac{1}{2}$a = 19°44′ + und a = 39°28′

Diese Rechnung ist nichts bequemer als die II. Abh. 98; und, weniger scharf, weil man aus dem halben Bogen den ganzen berechnet.

VI.

VI. In jedem Kugeldreyecke, ist jede Seite grösser, als der Unterschied der beyden übrigen.

Weil in der Gleichung (II) beyde Theile linker Hand bejaht sind, so machen sie zusammen mehr aus, als der letzte von ihnen allein.

## Gebrauch dieser Formel bey einem kleinen Winkel.

VII. Noch zu einer andern Absicht aber, wird die Formel (II) in den zu Avignon herausgekommenen Tafeln (IV Abh. 21) vorgeschlagen.

Es wird in der Vorrede dieser Ausgabe erinnert, weil die Cosinus kleiner Bogen so langsam wachsen, seyen sie im Gebrauche unsicher, und daher ist die Formel (I) mit der Anzeige aus den Phil. Trans. 1758; aber ohne Murdochs Nahmen, beygefügt, unter der Aufschrift: Methode pour eviter les cosinus des petits angles. Die dortigen Zeichen sind in die meinigen so zu übersetzen

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| dorten | A | B | C | a | b | c |
| hie | b | c | a | B | C | A |

alsdenn heisst die Vorschrift wie sie dorten in Logarithmen ausgedruckt ist, so:

Man mache $\log \sin b + \log \sin c + 2 \log \sin \frac{1}{2} A = \log M$;

$2 \log \sin \frac{1}{2} (\pm b \mp c) = \log N$

So

So ist $\log (M+N) = 2 \log \sin \frac{1}{2} a$

So soll man die Seite finden, die einem kleinen Winkel gegenüber steht.

Das ist also die Formel (11) nur in Logarithmen ausgedruckt.

Es ist klar, daß N, Zehntheilchen enthalten kann; Alsdenn läßt sich diese Zahl, aus ihrem Logarithmen, nicht wohl mit einiger Sicherheit weiter finden, als bis an die Ordnung — 7; wenn man auch gleich Logarithmen deren Zahlen bis 100000 gehen, und bey ihnen Proportionaltheile braucht.

Nun soll man aus der Summe dieser Zahl, und N, die Quadratwurzel vermittelst der Logarithmen ziehen: Aus einer Summe, die man nicht weiter als bis auf die Ordnung — 7 hat, denn, wenn man auch gleich M auf viel niedrigere Ordnungen finden kann, so weiß man doch die Ziffern dieser Ordnungen in N nicht.

Verstattete man sich also, wie man sich nach der gemeinen Arithmetik allein verstatten dürfte, die Quadratwurzel aus M + N nur bis auf die Ordnung — 3, höchstens — 4, anzunehmen, (weil man ohne grossen Irrthum in N die Ordnung — 8 mit 0 ausfüllen darf) so bekäme man die Hälfte des gesuchten Winkels, kaum innerhalb ein paar Minuten, und den ganzen mit einer Ungewißheit die höchstens ein Feldmesser der nicht zu genau verfährt dulden könnte, aber kein Astronome.

Nun

Nun wird man einsehen, warum ich die Untersuchung, wie weit man eine Quadratwurzel berechnen kann ꝛc. (6) habe vorausgehen lassen. Aus derselben erhellt, daß dieses Verfahren die gesuchte Seite in Theilen einer Minute geben kann.

## Erinnerungen über diesen Gebrauch.

VIII. Wenn der gegebene Winkel klein ist, so ist der Unterschied seiner Schenkel

entweder **nicht klein**

oder **klein.**

Im ersten Falle wird M immer klein gegen N seyn; Im zweyten, nur alsdenn, wenn der Winkel selbst, in Vergleichung mit dem kleinen Unterschiede seiner Schenkel klein ist.

IX. **Exempel des ersten Falls.** $A = 1°$; $b = 75$, $c = 32$, $(b - c) = 43$; davon die Hälfte $21° 30'$

$$\begin{aligned} 2 \log \sin \tfrac{1}{2} A &= 0,8816838 - 5 \\ \log \sin b &= 0,9849438 - 1 \\ \log \sin c &= \underline{0,7242097 - 1} \\ \log M &= 0,5908373 - 5 \\ \log N &= 0,1281508 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Daher } N &= 0,1343231 \\ M &= \underline{0,0000389\,7} \\ M + N &= 0,1343620 \end{aligned}$$

log

$\log 1343620 = 0,1282765 - 1$
$10 + \text{halb} = 9,5641382$
giebt $\frac{1}{2}a = 21°30'10,''17$
$a = 43\ 0\ 20$

X. Exempel des zweyten Falles. $A = 18''$ $b = 51°$; $c = 50°$.

$\log \sin \frac{1}{2} A = 5,6398174 - 10$

verdoppelt $= 0,2796358 - 9$
$\log \sin b = 0,8905026 - 1$
$\log \sin c = 0,8842540 - 1$

$\log M = 0,0543924 - 9$
$\log N = 0,8816838 - 5$
giebt $N = 0,00007615243$
$M = 11334$

$M + N = 0,00007615356$

Es ist
$\log (M+N) = 0,8816902 - 5$
$10 + \text{halb} = 7,9408451$
giebt $\frac{1}{2}a = 30'0''$
$a = 1°0'0''$

XI. Exempel des zweyten Falles, wo der Winkel gegen den Unterschied der Seiten nicht so gar klein ist.

Es sey $A = 44'$ das Uebrige wie in X; so ist nach eben der Art zu rechnen

$\log M = 0{,}3870482 - 5$
giebt durch Proportionaltheile
Auch ist $M = 0{,}000024380 81$
$N = \quad 7615243$

$M + N = 0{,}000100533 24$
für die ersten sieben Zifern dieser Zahl, finde ich durch Proportionaltheile

$\log (M+N) = 0{,}0023095 - 4$

Zur Hälfte hievon, des Halbmessers Logarithmen addirt kömmt

8,0011547

giebt $\frac{1}{2}a = 34'28'' +$ und $a = 1°8'56''$

## Versuch bequemer Näherungen.

XII. Im ersten Falle wird allemahl M gegen N klein seyn; Und das kann auch im zweyten Falle sich ereignen, wenn A gegen b—c so sehr klein ist wie in dem angenommenen Exempel.

Also wird, wenigstens sehr oft $\frac{1}{2}a = \frac{1}{2}(b-c) + x$ seyn, so daß x klein ist.

XIII. Allemahl ist $\sin \frac{1}{2}a = \sin \frac{1}{2}(b-c) . \cos x + \cos \frac{1}{2}(b-c) . \sin x$

davon das Quadrat

$= \sin \frac{1}{2}(b-c)^2 - \sin \frac{1}{2}(b-c)^2 . \sin x^2$
$+ \sin (b-c) . \cos x . \sin x$
$+ \cos \frac{1}{2}(b-c)^2 . \sin x^2$
$= \sin \frac{1}{2}(b-c)^2 + \sin (b-c) . \cos x \sin x$
$+ \cos (b-c) . \sin x^2$

Die-

Dieses in die Gleichung II; gesetzt, giebt $\sin \frac{1}{2} A^2 . \sin b . \sin c = \sin (b - c + x) . \sin x$

Diese Formel ist mit der 11. Abh. 21 einerley, wie erhellt wenn man statt x seinen Werth $\frac{1}{2}$ (a—b+c) setzt.

Sie diente also eigentlich aus drey Seiten den Winkel zu finden.

XIV. Wenn aber x gegen b—c klein ist, so giebt sie $x = \frac{M}{\sin (b - c)}$

Dieses giebt im ersten Falle $a = b - c + 2x$

Im Exempel IX;

$\log M = 0,5908373 - 5$

$-\log 1'' = +5,3144251$

$0,9052624$

$-\log \sin (b - c) = -0,8337833 + 1$

$\log x = 1,0714791$

giebt $x = 11'',789$

$2x = 23,578$

$a = 43^\circ\ 0'\ 23'',6$

XV. Fände man für x nicht so wenige Secunden wie im Exempel, sondern etliche Minuten, so könnte man die Verbesserung ferner noch genauer so suchen: der Werth den man für x gefunden hätte, hiesse u; so ist noch genauer

$x = \frac{M}{\sin (b - c + u)}$

Im Exempel ist dieser zweyte Werth von x = 11,788 wenn ich 10″ statt u brauche.

XVI. Die Formel (XIV) lässt sich auch nach XII beym Exempel des zweyten Falles (X) anbringen. Da ist

$$\log M - \log 1'' = 0{,}3688175 - 4$$
$$- \log \sin (b - c) = - 0{,}2418553 + 2$$
$$\log x = 0{,}1269622 - 2$$

giebt x = 0,″01339; dessen doppeltes = 1,6 Tertien. So was Unmerkliches ist hier a — (b — c)

XVII. Wäre aber der Winkel in Vergleichung mit dem Unterschiede seiner Schenkel nicht sogar klein, so ginge die Näherung (XIV) nicht so sicher an; Alsdenn könnte man sich im zweyten Falle, so verhalten:

XVIII. Es sey BQ ein Bogen eines Parallelkreises, der A zum Pole hat, also BQ = A . sin c; So kann man das kleine Dreyeck BQC als geradlinicht und rechtwinklicht ansehen; also ist

$$a = r (A^2 . \sin c^2 + (b - c)^2)$$

XIX. Im Exempel (XI) fände ich nach der Näherung (XIV) x = 288,″15; also überträffe die dritte Seite den Unterschied der Schenkel *um* 9′ 36,″ welches mit dortiger Rechnung *nicht* ganz übereinstimmt.

XX. Nach XVIII; aber berechnete man dieses Exempel so:

Man drückt Winkel und Unterschied der Seite in Secunden aus. Also A = 2640; b-c = 3600

Nun

Nun ist log sin c = 0,8842540 — 1
log A = 3,4216039

3,3058579

gehört zu 2022,3
Das Quadrat davon = 4089697,29
das von 3600 ist = 1296

Summe = 17049697,29
Daraus die Wurzel = 4129,1

Dieß beträgt 1° 8° 49″; stimmt also innerhalb weniger Secunden mit der Rechnung (XI) überein.

XXI. Aus drey Seiten darunter eine klein ist, den Winkel der ihr gegenübersteht zu finden wird schon die gewöhnliche Formel II Abh. 21 zulänglich seyn.

XXII. Weil $a > b - c$; (VI) so erhellt daß auch der Unterschied der Schenkel klein seyn muß wenn die dritte Seite klein ist. Also darf man die kleinen Winkel statt ihrer Sinusse zu brauchen und das giebt

$$A^2 = \frac{(a+b-c).(a-(b-c))}{\sin b.\sin c}$$

XXIII. Dieses wird alsdenn vorzüglich bequem seyn, wenn man nur die gemeinen Tafeln für ganze Minuten hat, und bey den gegebenen Seiten Secunden vorkommen.

Aber auch auserdem ist doch allemahl diese Rechnung kürzer, wenn man nur die Näherung für genau genug annehmen darf, welches darauf ankömmt, ob die Bogen klein genug sind.

Exempel; $b = 50°$; $c = 49°48'$, $b - c = 12'$; $a = 16'$

Da ist $(a+b-c).(a-(b-c)) = 28.4 = 112$; also

$\log(\sin b . \sin c) = 0,7672314 - 1$

abgez. von $\log 112 = 2,0492180$

$2 \log A = 2,2819866$

halb $= 1,1409933$

giebt $A = 13',835 = 13'50''$

Die Rechnung mit den Logarithmen der Sinusse nach der gewöhnlichen Regel giebt $\log \sin \frac{1}{2} A = 7,3036388$; Diese Hälfte ist $6'55$ und der ganze findet sich also völlig von der vorigen Grösse. Wer aber nicht für solche kleine Winkel die Logarithmen durch alle Secunden hätte, der müsste den Winkel für dessen Sinus er den Logarithmen hat, durch Proportionaltheile suchen, welches diese Rechnung schon mühsamer machte als meine, der nöthigen Verdoppelung zu geschweigen.

## Aus zween Winkeln mit der eingeschlossenen Seite, den dritten Winkel zu finden.

XXIV. Die Formel II Abh. 108; lässt sich hie so einrichten: Man setze $1 - 2 \sin \frac{1}{2} C^2$ statt $\cos C$; $1 - 2 \sin \frac{1}{2} a^2$ statt $\cos a$; $2 \cos \frac{1}{2} (A+B)^2$ statt $1 + \cos(A+B)$ so giebt sie

$\sin \frac{1}{2} C^2 = \sin \frac{1}{2} c^2 . \sin A . \sin B + \cos \frac{1}{2} (A+B)^2$

$= P + Q$

also $2 \log \sin \frac{1}{2} C = \log (P+Q)$

XXV.

XXV. In jedem Rugeldreyecke, beträgt die Hälfte des dritten Winkels, mehr, als die Ergänzung der beyden übrigen zu 90 Graden.

Weil $\sin \frac{1}{2} C > r Q$

Dieser Satz läsſt sich auch so ausdrücken: der dritte Winkel beträgt mehr, als was den beyden übrigen zu 180 Graden fehlt. Und so steht er schon, in II. Abh. 41.

XXVI. Will man diese Formel zum Gebrauche einrichten, wenn die eingeschlossene Seite klein ist, so kann man wieder zweene Fälle unterscheiden.

Die halbe Summe der beyden anliegenden Winkel ist entweder nicht nahe an 90 Graden, oder nahe daran.

Im ersten Falle ist immer P klein gegen Q; im zweyten, alsdenn, wenn die Hälfte der gegebenen Seite, gegen den Unterschied der halben Summe der gegebenen Winkel, klein ist.

XXVII. Exempel des ersten Falles. $A = 75° B = 43°$; $c = 1°$; $\frac{1}{2}(A+B) = 59°$; also

$P = M$ in IX;

und $2 \log \cos 59° = 0,4236786 - 1$ daher

$Q = 0,2652642$

$P = \frac{3897}{\quad\quad}$

$P+Q = 0,2653031 7$

$\log 0,2653032 = 0,4237424 - 1$

10 + halb $= 9,7118712$

giebt $\frac{1}{2} C = 31° 0' 9''$

$C = \quad = 62\ 0\ 18$

XXVIII. In II. Abh. 65; setze man

| statt | a | A | B | C |
|---|---|---|---|---|
| hie | c | C | B | A |

also $\sin\frac{1}{2}c^2 . \sin A . \sin B = -\cos\frac{1}{2}(C+B+A) . \cos\frac{1}{2}(B+A-C)$

Ist nun $\frac{1}{2}C = 90° - \frac{1}{2}(A+B) + y$; (XXV)

so ist $\frac{1}{2}C + \frac{1}{2}(B+A) = 90° + y$

davon der Cosinus $= -\sin y$

und $\frac{1}{2}(B+A-C) = B+A-90°-y$

davon der Cosinus $= +\sin(B+A-y$

also

$\sin\frac{1}{2}c^2 . \sin A . \sin B = +\sin(A+B-y) . \sin y$

Dieses diente unmittelbar, aus den drey Winkeln die Seite zu finden.

XXIX. Wenn ferner P gegen Q klein ist, so ist y gegen A+B klein, und man hat beynahe

$$y = \frac{P}{\sin(A+B)}$$

Den Winkel zu finden, wo $C = 180° - (A+B) + 2y$

XXX. Im Exempel (XXVII) ist $180° - (A+B) = 62°$ ferner

$\log P - \log 1'' = 0,9052624$ (XV)

$-\log\sin 62° = -0,9459349 + 1$

$\log y = 0,9593275$

giebt $y = 9'',106$; also $2y = 18'',212$

und C wie vorhin.

XXXI.

XXXI. Wo sich auch wenn y nicht so klein ist, ein zweyter noch schärferer Werth davon suchen lässt, wie in (XV) Man heisse nähmlich den für y in XXVIII gefundenen Werth v; so ist für eine schärfere Näherung

$$y = \frac{P}{\sin(A+B-v)}$$

XXXII. An dem (VII) angezeigten Orte wird gesagt für XXVI; könne man die Formel VII; brauchen, wenn man sich des Supplementaldreyecks bediente, für Seiten die Supplemente der Winkel, für Winkel die Supplemente der Seiten brauchte.

Was hiemit gemeynt ist, erhellt aus II. Abh. 45; Es schien mir aber der Mühe werth die Formeln sogleich zu dieser Absicht eingerichtet darzustellen.

## 8. In einem geradelinichten Dreyecke eine Vergleichung zwischen den drey Seiten, und dem Sinus der Hälfte eines Winkels.

I. Wenn die drey Winkel mit den ersten drey grossen Buchstaben, und die Seiten, so wie sie jedem Winkel gegenüber stehn mit den ähnlichen kleinen bezeichnet werden wie I. Abh. 110; so ist bekanntermaassen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C;$$

Setzt man hier $1 - 2 \sin \frac{1}{2} C^2$ statt $\cos C$, so findet sich nach gehöriger Rechnung

$$4 ab . \sin \tfrac{1}{2} C^2 = c^2 - (a-b)^2$$

II. Also ist, den Winkel zu finden

$$\sin \tfrac{1}{2} C^2 = \frac{(c + (a-b)) . (c - (a-b))}{4 ab}$$

welches sich bequem durch Logarithmen berechnen läßt, und also der gewöhnlichen Formel (Trig. 20 S.) beygefügt werden kann.

III. Indessen ziehe ich die gewöhnliche vor, weil sie auf einmahl den ganzen Winkel giebt, ihr Gebrauch aber nichts beträchtliches mühsamer ist.

IV. Noch brauchbarer aber ist die Gleichung (I) aus zwo Seiten und dem Winkel den sie einschliessen, die dritte zu finden. Da ist

$$c^2 = 4 ab . \sin \tfrac{1}{2} C^2 + (a-b)^2$$
$$= R + S$$

V. Die dritte Seite ist allemahl gröſſer als der Unterschied der beyden übrigen, welches eigentlich so viel ist, als daß die Summe von zwo Seiten, allemahl mehr als jede übrige beträgt.

Ob aber die dritte Seite, den Unterschied der beyden übrigen viel oder wenig übertrifft, das läßt sich aus dem Winkel allein nicht entscheiden.

VI. Man stelle sich vor, C und a, bleiben ungeändert; b sey anfangs $= a$, und nehme von da an, bis auf nichts ab.

So ist dritte Seite, im Anfange, wenn das Dreyeck gleichschenklicht ist $= 2a . \sin \frac{1}{2} C$

Und am Ende, wenn es von einer geraden Linie nicht mehr zu unterscheiden ist = a.

Nahe beym Anfange also ist S gegen R unbeträchtlich, nahe beym Ende, R gegen S.

Will man also die dritte Seite, durch eine Näherung ausdrücken, so daß man die beyden ersten Glieder der Quadratwurzel braucht, so kann man nach der Verschiedenheit der Fälle eine von folgenden beyden brauchen.

VII. Wenn der Unterschied der Schenkel klein, der Winkel aber nicht klein ist

$$c = 2 \sin \tfrac{1}{2} C \sqrt{ab} + \frac{(a-b)^2}{4 \sin \tfrac{1}{2} C \sqrt{ab}}$$

$$= \sqrt{R} + \frac{(a-b^2)}{2\sqrt{R}}$$

VIII. Wenn der Unterschied der Schenkel nicht klein, aber der eingeschlossene Winkel klein ist

$$c = (a-b) + \frac{2ab \sin \tfrac{1}{2} C^2}{a-b}$$

$$= r S + \frac{R}{2\sqrt{S}}$$

IX. Ohne sich dieser Näherungen zu bedienen, kann man die Logarithmen von R und S finden, daraus R und S selbst, und nun $\log c = \tfrac{1}{2} \log (R+S)$

Unter einer Gestalt die der letzten gleichgültig ist, steht die Formel für einen kleinen Winkel vorgeschlagen, in den avignoner Tafeln, a. a. O.

X.

X. Exempel. Es sey a = 47; b = 19; a — b = 28; 2 ab = 1786: 4 ab = 3572 C = 1°; ½ C = 30′; so ist nach IV;

log R = 0,5345952 — 1
giebt R = 0,34244
aber S = 784,

R + S = 784,34244
c = √(R + S = 28,006

Oder nach der Näherung IX;

log R = 0,5345952 — 1
— log 2 . (a — b) = — 1,7481880

0,7864072 — 3

gehört zu 0,006115

welches zu 28 addirt, c giebt. Also mit voriger Rechnung übereinstimmt.

## 9. Wenn der Mittelpunct eines Winkelmessers, sich nicht über der Spitze des Winkels, den man wissen will, befindet, diesen Winkel, aus dem zu berechnen, welchen der Winkelmesser angiebt.

I. Q; P; 4 Fig. sind ein paar Gegenstände, C des Winkelmessers Mittelpunct, also QCP = γ der Winkel den er angiebt.

QAP = δ sey der den man eigentlich wissen will.

Es versteht sich daß CA, in Vergleichung der Weiten der Gegenstände nicht allzugroß ist.

II. Auf des Winkels C Schenkel, wo nöthig verlängert, fälle man die Perpendikel
AF = p; AG = P;

Man setze die Weite AQ = b; AP = B; sind wenigstens ohngefähr bekannt.

Weil diese Entfernungen, in Vergleichung mit den Perpendikeln sehr groß sind, so hat man die Winkel

$$AQF = \frac{p}{b}; \quad APG = \frac{P}{B};$$

Nun ist

$$\delta = 180° - AQP - APQ$$

aber $AQP = AQC + CQP$

$APQ = APC + CPQ$

Summe $= AQF + APG + 180° - \gamma$

Also $\delta = \gamma - \frac{p}{b} - \frac{P}{B}$

## Lagen von A.

III. Erste Lage. Wenn A wie in der Figur, innerhalb des Scheitelwinkels von QCP liegt, so sind die Perpendikel beyde bejaht.

Zweyte Liegt A innerhalb des Winkels den PC mit der Verlängerung von QC macht, so bleibt P bejaht, aber p wird verneint.

Dritte Liegt es innerhalb des Winkels den QC mit der Verlängerung von PC macht, so bleibt p bejaht, und P wird verneint.

Vierte Liegt es innerhalb des Winkels QCP, so werden beyde Perpendikel verneint.

Exempel

IV. Es sey p = 5,5; b = 72000;

log p = 0,7403627

— log r'' = + 5,3144251

6,0547878

— log b = — 4,8573325

1,1974553

giebt AQF = 15'',39

Hier ist $\frac{p}{b}$ = 0,000072...

V. Dieses Verfahren lehrt Bouguer Figure de la Terre, II. Sect. art. 42.

VI. Für p = 6; b = 70000; finde ich den Winkel AQF = 17'',68.

Dieses zeigt, daß bey solchen langen Schenkeln der Winkel sich nur wenig ändert, wenn sich der Schenkel gleich sehr stark ändert, daß man also die Weite des Gegenstandes nur obenhin zu wissen nöthig hat.

Ich habe, um die Aenderung desto beträchtlicher zu machen, p merklich kleiner, und b merklich grösser genommen. Wenn also die erste Grösse ungeändert bliebe, hätte sich der Winkel noch weniger geändert.

VII. Allgemein übersieht man was in VI. gesagt wird leicht, weil vom Winkel AQF das Differen-

ferential $\frac{bdp - pdb}{bb}$ ist, welches nothwendig sehr klein seyn muß

VIII. Damit man den Gebrauch des bisher gelehrten besser übersieht, wird es dienlich seyn, eine Anwendung davon auf ein wahres Exempel zu machen, daß sich in des Hr. P. Liesganig Werke Dimensio Graduum Meridiani Viennensis et Hungarici (Wien 1770) befindet; Sect. II. art. 2. §. 2. p. 100.

An diesem Orte sind die unterschiedenen Lagen, welche der Mittelpunct des Winkelmessers, und die Spitze des gesuchten Winkels, gegeneinander haben können, in unterschiedenen Figuren vorgestellt.

Für jede die ihr besonders gehörige Figur zu entwerfen und solche Schlüsse für dieselbe anzustellen wie in III für die von mir gezeichnete angestellt sind, erspart man sich durch IV; und die gehörige Beobachtung des Bejahten und Verneinten.

In dem Exempel das ich brauche, war auch nicht Alles mit grösster Deutlichkeit angegeben, und man wird hier sehen wie ich mich verhalten habe dieses zu ergänzen.

Der Hr. P. L. beobachtete bey Neustadt den Winkel

$\gamma = 34° 34' 36''$

X. Des Quadranten Mittelpunct sagt er, sey an der nordlichen Gränze einer Standlinie gewesen.

Wenn

Wenn also mein C diesen Mittelpunct bedeutet, so gehn CP, CQ, von ihm südwärts.

XI. Dieser Mittelpunct ist auch in Absicht auf beyde Schenkel östlicher gewesen als das Zeichen, an dem sich eigentlich der Winkel befinden sollte.

Dieses Zeichen ist also mein A.

Man kehre das Gesicht südwärts, und lege meine Figur so vor sich, wie X erfoderte so erhellt daß A innerhalb des Winkels fallen muß den CP mit der Verlängerung von QC machte oder die zweyte Lage bekömmt (III)

XII. In des P. Liesganig Figur, ist das Zeichen mit den Perpendikeln nicht befindlich. Die Stelle des Quadranten ist da mit A bezeichnet, wenn man diese Figur auch so vor sich legt wie die meinige (X) so findet man folgende Vergleichung.

| mein | C | P | Q |
|---|---|---|---|
| L. | A | B | P |

XIII. Der P. L. sagt des Quadranten Mittelpunct sey östlicher als das Zeichen gewesen, in Absicht auf die Richtung von AB, 11 Zoll, in Absicht auf die Richtung von AP, 4 Fuß 1 Zoll; die Buchstaben seiner Figur verstanden.

XIV. Das muß also in der meinigen so heissen. Ein Perpendikel von A auf CP war 11 Zoll, auf CQ aber 4 Fuß 1 Zoll.

XV. Die Toise welche Hr. P. L. zum Maasse gebraucht hat, für die Einheit angenommen, erhellt also aus XI; XIV; folgendes

P=

$$p = -\frac{49}{72} = -0,681;$$

$$P = +\frac{11}{72} = +0,681;$$

Die Ausdrückungen in Decimaltheilen giebt der P. L. Hat man sie einmal berechnet, so dienen sie daß man für jede dieser Grösse nur einen Logarithmen hinschreiben darf. Will man sich aber die Mühe der Division nicht geben, so braucht man für jede zweene Logarithmen.

XVI. Von den beyden Schenkeln giebt er die Grösse selbst nicht an, sondern nur die Logarithmen derer die in meiner Figur C P, C Q, heissen. Ich kann dieselbe aber ohne merkliche Fehler ansehen als gehörten sie meinen A P, A Q, (VII).

XVII. Mit diesen Logarithmen nnd den vorhin gefundenen Grössen rechne ich nun so

$$\log 49 = 1,6901961$$
$$-\log 1'' = +5,3144251$$
$$F = 7,0046212$$
$$\log 72 = 1,8573325$$
$$\log b = 3,7690690$$
$$G = 5,6264015$$
$$F - G = 1,3782197$$
$$\log 11 = 1,0413927$$
$$+5,3144251$$
$$H = 6,3558178$$

$$\log B = \begin{array}{r} 1,8573325 \\ 3,8069283 \end{array}$$

$$I = 5,6642608$$

$$H-I = 0,6915570$$

Man hat also

aus F—G; $\frac{P}{b} = -23'',89$

$$H-I; \frac{P}{B} = +\ 4,915$$

$$\text{Summe} = -18'',98$$

Also nach II; IX; $\delta = \gamma + 18'',98$

$$= 34°\,34'\,54'',98$$

Hr. P. L. hat 55.

XVIII. Ich habe die Rechnung so vorgetragen, wie sie sich mit den Tafeln die in jedermanns Händen sind, bewerkstelligen lässt. Tafeln welche kleine Winkel durch alle Secunden enthalten machen sie noch kürzer. Wenn man mit P. L. 0,681 statt $\frac{49}{72}$ braucht, so hat man

$$10 + \log 0,6811 = 9,8331471$$

$$\log b = 3,7690690$$

$$\log \sin AQF = 6,0640781$$

giebt diesen Winkel, $= 24''-$;

Der P. L. hat die Rechnung auf diese Art geführt. Das Zeichen + das bey ihm nach dieser Zahl steht bedeutet daß sie, nach seinen Vorschriften zu addiren ist.

XIX.

XIX. Er betrachtet die Sache so, daß CQ als bekannt angenommen wird, AF, gegeben ist, und weil CF in Vergleichung mit CQ unbeträchtlich ist, setzt er tang $AQC = \frac{AF}{CQ}$; und eben so findet er AP'G, aus AG und CP.

Er bedienet sich des Ausdruckes: Weite des Mittelpuncts des Quadranten, vom Mittelpuncte des Zeichens; dieser Ausdruck müsste eigentlich CA heissen, der Zusammenhang aber zeigt daß Hr. P. Liesganig darunter AG versteht.

XX. Weil diese Winkel doch immer so klein bleiben daß Tangenten, Bogen und Sinus beynahe dürfen einander gleich gesetzt werden, so ist dieses Verfahren dem vorhin gelehrten (II) fast gleichgültig.

XXI. Der Hr. P. L. hat nach dem seinigen eine Tafel gerechnet, wo er allemahl CQ = 600 Fuß annimmt, und AF, erst durch alle Zoll bis 12; darnach durch alle Fuß bis 30 wachsen läßt. Er hat sich dabey der gardinerischen Tafeln bedient, wo man für die ersten Grade alle Secunden findet.

So giebt sich für AF = 30 Fuß, AQC = $2^{\circ}\,51'\,44'' = 10304''$ auf die letzte Art hat es der P. L. ausgedruckt.

XXII. Aus log 30 — log 1″ — log 600 findet sich dieser Winkel = 10313″ um 9 Secunden gröſſer. Soviel Secunden wären bey einem Winkel

kel von dieser Grösse schon nicht eben sehr beträchtlich, und bey kleinern Winkeln muß der Unterschied beyder Rechnungen geringer ausfallen.

XXIII. Der Quotient in (II) wird dort für den Winkel selbst angenommen, in XIX für eine Tangente, die allemahl mehr Theile des Halbmessers enthält, als der ihr zugehörige Winkel. Daher giebt das Verfahren des P. L. allemahl den Winkel etwas kleiner an als das meinige.

XXIV. Aus des P. Liesganig Tafel soll man für eine andere Entfernnng des Gegenstandes vom Quadranten, den zugehörigen Winkel, durch die verkehrte Regel Detri finden. Z. E. für AF = 30 F. aber CQ = 2000 sagen 2000: 600 = 10304″: 9091″,2

XXV. Noch etwas zu Erleichterung dieser mühsamen Rechnungen beyzutragen, hat er durch alle Zoll durch von 1 Zoll bis 6 Fuß, die Längen in Tausendtheilchen der Toise berechnet, jede solche Länge kann = p seyn, und giebt mit CQ dividirt tang CQA, oder es ist

$$\frac{10000000.p}{b} = \text{tang tabul CQA}$$

Diese Tangente soll man durch die Division berechnen.

Nun hat er die Tangenten der ersten zehn Minuten aus den Tafeln hingesetzt, und die Tangenten jeder Zahl Secunden in der ersten Minute.

Ver-

Vermittelst dieses läsſt ſich alſo angeben, was für ein Winkel der berechneten Tangente zugehört.

XXVI. Wenn b nicht eine einzige Zifer mit Nullen iſt, ſondern mit etlichen Zifern muß geſchrieben werden, ſo wird dieſes Verfahren viel mühſamer ſeyn, als das welches ich (IV) gewieſen habe, und, um nichts das die Mühe belohnte richtiger.

Man könnte auch eine Linie und Winkel, ſtatt der Perpendikel meſſen.

XXVII. Wenn man von C nach A ſehen kan, ſo erhellt, daß man mit einem Winkelmeſſer, die Winkel ACG; ACF, meſſen könnte, welche CA mit den Verlängerungen von PC; QC macht; Hätte man nun auch CA gemeſſen, ſo könnte man daraus die Perpendikel AG, AF, berechnen. Vielleicht wäre dieſes in manchen Fällen bequemer, als ſie wirklich zu ziehen, und zu meſſen. Soll dieſes Ziehen und Meſſen, mit groſſer Schärfe geſchehn, ſo wird es allemahl mehr Zeit koſten, als ein paar Winkel und eine gerade Linie die ſchon durch ihre Endpuncte beſtimmt iſt, zu meſſen, und weil man hier ein Werkzeug haben wird, mit dem ſich Winkel genau meſſen laſſen, ſo wird man daraus die Perpendikel ſo richtig berechnen, als ihre unmittelbare Verzeichnung ſie gäbe.

Man könnte ſelbſt alsdenn CG, CF, berechnen, und ſo PG, QF, genauer haben, aus ihnen und den Perpendikeln die Winkel APG; AQF, zu berechnen.

## 10. Wie Tafeln für die Quersinus und derselben Logarithmen verfertiget werden.

I. Es sey b ein spitziger Winkel, so ist

II. Quers. $b = 1 - \cos b$

Das giebt also sogleich die Quersinus selbst.

Man muß aber die Cosinus auf ein paar Decimalstellen des Halbmessers weiter haben, als man die Quersinus berechnen will, die gemeinen Sinustafeln gäben die Quersinus nicht bis auf sieben Decimalstellen.

III. Ferner ist aus Trig. 19 S. 8. Zus.

$2 . \sin \frac{1}{2} b^2 = \text{Quers } b$

IV. Daher $\log 2 + 2 \log \sin \frac{1}{2} b = \log \text{Quers } b$

So kann man den Logarithmen des Quersinus zuerst für den Halbmesser 1 berechnen, und nachgehends dazu 10 addiren, um diesen Logarithmen zu bekommen, wie er sich zu den übrigen Logarithmen in den Tafeln schickte.

Auch hie wird man den gesuchten Logarithmen, in den letzten Zifern nicht ganz zuverlässig bekommen, wenn man die gegebenen Logarithmen aus den gemeinen Tafeln nimmt.

V. **Exempel.** Ich suche den Logarithmen des Quersinus von 17°. Hierzu nehme ich den Logarithmen des Sinus aus Gellibrands Tafeln, und der Zahl 2 ihren aus den Avignoner (IV Abh. 30 II.) oder aus Clausbergen (das. 32)

log

log sin 8° 30′ = 0, 169 702 086 775 64 — 1
verdoppelt = 0, 339 404 173 551 28 — 2
addirt log 2 = 0, 301 029 995 663 98
log Quersin 17° = 0, 640 434 169 215 26 — 2

Wollte man ihn nun wie die übrigen Logarithmen der Tafeln einrichten, so gäbe man ihm 8 zur Kennzifer, und behielte nur die höchsten sieben Decimalzifern, die niedrigste derselben würde aus 1 in 2 verwandelt.

So steht dieser Logarithme in den vorhandenen Tafeln. (IV. Abh. 31; XVIII)

VI. Für einen stumpfen Winkel = 180° — b ist der Quersinus = 1 + cos b, wie erhellt wenn man sich die Figur des Quersinus vorstellt, imgleichen aus den Cosinus des stumpfen Winkels.

Beyde Quersinusse zusammen machen wie gehörig 2.

VII. Den Logarithmen dieses Quersinus muß man eben so wie den vorigen berechnen. Wenn der stumpfe Winkel = θ; so ist log 2 + 2 log sin $\frac{1}{2}$ θ = log Quersin θ

VIII. Oder auch 2 log sin b — log Quersin b = log Quersin (180° — b).

## II. Gebrauch der Tafeln für die Quersinusse und ihre Logarithmen, in der sphärischen Trigonometrie.

I. Wenn man aus b, c, zwo Seiten eines Kugeldreyecks und dem Winkel den sie einschliessen A; die dritte Seite a sucht, und der gegebene Winkel spitzig ist, so folgt aus II. Abh. 1. Cap. 95;

(1—cos A) . sin b . sin c + 1 — cos (b—c) = 1 — cos a

das ist

Quersin A . sin b . sin c + Quers (b—c) = Quers a

Die angezeigte Tafel giebt also die beyden bekannten Theile linker Hand, und derselben Summe den Quersinus der gesuchten Seite, oder der Summe Logarithme, dieses Quersinus Logarithme.

So steht die Regel in der IV Abh. 31 beschriebenen Tafeln; 8 Cap. der Erklärung, nur in Logarithmen ausgedrückt, und ohne den Halbmesser = 1 zu setzen, daher ihr Ausdruck ein wenig weitläuftiger wird.

II. Es ist offenbar einerley welche Seite man b und welche man c nennen will. Auch ist eines verneinten Bogens Quersinus völlig einerley mit dem Quersinus des Bejahten sonst gleichen. Also Quers (b—c) = Quers (c—b)

II. Zum Exempel will ich das II. Abh. 1. Cap. 98. gebrauchte wählen

A =

A = 43° 20′;
b = 65 31
c = 66 45
c — b = 1 14

log Quers A = 0,4355678 — 1
log sin b = 0,9590805 — 1
log sin c = 0,9632168 — 1

Summe = 0,3578641 — 1
gehört zu 0,2279629
Quers (c — b) = 2317

Quersin a = 0,2281946
giebt a = 39° 29′ +

Man sieht, daß der erste Theil dieser Rechnung bis an: Summe völlig einerley mit der am angef. Orte der Abh. ist; nur habe ich dort log (1 — cos A) zu klein genommen. Indessen finden sich doch die vier ersten Zifern der Zahl welcher die Summe gehört, dorten wie hier, weil ich aber hie diesen Zifern welche beyfüge, an die dort nicht war gedacht worden, so wird hie a ein klein wenig grösser als dorten.

III. Wenn der gegebene Winkel stumpf ist (angef. Abh. 96) so sey ein spitziger Winkel $\alpha = 180° - A$; da ist

$$\cos a = \cos(b+c) + (1 - \cos\alpha) \cdot \sin b \cdot \sin c$$

folglich

$$\text{Quers}(b+c) - \text{Quers}\,\alpha \cdot \sin b \cdot \sin c = \text{Quers}\,\alpha$$

Auch diese Regel findet sich am angef. Orte der Tafeln.

IV. Aus zween Winkeln mit der Seite zwischen ihnen, wird a. a O. die Verwandlung des Dreyecks in das Polar Dreyeck (II. Abh. I. Cap. 45) empfohlen. Aus II. Abh. I. Cap. 111; 112; erhellt folgendes

V. Wenn die gegebene Seite spitzig ist, hat man

$$1+\cos C = 1-\cos(A+B)-\text{Quers}.\sin A.\sin B$$

das ist

$$\text{Quers}(180°-C) = \text{Quers}(A+B)-\text{Quers}.\sin A.\sin B$$

VI. Wenn die gegebene Seite stumpf ist, findet sich eben so

$$\text{Quers}(180°-C) = \text{Quers}(A-B)+\text{Quers}(180°-c).\sin A.\sin B.$$

## 12. Methode natürliche und briggische Logarithmen grosser Zahlen zu berechnen.

I. Man setzt die Logarithmen der ersten zehn Zahlen berechnet zum voraus.

II. Nun suche man z. E. den natürlichen log 3625.

Aus (I) hat man

$$\log 4+\log 9+2\log 10 = \log 3600$$

Nun ist $3625 = 3600.\frac{3625}{3600}$

Also

Also $\log 3625 = \log 3600 + \log \frac{3625}{3600}$. Wo man nur den lezten Logarithmen durch eine Reihe zu suchen hat. Man seze also in An. Un. 224;

$N = \frac{3625}{3600}$ oder Zähler und Nenner mit 25 di-

vidirt $N = \frac{145}{144} = 1 + \frac{1}{144}$; Also $N + 1 = \frac{289}{144}$ und $u = \frac{1}{289} = 0{,}00346020761 2$

Wo man also die Reihe An. Un. 223. bequem braucheu kann.

III. An diesem Exempel wird man sehen, daß es darauf ankömmt, die Zahl in zweene Theile zu zerlegen, von denen einer gegen den andern sehr groß ist. Dieses grossen Theils Logarithmen muß man aus der ersten zehn Zahlen Logarithmen haben. Damit man nun dieser Logarithmen nicht so gar viel zusammen zu addiren braucht, (denn will man das thun, so kann man ohne weitere Kunstgriffe, aus den ersten zehn Logarithmen aller übrigen Producte ihre Logarithmen finden) so neh-me man an h, k, bedeuten einzelne Zifern, und der erste Theil sey h. k. $10^n$ Die Zahl selbst aber $a = h.\ k.\ 10^n + q$

Im Exempel II; war $h = 4$; $k = 9$; $n = 2$

IV. Aber die beyden höchsten Zifern einer Zahl werden nicht allemahl ein Product ausdrucken;

In dem Falle sey h. k. das nächstgrössere Product und da wird q verneint.

Exempel a = 71563215

Man nehme h = 8; k = 9; n = 6; also

72 000 000

71 563 215

q = — 436785

V. Diese Zeichen so verstanden erhellt nun folgendes.

$$\log a = \log (h.k.\ 10^n) - \log \left( \frac{a - q}{a} \right)$$

Den ersten der beyden Logarithmen rechter Hand, hat man (III) also darf man nur den andern suchen

VI. Für diesen ist $N = \frac{a - q}{a}$ also $N - 1 = \frac{-q}{a}$; $N + 1 = \frac{2a - q}{a}$; und $u = \frac{-q}{2a - q}$ welches ein desto kleinerer Bruch seyn wird, je grösser a gegen q ist.

Im Exempel (IV) ist er $\frac{+436785}{143563215}$

wovon die höchste Zifer 0,003 ist.

## Für die briggischen Logarithmen.

VII. log brigg y = b. lognat y (Anal. Unendl. 228; 231)

VIII.

VIII. Also log brigg $\frac{1+u}{1-u} = 2\,b.u.\left(1+\frac{u^2}{3}+\frac{u^4}{5}+\frac{u^6}{7}..\right)$ (An. Un. 223)

IX. Es sey P eine grosse Zahl deren briggischen Logarithmen man sucht. Man setze sie $= Q+q$ so daß Q eine Zahl ist deren briggischen Logarithmen man weiß, und daß diese Zahl viel grösser als q ist.

X. Dieß ist leicht, denn man darf durch Q nur den Werth der höchsten Ziffern verstehn.

Z. E. Wenn $P = 12345556789$; so sey

$Q = 12000000000$ und $q = 34556789$

XI. Also ist

$$\log \text{brigg}\, P = \log \text{brigg}\left[\frac{Q+q}{Q}\right] + \log \text{brigg}\, Q^1$$

XII. Nun suche man von den beyden Logarithmen rechter Hand den ersten.

XIII. Es sey $\frac{Q+q}{Q} = N$ (An. Un. 224) so ist

$u = \frac{q}{2Q+q}$ und nun berechnet man lognat N;

welcher mit b multiplicirt log brigg N giebt.

Im Exempel ist $u = \frac{34556789}{2434556789} = 0,01...$

XIV. Diese Vorschriften stehen in Sherwins mathematical Tables.. by Samuel Clark; Lond. 1770. In der Einleitung unter dem Titel Compendious Method for constructing Logarithms.

XV.

XV. So sind die Logarithmen berechnet worden, die IV. Abh. 31; XXV. XXX erwähnt werden.

XVI. Das Wesentliche dieser Methode kömmt also darauf an: Man hat einer Zahl Logarithmen und sucht daraus den Logarithmen einer Zahl die von jener nur um was weniges unterschieden ist.

XVII. Diesen Logarithmen findet man also nicht auf soviel Decimalstellen richtig als den gegebenen. Und daher muß man die ersten Logarithmen, die man für viel andere als gegebene annehmen will, auf sehr viel Decimalstellen berechnet haben.

## 13. Theorie des bisher so genannten Nonius, oder eigentlich Vernier *).

I. Eine Grösse = a, wie die Linie AB 5. Fig. sey in m Theile getheilt; Und eine gleiche Grösse, wie CD ders. Fig. in m—1 Theile.

II. Ein Theil der zweyten Eintheilung ist also grösser als ein Theil der ersten.

III. Es sey ein Theil der ersten Eintheilung = h; einer der zweyten = k; also $a = m \cdot h = (m-1) \cdot k$ so ist $k = \frac{m}{m-1} h$; und $k - h = \frac{1}{m-1} \cdot h$

IV.

*) Von der Ursache der Benennung sehe man unten 17; XV.

IV. Wenn also 6 Fig. das Ende des Vernier, D, über das Ende B der eingetheilten Grösse hervorragt, und ein Strich des Vernier wie bey G; auf einen Strich der getheilten Grösse wie bey F passt; so zähle man, wieviel Theile des Vernier von seinem Ende D bis G gehen; Dieser Theile seyn an der Zahl n; Eben soviel Theile der eingetheilten Grösse, werden von B bis F gehn; Also ist

$FB = n.h$; $GD = n.k$; und $GD - FB$ oder

$$ED = n.(h-k) = \frac{n.h}{m-1} = \frac{na}{m(m-1)}$$

Im gezeichneten Exempel ist $m = 6$; also $k - h = \frac{1}{5}h$; Ferner hier $n = 2$; Also $ED = \frac{2}{5}h$

Ich habe $AB = 3$ rheinl. Zoll gemacht, also ist $h = \frac{1}{2}$ Zoll; $k - h = 0,1$ und $ED = \frac{2}{5} . \frac{1}{2}$ Zoll $=$ 0,2 Zoll

V. Man nenne überhaupt, das Stück $ED = x$ um welches der Vernier über B rechter Hand hervorgeht.

VI. Wenn man der unbeweglichen Grösse; AB, Theile von B gegen A zählt, und eben so des Vernier seine von D gegen C; so endigt sich der unbeweglichen Grösse m—1ter Theil (in der Figur also der fünfte) in Q.

D stehe rechter Hand von B.

VII. Unter diesen Umständen kann man drey Lagen, für C; das Ende des letzten Theils des Vernier annehmen.

Erste

XV. So sind die Logarithmen berechnet worden, die IV. Abh. 31; XXV. XXX erwähnt werden.

XVI. Das Wesentliche dieser Methode kömmt also darauf an: Man hat einer Zahl Logarithmen und sucht daraus den Logarithmen einer Zahl die von jener nur um was weniges unterschieden ist.

XVII. Diesen Logarithmen findet man also nicht auf soviel Decimalstellen richtig als den gegebenen. Und daher muß man die ersten Logarithmen, die man für viel andere als gegebene annehmen will, auf sehr viel Decimalstellen berechnet haben.

## 13. Theorie des bisher so genannten Nonius, oder eigentlich Vernier *).

I. Eine Grösse = a, wie die Linie AB 5. Fig. sey in m Theile getheilt; Und eine gleiche Grösse, wie CD ders. Fig. in m—1 Theile.

II. Ein Theil der zweyten Eintheilung ist also grösser als ein Theil der ersten.

III. Es sey ein Theil der ersten Eintheilung = h; einer der zweyten = k; also $a = m \cdot h = (m-1) \cdot k$ so ist $k = \frac{m}{m-1} h$; und $k - h = \frac{1}{m-1} \cdot h$

IV.

*) Von der Ursache der Benennung sehe man unten 17; XV.

IV. Wenn also 6 Fig. das Ende des Vernier, D, über das Ende B der eingetheilten Grösse hervorragt, und ein Strich des Vernier wie bey G; auf einen Strich der getheilten Grösse wie bey F passt; so zähle man, wieviel Theile des Vernier von seinem Ende D bis G gehen; Dieser Theile seyn an der Zahl n; Eben soviel Theile der eingetheilten Grösse, werden von B bis F gehn; Also ist

$FB = n.h$; $GD = n.k$; und $GD - FB$ oder

$$ED = n.(h-k) = \frac{n.h}{m-1} = \frac{na}{m(m-1)}$$

Im gezeichneten Exempel ist $m = 6$; also $k - h = \frac{1}{5}h$; Ferner hier $n = 2$; Also $ED = \frac{2}{5}h$

Ich habe $AB = 3$ rheinl. Zoll gemacht, also ist $h = \frac{1}{2}$ Zoll; $k - h = 0,1$ und $ED = \frac{2}{5} . \frac{1}{2}$ Zoll $=$ 0,2 Zoll

V. Man nenne überhaupt, das Stück ED $= x$ um welches der Vernier über B rechter Hand hervorgeht.

VI. Wenn man der unbeweglichen Grösse; AB, Theile von B gegen A zählt, und eben so des Vernier seine von D gegen C; so endigt sich der unbeweglichen Grösse m—1ter Theil (in der Figur also der fünfte) in Q.

D stehe rechter Hand von B.

VII. Unter diesen Umständen kann man drey lagen, für C; das Ende des letzten Theils des Vernier annehmen.

Erste

Erste bey Q;
Zweyte rechter Hand von Q
Dritte linker Hand von Q.

Die erste Lage giebt in (IV) $n = m - 1$ also (V) $x = h$.

Hieraus erhellt, daß die zweyte $x > h$ gäbe. Weil man nun den Vernier braucht von der unbeweglichen Grösse kleinerer Theile als h anzugeben, so wäre es unnütz, ihn in die zweyte Lage zu bringen. An diese darf man also nicht weiter denken.

Also wird man den einzigen Fall der ersten Lage ausgenommen, gewöhnlich die dritte haben.

VIII. Ich heisse den Theilungsstrich ○; 1; 2; u. s. f. den welcher den ersten, zweyten dritten Theil u. s. w. anfängt; daß also der Theilungsstrich 1; 2; 3; u. s. f. den ersten zweyten dritten, u. s. f Theil endigen.

IX. Der Theilungsstrich ○ des V. steht rechter Hand des Theilungsstrichs ○ der unbeweglichen Grösse.

Wenn nun auch welche der folgenden Theilungsstriche des V. der 1; 2; u. s. f. rechter Hand des 1; 2; u. s. f. der unb. Gr. stehn, so kömmt doch gewiß einer des Vernier, der m—1 te, der linker Hand des m—1 ten der unb. G. steht (VII) wofern sie nicht zusammen fallen. (erste Lage)

Also liegen anfangs Theilungsstriche des V. rechter Hand der Theilungsstriche der u. G die mit ihnen eine Zahl, und darnach kommen Theilungsstriche des V. einer oder mehr linker Hand

der

der Theilungsstriche der u. G. die mit ihnen einerley Zahl haben.

X. Dieser Uebergang von der rechten Seite auf die linke, ist nur auf eine folgender beyden Arten möglich.

**Erste Möglichkeit** Wenn ein paar Theilungsstriche aufeinander passen, wie bey FG, 6 Fig.

Die beyden Theile des Vernier um G, sind grösser, als der u. G. beyde Theile um F; also fällt der (n—1) te Theilungsstrich des V. rechter Hand des (n—1) ten der u. G. und der (n+1) te des V. linker Hand des (n+1) ten der u. G.

In der Zeichnung sind es die ersten und dritten.

**Zweyte Möglichkeit** Wenn nirgends ein paar Theilungsstriche an einander passen sollen, so muß nothwendig irgendwo, der pte Strich des V. rechter Hand des pten der u. G. und der (p+1) te des V. linker Hand des (p+1) ten der u. G. liegen.

Daß dieses angeht, erhellt daraus, weil ein Theil des V. grösser ist als ein Theil der u. G.

In der 7. Fig. sind es die ersten und zweyten Striche.

Daß diese zweyte Möglichkeit statt finde wenn kein Theilungsstrich an den andern passt, schien mir einen Beweis nöthig zu haben.

Smith nimmt es ohne Beweis an. Lehrbegr. der Optik III. B. 121 §. meiner Uebersetzung.

XI. In diesem Falle sey y die Grösse um welche 7 Fig. L rechter Hand von K ist, oder was auf

NL, zwischen L und einen Perpendikel von K auf diese Linie enthalten wäre.

So ist $x = \frac{h}{m-1} . p+y$; Nähmlich um y grösser, als es wäre wenn der Strich L an den Strich K passte.

Man könnte nach dem Augenmasse schätzen, was für einen Theil y von NL beträgt. Weil sich aber eine Grösse besser mit einer die nicht vielmahl grösser ist vergleichen lässt, als mit einer die vielmahl grösser ist, so vergleiche man y mit der Grösse um welche N linker Hand von M liegt, oder mit dem Stückchen der Linie NL, das ein Perpendikel von M auf sie, zwischen sich und N abschnitte.

Man setze es verhalte sich y zu dieser Grösse wie q: r oder sie sey $= \frac{ry}{q}$.

So sind q; r; ein paar Zahlen welche die Schätzung nach dem Augenmasse giebt.

Nun ist aber auch $y + \frac{ry}{q} = NL - MK = \frac{h}{m-1}$ (II)

Also $y = \frac{h}{(m-1).(q+r)}$

So giebt sich x.

In der 7 Fig. möchte NL ohngefähr auf beyden Seiten gleichweit über MK herausgehn;

So

So wäre $q = r$; und aus (V) $y = \frac{0,1}{2}$ Zoll $=$ 0,05

Ferner ist $p = 1$; also $x = 0,15$

XII. Wenn also Theilungsstriche auf einander passen, so hat man aus (IV) x als ein Vielfaches von $\frac{h}{m-1}$ oder von $\frac{a}{m.(m-1)}$. So theilt der Vernier die Grösse a in $m.(m-1)$ Theile ein.

Und dieser sein Gebrauch ist vollkommen sicher weil man zuverlässig sehen kann, ob ein paar Theilungsstriche auf einander passen, übrigens aber weiter nichts vorausgesetzt wird, als daß die Theile der unbeweglichen Grösse unter sich gleich gemacht sind, und eben so die Theile des ihr gleichen Vernier, unter sich gleich sind.

XIII. Noch kleinere Theile von a, bekömmt man wenn kein Theilungsstrich an den andern passt, aber, nur soweit zuverlässig, als man sich auf sein Augenmaaß bey der Schätzung (XI) verlassen darf.

XIV. Bey dem sichern Gebrauche des Vernier (XII) wird n nicht grösser als $m-1$; (IV) also ist der grösste Werth von $x = \frac{a}{m} = h$

## 14. Wie der Vernier eingerichtet wird eine gegebene Grösse in eine gegebene Menge Theile zu theilen.

I. Man setze die Grösse b soll in m—1 Theile getheilet werden. So mache man $a = m.b$; alsdenn giebt der Vernier, bey seinem sichersten Gebrauche, von dem ich hie allein rede, (13; XIV) Vielfache von $\frac{b}{m-1}$, das ist er theilt b in m—1 Theile.

II. Man bemerke dabey, daß diese Vielfachen nicht weiter als bis auf das m—1 fache gehn. (13; XIV)

III. Exempel. Man wollte einen Zoll in zehn Theile theilen.

So könnte man es so anfangen: das ist so viel als den halben Zoll in 5 Theile theilen. Man setze also $b = \frac{1}{2}$ Zoll; $m = 6$; oder: die unbegliche Grösse wäre 6 halbe Zoll, und der ihr gleiche Vernier würde in fünf Theile getheilt.

So kommen die vorhin bey der Theorie gebrauchten Figuren.

Auf diese Art hat man aber nur 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; die grössern Mengen von Zehntheilen würde durch diesen Vernier, wenigstens nicht bequem gefunden.

Man setze $b = 1$ Zoll; $m = 11$; oder man nehme $a = 11$ Zoll, und theile es in diese Zoll ein.

Den

Den Vernier, auch = 11 Zoll, theile man in zehn Theile.

So ist in (IV) $x = n . \frac{1}{10}$ Zoll, und so kann man alle Zehntheile vom Zolle haben.

IV. Den Zoll in 12 Theile zu theilen, liesse sich folgendergestalt verfahren.

Man theile den halben Zoll in 6 Theile, das ist, man theile a = 7 halben Zollen in diese 7 halbe Zoll, und den gleichen Vernier in sechs Theile;

So hat man 1; 2; 3; 4; 5; 6; Zwölftheile des ganzen Zolls.

Will man aber alle Zwölftheile des ganzen Zolls nach einander nehmen, so sey a = 13 ganze Zoll; und der gleiche Vernier werde in zwölf Theile getheilt.

## Einen Zoll in tausend Theile zu theilen.

V. Das ist soviel, als das Zehntheil eines Zolles in hundert Theile zu theilen. Man setze also b = 0,1 Zoll; m — 1 = 100; oder man mache a = 101 Zehntheile eines Zolls = 10,1 Zoll. Den gleichen Vernier theile man in hundert Theile.

So ist (IV) $x = \frac{n . 101}{101 . 100}$ Zehntheile also = n. 0,0001 eines Zolls.

Hier geht n nicht weiter als auf 100; zu dem aber was Zehntheile beträgt braucht man den Vernier nicht mehr.

So hat Bird verfahren, den Zoll in tausend Theile zu theilen. Man s. unten 19.

VI. Noch kleinere Theile als Tausendtheile lassen sich durch Schätzung besonders wenn man ein Vergrösserungsglas braucht erhalten. Mit einem Glase von einem Zoll Bennweite, nimmt B. Drittheile eines Tausendtheils.

## Eine andere Einrichtung des Vernier.

VII. Es ist klar daß es nur darauf ankömmt, daß die Menge der Theile, in welche eine gleiche Grösse eingetheilt wird, beym Vernier, und auf der unbeweglichen Grösse um 1 unterschieden sind.

Man mache also die grössere Menge von Theilen auf dem Vernier, und die kleinere auf der unbeweglichen Grösse.

Man nehme auf der unbeweglichen Grösse $a = r.b$ und theile den gleichen Vernier in $r+1$ Theile ein, von dem also einer $= \frac{rb}{r+1}$ ist;

So ist nunmehro, ein Theil der unbeweglichen Grösse um $b - \frac{rb}{r+1} = \frac{b}{r+1} = \frac{a}{r.(r+1)}$ grösser als ein Theil des Vernier.

Dieß will ich die zweyte Art des V. nennen, aber es allemahl anzeigen, wenn ich von ihr rede und den Nahmen ohne Beywort, nur von der ersten brauchen.

## 15. Anwendung des Vernier, bey Werkzeugen Winkel zu messen.

I. In den bisher gebrauchten Figuren, bedeute nun AB einen Kreisbogen, der einen gegebenen Winkel $= \alpha$ zugehört. Dieser Bogen mache einen Theil von dem Rande eines Winkelmessers, Quadranten u. s. w. aus; Ist also nicht anders beweglich, als zugleich mit der Ebene des eingetheilten Randes.

II. CD sey ein Bogen der jenem concentrisch ist, und eben dem Winkel am Mittelpuncte des Werkzeuges zugehört, gewöhnlich hat dieser Bogen einen Halbmesser der etwas grösser ist als des eingetheilten Randes seiner; also ist der Länge nach CD etwas grösser als AB, aber es sind ähnliche Bogen, die gleichen Winkeln zugehören.

III. Hieraus wird man verstehen, wie nun die Eintheilung gemacht wird. Der Bogen AB wird in m Theile getheilt, deren jeder einem Winkel $= \frac{\alpha}{m}$ zugehört, und der ähnliche Bogen CD; als Vernier, in m—1 Theile, deren jeder einem Winkel $= \frac{\alpha}{m-1}$ zugehört.

IV. Ein Theil des Vernier übertrifft also einen Theil des Randes um den Winkel $\frac{\alpha}{m \cdot (m-1)}$

V. Das Ende des Vernier wo D befindlich ist, wird an die bewegliche Alidade, das bewegliche Fernrohr u. d. g. des Werkzeuges befestigt, dergestalt, daß er beym Messen der Winkel, immer mit um des Quadranten Mittelpunct, als zugleich den seinigen herumgeführt wird; Ferner daß eine Linie durch den Theilungsstrich o des Vernier und des Quadranten Mittelpunct, allemahl der Linie nach welcher man durch die Dioptern sieht, oder der Axe des Fernrohrs, parallel ist.

VI. Auf diese Art lassen sich vermittelst des Vernier, die Winkel in viel kleinern Theilen angeben, als unmittelbar durch die Abtheilungen auf dem unbeweglichen Rande.

## Exempel.

VII. **Erstes.** Man hat den Rand eines Winkelmessers bis auf halbe Grade abgetheilt, und will vermittelst des Vernier einzelne Minuten haben.

Das heisst: einen halben Grad in 30 Theile theilen.

Also sey $b = \frac{1}{2}$ Grad $= 30'$; $m = 31$; $a = 31.30'$; oder:

Man nehme zum Vernier einen Bogen der 31 halben Graden zugehört, und theile ihn in dreyssig Theile, so ist $x = \frac{n.31.30'}{31.30} = n$ Minuten; und man hat so die einzelnen Minuten von 1 bis 30.

VIII.

VIII. Zweytes. Für eine Aequinoctialuhr hat man den Kreis in seine 24 Stunden getheilt, und jede Stunde in ihre Viertheile. Diese Eintheilungen sind auf dem Rande des Kreises. Man will vermittelst eines Vernier, die Stunden in ihre Minuten theilen.

Also eine Viertheilstunde in 15 Theile; folglich $b = \frac{1}{4}$ St. $m = 16$; und der Vernier ist ein Bogen der 16 Viertheilstunden zugehört, und in 15 Theile getheilt wird.

Nach Winkeln, beträgt eine Viertheilstunde 3 Grad 45 Minuten, und eine Stundenminute, 15 Minuten des Grades.

IX. Drittes. Ein Quadrant ist von fünf zu fünf Minuten eingetheilt; Der Vernier soll halbe Minuten geben.

Also Zehntheile eines Winkels von fünf Minuten; daher $b = 5'$; $m = 11$; $a = 55'$; oder: der Vernier ist ein Bogen, welcher einem Winkel von 55 Minuten zugehört, und in zehn Theile getheilt wird.

$$\text{So ist } x = \frac{n.\,55'}{11.\,10} = n.\,30''$$

X. Viertes. Man hat einen Quadranten in 96 Theile getheilt, und jeden dieser Theile in 16. Man will durch einen Vernier jeden dieser 16 Theile wieder in 16 theilen.

Also ist $b = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{96}$; $m = 17$; der Vernier gehört als Bogen einem Winkel, von 17 solchen

Sechszehntheilen die auf dem Rande bezeichnet sind, und wird in 16 Theile getheilt.

So ist $x = n, \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{96} \cdot 90°$

XI. Man nenne den sechs und neunzigsten Theil des Quadranten e; So ist

$$e = 0° 56' 15''$$
$$\frac{1}{16} e = 3\ 30\ 56''' 15''''$$
$$\frac{1}{256} e = 13\ 11\ 0\ 56^{V}\ 15^{VI}$$

Man kann sich also leicht drey Tafeln machen, die erste für alle Vielfache von e bis das 96 fache, die zweyte für alle Vielfache von $\frac{1}{16}$ e bis das Sechszehnfache, die dritte auch so für alle Vielfache von $16 . \frac{1}{16} . e$ bis desselben Sechszehnfaches; jedes dieser Vielfachen in Graden und gewöhnlichen Theilen derselben ausgedruckt.

So findet man durch die Addition dreyer Zahlen, deren jedes ein Glied einer dieser Tafel ist, den Winkel auf die gewöhnliche Art ausgedruckt.

Z. E. ein Winkel halte nach dieser Abtheilung die drey Theile die hie in einer Columne untereinander stehn.

$$30 . e = 28° 7' 30''$$
$$\frac{11}{16} e = 38\ 40\ 18''' 45''''$$
$$\frac{9}{256} e = 1\ 58\ 39\ 8\ 26^{V}\ 15^{VI}$$

Der Winkel $= 28\ 48\ 8\ 57\ 53 \ldots$

Wo man bey jedem einzelnen Gliede einer Tafel was unter Secunden ist nur deswegen mitnimmt, um zu sehen ob daraus in der Summe ganze Secunden

den entstehen oder wenigstens etwas das einer Secunde nahe kömmt.

XII. Wenn an einen Quadranten beyde Eintheilungen zugleich angebracht sind, (IX; X), so kann man

Erstlich eine durch die andere prüfen, ob sie beyde einerley geben;

Zweytens wenn man beyde als richtig voraussetzt, so geben sie folgende Bequemlichkeit: passt z. E. von dem Vernier der zur Eintheilung in Grade gehört, nirgends ein Theilungsstrich an einen, der ihm zugehörigen Eintheilung auf dem Rande, so passt doch vielleicht ein Theilungsstrich des andern, an einen Strich der ihm gehörigen Eintheilung.

Drittens, wenn nirgends ein Theilungsstrich an den andern passte, wäre die Schätzung (13; XI) bey dem welcher zu den Sechsundneunzigtheilen gehört, viel bequemer und sicherer weil ein solcher ganzer Theil nur etwa 13,2 Secunden beträgt.

XIII. Beyde Eintheilungen mit ihren Vernier, pflegen von den Engländern an Mauerquadranten angebracht zu werden. Der hiesige ist auch so eingerichtet.

XIV. Jeder Vernier muß natürlicher Weise an den Rand passen, den er weiter eintheilen soll. Dem Winkel nach beträgt ein Theil des Vernier allemahl mehr als ein Theil des Randes (111)

Ist

Ist also der Halbmesser des V. ein wenig grösser als des Randes seiner, so ist ein Theil des V. merklich grösser als ein Theil des R.

Ist aber des V. Halbmesser etwas kleiner als des R. seiner, so sind beyder Theile weniger unterschieden, und die Folge daraus ist, daß ein paar nach einander folgende Theilungsstriche des Randes beyde ziemlich nahe bey ein paar nacheinander folgenden Theilen des Randes stehen können, und man genauer acht geben muß, welcher Strich des V. an den Strich des R. passt oder ihm am nächsten ist.

Wenn es sich also thun lässt, wird man dem V. den grössern Halbmesser geben.

Am hiesigen Mauerquadranten hat der Vernier für die halben Minuten (IX) einen grössern Halbmesser als sein Rand, und der für (XI) einen kleinern. Beyde sind nähmlich, an entgegengesetzten Gränzen einer messingenen Platte, die sich zwischen Abtheilungen auf dem unbeweglichen Rande verschiebt.

## Parallaxe beym Vernier und Mittel sie zu vermeiden.

XV. Bey einem messingenen Vernier an einem messingenen Rande, ist es möglich daß man manchmahl den Strich des Vernier an einer andern

dern Stelle des Randes zu sehen glaubt, als wo er wirklich hingehört, wenn man nähmlich das Auge nicht gleich in der Ebene hat, welche durch den Strich auf das Werkzeug senkrecht steht; Auser dieser Ebene giebt es eine Parallaxe.

Es ist nicht allzuschwer diesen Irrthum zu vermeiden, wenn man sich eine Uebung erworben hat. Ein Merkmahl daß man das Auge gehörig halte, besonders wenn man scharf beurtheilen will wie genau ein Strich des V. an den Strich des Randes passt, ist, die Striche des V. die auf beyden Seiten dessen den man untersuchen will mit den ähnlichliegenden Strichen auf dem Rande zu vergleichen.

## Branders V. auf Glas.

I. Der geschickte Mechanicus Brander zu Augspurg vermeidet diese Parallaxe, durch einen auf Glas gezeichneten Vernier, der sich über den Eintheilungen des Randes schiebt, daß man diese Eintheilungen durch das Glas sieht. Man s. Quadrans Astronomicus nouus, descriptus et examinatus in Specula Vranica Ingolstadiensi a P. Caesario Amman S. I. Math. et S. Lingu. P. P. O. (Augsp. 1770) §. IX.

Hr. Branders V. ist von der zweyten Art. (14; VII) Der Quadrant ist von zehn zu zehn Minuten getheilt, und der Vernier soll einzelne

Mi-

Minnten geben. Also ist a. a. O b = 10′; r + 1 = 10; r = 9; oder: Der Vernier begreift einen Bogen von 9.10′ und ist in 10 Theile getheilt, von dem also jeder 9′ beträgt, und um 1′ kleiner ist als ein Theil des Randes.

## Man kann bey einem Kreise statt des Vernier auch eine gerade Linie brauchen.

XVII. Der Halbmesser des ingolstädtischen Quadranten ist etwas über 3 pariser Fuß (im angef. Buche §. V.) Man kann also fragen: Hat Hr. B. mit diesem Halbmesser einen Bogen auf Glas gerissen?

Nein, sondern sein V. ist die Sehne von 90′; in zehn Theile getheilt. Der P. Amman, hat a. a. O. diese Sehne in Theilen des Halbmessers ausgedrückt, wie auch ihre Bogen, und findet einen Unterschied von 0″,154.

Wie in III. astr. Abh. 610; lässt sich dieses so berechnen:

log sin 45′ = 0, 1169262 — 2
log 2 = 0, 3010300

log chord 90′ = 0, 4179562 — 2
+ 5, 3144251

3, 7323813

giebt die Chorde = 5399″,8
der Bogen = 5400,

Unterschied kleiner als 0,2

Also

Also läſſt ſich dieſe gerade Linie mit einem unbeträchtlichen Fehler ſtatt des Bogens brauchen.

Und ebenfalls, kann man eine gerade Linie die noch einmahl ſo groß als die Tangente von 45′ iſt dergeſtalt um den Kreis führen, daß ſie ihn in ihrem mittelſten Puncte immer berührt, und ſo als V. brauchen.

XVIII. Daß man ſolche kleine Eintheilungen zu betrachten Vergröſſerungsgläſer brauchen kann, iſt leicht zu erachten.

Für den hieſigen Mauerquadranten, gehört zu jedem Vernier (XIII) ein zuſammengeſetztes Mikroſkop von zwey Gläſern; beyde Mikroſkope ſind ſo neben einander gefaſſt, daß man ſie nach Gefallen an jede Stelle des Quadranten befeſtigen kann ohne ſie mit der Hand zu halten, auch ſie nach Gefallen wieder wegnehmen kann.

Mir iſt immer ein einfaches Glas von ein paar Zollen, (eine Loupe,) bequemer geweſen.

Durch ſo ein Mittel verſichert man ſich, ob Striche die nach dem Urtheile des bloſſen Auges an einander paſſen, genau genug dieſe Lage haben, und der Abſtand einander nächſter Striche vom V. und vom Rande, läſſt ſich ſo, genauer ſchätzen und mit einem andern vergleichen.

## 16. Ueber die Eintheilung des Quadranten in 96 Theile.

Die Bogen von 60 und von 30 Graden beſtimmt man bekannter maſſen auf einem Quadran-

ten am leichtesten. Wenn man den von 30 Graden, fünfmahl nach einander halbirt, so erhält man

$\frac{1}{3.2.2.2.2.2}$ = $\frac{1}{96}$ des Quadranten. So ist diese Eintheilung eingerichtet und wird eben deswegen empfohlen, weil sie sich durch fortgesetztes Halbiren bewerkstelligen lässt.

Der Markscheidercompaß wird in 24 Theile getheilt, die da Stunden heissen, und jede Stunde in Achttheile; das giebt dem ganzen Kreise 192 Theile, dem halben 96; und diese Theile lassen sich auch alle, mit Eintragen des Halbmessers als Sehne, und fernerer Halbirung der Bogen bewerkstelligen.

Ein Achttheil der Stunde beym Markscheider ist also noch einmahl sogroß als ein Sechsundneunzigtheil des Mauerquadranten. (XV)

Man hat gefragt, warum die Markscheider diese Eintheilung, und nicht die in Grade beliebt haben, und der Hr. v. Oppel glaubt, als sie solche eingeführt haben wäre ihnen die Eintheilung in Grade unbekannt gewesen (Anleit. zur Markscheidekunst 284. f.) Es ist indessen sonderbar, daß jetzo, da man mit der Eintheilung in Grade zulänglich bekannt ist, eben eine solche Eintheilung wie der Markscheider ihre beliebt wird, weil man glaubt sie vorzüglich richtig machen zu können. Vielleicht haben die Markscheider auch ihre Eintheilung gewählt, weil sie sich vollkommen geometrisch bewerkstel-

stelligen läſſt, welches mit der Eintheilung in Grade nicht angeht.

## 17. Einige hiſtoriſche Nachrichten von den Kunſtgriffen gerade Linien und Bogen in kleine Theile zu theilen. Nebſt geometriſchen Unterſuchungen derſelben.

I. Dieſes hängt mit dem bisher beſchriebenen Kunſtgriffe kleine Abtheilungen anzugeben, zuſammen. Man ſchreibt denſelben insgemein den Peter Nunnez zu, der durch unterſchiedliche mathematiſche Schriften bekannt iſt. Petri Nonii Salacenſis Opera; Baſ. 1566; betreffen meiſt die Schiffkunſt, und enthalten das zu Liſſabon 1542 Buch de crepuſculis nicht, welches noch am meiſten bekannt iſt, und wo Nonius ſchon die Aufgabe der kürzeſten Dämmerung (III. aſtr. Abh. 810) aufgelöſet hat. In eben dieſem Buche giebt er auch eine Art an, einen Quadranten in kleine Theile zu theilen.

### Des Nunnez concentriſche Bogen.

II. Er beſchreibt auf der Ebene des Quadranten 45 concentriſche Bogen, theilt den äuſerſten in 90 Theile, die innern, nach der Reihe in 89; 88; ... 46 Theile; ſo muß das Loth oder die be-

wegliche Alidode des Quadranten, allezeit nahe bey einem dieser Theilungspuncte fallen, und N. zeigt wie man dadurch kleine Abtheilungen bekomme.

In vorerwähnter Sammlung anderer seiner Werke, findet sich: de regulis et instrumentis ad varias rerum tam maritimarum quam coelestium apparentias deprehendendas ex mathematicis disciplinis Liber II. daselbst cap. 6. erwähnt er eben dieses Verfahren kürzlich, und bezieht sich deswegen auf sein Buch de crepusculis. Er fügt eine Muthmassung bey, die wenigstens der Bescheidenheit eines Erfinders Ehre macht: Ptolemäus habe schon dergleichen Eintheilung gebraucht. Denn Pt. gebe die Schiefe der Ekliptik 23 Gr 51 Min. 20 Sec. an, weil sich die Verhältniß des ganzen Kreises zum Bogen zwischen den Wendekreisen, wie 83: 11 gefunden habe. Also habe er sich wohl eines Werkzeuges bedient, auf welchem ein Quadrant in 83 solche Theile getheilt gewesen, dergleichen der Bogen zwischen den Wendekreisen 44 enthalten; denn ein Werkzeug von der Grösse daß sich Minuten und Secunden unmittelbar darauf wahrnehmen lassen, habe Pt. gewiß nicht gebraucht.

Nunnez war ein Portugiese, 1492 zu Alcazar del Sal gebohren, Königl. Cosmograph und Prof. der Mathem. zu Coimbra Lehrer des Cardinal Heinrichs, Sohns des K. Emanuel. Weidler Histor. Astron. cap. 14. §. 40.

In

In dem Buche wo Tycho seine astronomischen Werkzeuge beschreibt: Astronomiae instauratae Mechanica, ist gleich zu Anfange ein Quuadrant abgebildet, der nach Nunnez Vorschrift abgetheilt ist, und Tycho sagt soviel davon als jemanden der es der Mühe werth achtet die Gründe des Gebrauchs aufzusuchen zulänglich seyn kann; fügt aber auch bey: dieses Verfahren leiste das nicht was es anfangs zu versprechen schiene.

Gleich nach diesem Quadranten stellt T. einen andern vor, wo er diese Methode noch verbessert hat.

In des bekannten Geometers Christoph Clauii Geometria Practica; Rom 1604 (die Zueignungsschrift ist in eben dem Jahre vom Clavius unterzeichnet) finden sich Lib. I. cap. II. auch solche Vorschriften, durch concentrische Bogen, kleine Theile eines Winkels anzugeben; auch Tafeln zu den dabey nöthigen Berechnungen

Es finden sich auch dergleichen, in des Clavius Buche Fabrica et vsus instrumentor. ad descript. horologior. cap. vlt. p. 114 et 116. Sie sind ihm von Jacob Curtius mitgetheilt worden.

Auch am Ende von Tychos Astr. iust. Mech. ist des Curtius, welcher da Imperii Procancellarius genannt, sein Verfahren, aus der Nachricht die er dem T. mitgetheilt hat, beschrieben.

C. theilt den äussersten Quadranten in seine 90 Grade ein; Innerhalb dessen beschreibt er noch 49 Quadranten.

Auf dem nächsten vom äuersten, also dem zweyten, nimmt er 61 Grad, dieses Quadranten, und theilt sie in 60 Theile ein, oder 31 halbe Grade die er in 30 Theile eintheilt. Jeder dieser Theile beträgt also 1 Gr 1 M. Er braucht nur den ersten von ihnen und lässt daher die andern alle weg, um keine Verwirrung zu machen.

Im dritten Quadranten nimmt er 62 Gr und theilt sie in 60 Theile; und so geht er mit Eintheilungen fort, welches hieher zu schreiben, unnütze Weitläuftigkeit wäre, weil C. selbst gesteht diese Erfindung leiste in der Ausübung nicht was man von ihr erwarten möchte, womit T. übereinstimmt, so sinnreich auch sonst diese Erfindung ist.

Tycho erwähnt in seinem zweyten Buche de mundi aetherei recentioribus phaenomenis 461 S. er habe endlich diese ursprünglich von N. herrührenden Eintheilungen, auch mit den Verbesserungen die er selbst dabey angebracht hatte, gänzlich verlassen, weil sie bey der Ausübung mehr Arbeit erfodern als durch ihren Nutzen belohnt wird.

## Tychos Transversallinien: Und derselben Verbesserung.

III. Tycho de Brahe hat die Eintheilung des verjüngten Maaßstabes nachgeahmt, den er, in seinem siebenzehnten Jahre zu Leipzig von dem da-

sigen

sigen Professor der Mathematik Joh. Homelio bekommen. Epistolar. Astron. Lib. I. p. 62.

Auch hat T. einen so eingetheilten Jacobsstab aus Hommels Officin durch Bartholomäus Sculstet erhalten, Astron. instauratae progymnalmata p. 671. Tycho berichtet dieses unter den Anmerkungen die er über Th. Digges Werk Alae seu scalae mathematicae macht. D. hatte gemeldet, die Eintheilung des Jacobsstabes durch Transversallinien sey in Engelland schon lange bekannt, und vornehmlich von einem geschickten Verfertiger mathematischer Instrumente Richard Chansler, gelehrt worden. Ob Hommel diese Eintheilung selbst erfunden, oder von jemand gelernt habe, weiß T. nicht.

Digges Werk ist zu London 1573 in 4to herausgekommen. Es giebt Methoden an die Parallaxe zu bestimmen, das ist die Bedeutung des nach dem damaligen Geschmacke spielenden Titels. D. hat den damaligen neuen Stern in der Cassiopeina zur Veranlassung gehabt. Tycho zeigt daß D. Methoden in der Ausübung nicht brauchbar sind. Auch irrt D. ohnstreitig wenn er den Jacobsstab allen andern Werkzeugen vorzieht.

IV. Einen Begriff von dieser Eintheilung kan ohngefähr folgendes geben.

Es sey 8 Fig. CD ein Bogen mit dem Halbmesser CA beschrieben, dem Winkel CAD = $\gamma$ gehörig, BF ein ähnlicher, dessen Halbmesser AB; So ist BC die Breite des Randes. Diese

theile man in eine willkührliche Menge von Theilen z. E. in ein, und ziehe durch alle Theilungspuncte concentrische Bogen, welche alle von der geraden Linie BD durchgeschnitten werden.

Einer dieser Bogen bis an erwähnten Durchschnitt sey KE, für $CK = \frac{n}{m} . CB$

So setzt die tychonische Eintheilung, den Winkel $KAE = \frac{n}{m} \gamma$.

Wäre z. E. $\gamma = 10'$ und $n = 10$; so gäben die Bogen KE alle Menzen von einzelnen Minuten.

Man sieht leicht daß dieses der Wahrheit nur so nahe kömmt so nahe es ihr ist, daß KE, CD, für parallele gerade Linien dürfen angenommen werden.

V. Diese Eintheilung, und eine hevelische, welche mit ihr auf einem Grunde beruht, beschreibt Rost; astron. Handb. III. Th. 6. Cap. 26; 27. §. Eben das. 7. Cap. 15. §. beschreibt er die Verbesserung dieser Methode die auf folgenden beruht.

VI. Es sey wiederum $CAD = \gamma$; $AC = b$; $CB = c$; BD eine gerade Linie.

Weil dieses Grössen sind, die durch das ganze Werkzeug einerley bleiben, so kann man aus ihnen einmahl für allemahl $ABD = \beta$ berechnen.

Wenn man $b + c = a$ setzt, so findet man nach I. astr. Abh. (65) f, und daraus das. (67) $\sin \beta$ =

$= \frac{b}{a} \cdot f$; oder man hat auch noch mehr unmittelbar aus daf. (57) $\tang \beta = \frac{b \cdot \sin \gamma}{a - b \cdot \cos \gamma}$

Nun setze man den Winkel $BAE = \varphi$. Dieses muß ein Vielfaches von $\frac{1}{m} \gamma$ seyn, wo m eine ganze Zahl ist, und dieses Vielfache ändert sich von o bis zum mfachen.

Man nenne $BE = x$; so ist
$\sin AEB : \sin BAE = AB : BE$; also

$$x = \frac{a \cdot \sin \varphi}{\sin (\beta + \varphi)}$$

Man braucht nur $m - 1$ Werthe für x zu berechnen, und so bekömmt man eine Tafel, nach welcher man jeden Raum auf dem Rande des Werkzeuges wie CDFB ferner eintheilen kann.

VII. Zur Erläuterung, will ich Rosts Exempel a. a. O. nehmen, er setzt $b = 48$ Zoll $a = 50$; $\gamma = 1$ Grad; also $\frac{b}{a} = 0{,}96$

$\log \frac{b}{a} = 0{,}9822712 - 1$
$\log \cos \gamma = 0{,}9999338 - 1$
$0{,}9822050 - 1$

gehört zu 0,95985
abgezogen von 1,

$$1 - \frac{b}{a} \cdot \cos\gamma = 0{,}04014$$

$$10 + \log\frac{b}{a} = 9{,}9822712$$

$$\log\sin\gamma = 0{,}2418553 - 2$$

$$8{,}2241265$$

$$\log\left\{1 - \frac{b}{a} \cdot \cos\gamma\right\} = 3{,}6035774 - 5$$

$$\log\operatorname{tang}\beta = 9{,}6205491$$

giebt $\beta = 22^\circ\,39' +$.

Rost nimmt $\varphi = \quad 30$

$$\beta + \varphi = 23\quad 9$$

$$\log a = 1{,}6989700$$

$$\log\sin\varphi = 0{,}9408419 - 3$$

$$0{,}6398119 - 1$$

$$\log\sin(\beta+\varphi) = 0{,}5945469 - 1$$

$$\log x = 0{,}0452650$$

giebt $x = 1{,}109$ wie es auch R. findet.

**VIII.** Man bekömmt Quadranten und Feldmesserwerkzeuge mit solchen Eintheilungen; und noch jetzo werden manchmahl Quadranten so abgetheilt, wie selbst Hr. de la Lande im XIII. B. seiner Astronomie, berichtet. Daher schien es mir nützlich, sie hier zu erwähnen.

IX. Leupold Theatr. Mach. Arithm. Geom. cap. 26 §. 410; hat eine Tafel zu dieser Eintheilung berechnet ohne die Gründe davon anzuzeigen. Es ist daher wohl der Mühe werth zu wissen daß er nach gegenwärtigen Vorschriften gerechnet hat. Er setzt $a = 3000$; $b = 2300$; und theilt, wie man nur aus seiner Figur und Tafel, theils sehn, theils errathen muß, den Grad in zehn Theile ein, also nicht in Minuten, wie die Ueberschrift seines § verspricht. Also $\gamma = 1°$; ich will ein Exempel für $\varphi = 18'$ berechnen.

Leupold sucht aber unmittelbar $AE = y = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin(\beta + \varphi)}$

$\log 23 = 1{,}3617278$
$\log 30 = 1{,}4771212$

$\log \frac{b}{a} = 0{,}8846066 - 1$

$\log \cos \gamma = 0{,}9999338 - 1$

$0{,}8845404 - 1$

gehört zu $0{,}76655$
von 1

läßt $0{,}23344 = 1 - \frac{b}{a} \cdot \cos \gamma$

$10 + \log \frac{b}{a} = 9{,}8846066$
$\log \sin \gamma = 0\,9408419 - 3$

$8{,}8254485$

{5 log

$$\log\left\{1-\frac{b}{a},\operatorname{cof}\gamma\right\} = 0,3681752-1$$

$$\log \operatorname{tang}\beta = 8,4572733$$
$$\beta = 1^\circ\,38'\,30''-$$
$$\varphi = \quad 18$$

Summe $= 1\;56\;30$

$$\log a = 3,4771212$$
$$\log \operatorname{sin}\beta = 8,4571029$$

$$11,9342241$$
$$\log \operatorname{sin}(\beta+\varphi) = 8,5299689$$

$$\log y = 3,4042552$$

giebt y = 2536,6 L. hat 2536

Leupold giebt am angef. O. ein eigen Werkzeug an, darnach man Kreise von 1 Fuß oder kleiner im Halbmesser, auf diese Art von 6 zu 6 Minuten theilen könnte, denn er geht nur auf solche kleine Feldmesserwerkzeuge.

Rost und Leupold wollen den Bogen von einem ganzen Grade durch Transversalen eintheilen; da nun ein solcher Bogen schon merklich von einer geraden Linie unterschieden ist, so begreift man leicht, daß ihnen zu mehr Richtigkeit, die trigonometrische Verbesserung nöthig ist.

Tycho, Astr. inst. mech. an dem (II) angeführten Orte, theilt durch Transversalen nur einen Bogen von 20 Minuten; dieser kömmt der geraden Linie viel näher, und daher zeigt T. durch trigonometrische Rechnungen, daß der Fehler den

sein

sein Verfahren giebt, kaum über drey Secunden betrage. Eine solche Grösse war ganz unbeträchtlich zu Tychos Zeiten, wo es neu und selten war, Minuten anzugeben.

## Circulartransversalen.

X. BAL 9 Fig. sey der Winkel den man ferner eintheilen will, und AL = AB;

Man beschreibe einen Kreisbogen, der durch A, C, L; geht, sein Mittelpunct sey O.

In diesem Bogen nehme man N willkührlich zwischen C und L;

So sind LAC; NAC; Winkel am Umfange dieses Kreises, die auf einerley Bogen mit LOC, NOC; aufstehn.

Folglich Hälften der letztgenannten Winkel; die sich also wie die ganzen verhalten.

Daher CAL: CAN = CL: CN;

Man theile also den Bogen CL in eine willkührliche Menge gleicher Theile; so theilen Linien von A nach diesen Theilungspuncten gezogen, den Winkel CAL in eben soviel Theile.

Wäre z. E. CAL = 1° und man hätte CL in zehn gleiche Theile getheilt, so bekäme man durch Linien aus A an diese Theilungspuncte gezogenen Winkel von 6 zu 6 Minuten.

Diese Abtheilung eines Winkels durch Kreistransversalen, hat also ihre völlige geometrische Richtigkeit, nicht wie Leupold am angef. O. 425 §.

sagt

sagt ihre noch ziemliche Richtigkeit; Leupold muß sie nicht im geringsten theoretisch untersucht haben, sonst hätte er den so leichten Beweis finden müssen.

Ihren Erfinder, nennt Robins in der unten (XVI) anzuführenden Schrift, aus Joh. Bapt. Morins Longitudinum coelestium et terrestrium scientia. Er heisst Joh. Ferrerius, hat mathematische Werkzeuge verfertiget, und noch zu Morins Zeiten (um 1634) gelebt. M. rühmt seinen Fleiß und seine Scharfsinnigkeit. Clavius in der Vorrede zu seinem 1586. gedruckten Buche: Fabrica instrum. ad descript. hor. ertheilt eben dieses Lob einem Spanier Joh. Ferrerius. Sind beyde eine Person, so muß der Mann ein hohes Alter erreicht haben.

Weil diese Methode geometrisch richtig ist, so verdient sie wohl, die Grösse des Halbmessers zu berechnen mit dem man CL beschreiben muß. Dadurch läßt sich die Ausübung genauer bewerkstelligen, als wenn man ihn durch Zeichnung findet.

Ich nenne die gegebenen Grössen, wie (VI;) ferner zwo unbekannte, $AO = u$; $LAO = \zeta$

Im gleichschenklichten Dreyecke AOC; ist $OAC = \gamma + \zeta$; also $\frac{1}{2} b = u \,.\, \text{col}\,(\gamma+\zeta)$? Und eben so aus dem Dreyecke AOL; $\frac{1}{2} a = u \,.\, \text{col}\,\zeta$; Folglich

$$\frac{b}{\text{col}\,(\gamma+\zeta)} = \frac{a}{\text{col}\,\zeta} \text{ also}$$

$$b \,.\, \text{col}\,\zeta = a\,(\text{col}\,\gamma \,.\, \text{col}\,\zeta - \text{sin}\,\gamma \,.\, \text{sin}\,\zeta)$$

$b =$

$b = a \cdot \cos\gamma - a \cdot \tan\zeta \cdot \sin\gamma$

$$\tan\zeta = \frac{a \cdot \cos\gamma - b}{a \cdot \sin\gamma}$$

oder, wenn $\frac{b}{a} = e$

$$\tan\zeta = \frac{\cos\gamma - e}{\sin\gamma}$$

Wenn man hieraus den unbekannten Winkel berechnet hat, giebt sich

$$u = \frac{a}{2 \cdot \cos\zeta} = \tfrac{1}{2} a \cdot \sec\zeta$$

Wenn $e = \cos\gamma$; fällt O in AL; $u = \frac{1}{2} a$;

Wenn $e > \cos\gamma$; fällt AO von AL nach AC zu.

Man hat auch $COL = 2\gamma$ und kann dadurch den Bogen CL in die verlangten Theile theilen.

Mit dem einmahl gefundnen u, kann man aus A einen Kreis beschreiben, in dem man nach und nach andere O, als Mittelpuncte anderer und anderer CL für Winkel $=$ CAL die nach einander auf dem Rande des Werkzeuges folgen, nehmen kan.

Dieses schlägt Leupold vor. Morin räth nach Robins Berichte, ein Stück Messing, das nach der Figur des Bogens CL gebildet und gehörig abgetheilt ist an die Alidade AC die sich um A dreht zu befestigen, und so über das Werkzeug fortzuführen. Das wird die Abtheilungen in jedem

Win-

Winkel über den es gebracht wird machen, wie der jetzo gebräuchliche Vernier.

Diese Berechnung zeigt gleich eine Unbequemlichkeit welche bey dem Gebrauche wozu das Verfahren bestimmt ist, immer eintreten wird.

Der Winkel $\gamma$ den man dadurch eintheilen will ist klein, höchstens ein Grad;

Der Rand muß eine gewisse Breite haben, damit man soviel concentrische Kreise darauf ziehen kann, als die Eintheilung erfodert welche man vorhat. Also ist e nicht etwa der Einheit sehr nahe, und folglich $\cos\gamma - e$ nicht sehr klein.

Aber $\sin\gamma$ ist sehr klein, nicht grösser als etwa 0,08;

Also ist $\tan\zeta$ groß, und daher u vielmahl grösser als a.

## Exempel.

Man hätte einen Quadranten von 6 Fuß, von 5 zu 5 Minuten getheilt, und wollte ihn durch Kreistransversalen in halbe Minuten theilen.

So müsste man den Bogen CL in 10 Theile theilen, und da wäre wohl die geringste Grösse die man für CB annehmen könnte 1 Zoll; also $e = \frac{1}{72}$; $a = 6$ Fuß; $\gamma = 5$ Minuten.

$$\cos\gamma = 0,9999989$$
$$e = 0,9861111$$
$$\cos\gamma - e = 0,0138878$$

10+log o, 013888 = 14, 1426397—6
— log fin γ = —o, 1626960 +3

log tang ζ = 11, 9799437
giebt ζ sehr beynahe = 89° 24′
log ½ a = o, 4771212
log sec ζ = 1, 9799793

log u = 2, 4571005
giebt u = 286, 48 Fuß.

Machte man den Rand breiter als 1 Zoll, so käme u noch gröſſer.

Ein Bogen, deſſen Halbmeſſer ein wenig gröſſer iſt als 6 Fuß, erfüllt als Vernier die Foderung dieſes Exempels, am hieſigen Mauerquadranten.

Dieſe unbequeme Gröſſe des Halbmeſſers für die Kreistransverſalen, iſt wohl die Urſache warum man ſtatt ihrer lieber gradlinichte gebraucht, auch bey der Mühe ſie trigonometriſch zu berechnen.

Auch erhellt, daß CL, als ein kleiner Bogen von einem groſſen Halbmeſſer, ziemlich beynahe eine gerade Linie ſeyn wird. Und ſo rechtfertigt dieſe Unterſuchung Tychos geradlinichte Transverſalen.
(III)

## Wie die Mühe, concentriſche Bogen zu ziehen, erſpart wird.

XI. Wenn man mit jedem Halbmeſſer, wie y (IX) durch den ganzen Umfang des Quadranten u. ſ. w. concentriſche Bogen ziehen will, ſo iſt dieſes

ses nicht nur sehr mühsam, sondern auch unsicher, ob man diese Bogen durch alle ihre Puncte mit gehöriger Richtigkeit beschreiben wird.

Es bedeute also AB die bewegliche Alidade. Man trage auf sie von C bis B die Endpuncte der Halbmesser y; dergleichen K einer wäre, und innerhalb jedes Winkels = γ ziehe man eine Transversale wie BD; auf der man alsdenn die Theilungspuncte E zu bemerken nicht nöthig hat; Wenn man alsdenn die Alidade über eine solche Transversale führt, so zeigt der Punct in dem beyde einander schneiden, den gehörigen Theil. Rost, astr. Handb. III. Th. 7 c. 25 §.

Bey den Circulartransversalen wird man wohl nicht vermeiden können, die concentrischen Bogen zu ziehen, wenn man auch den Bogen CL nach Morins Vorschlage anbringt.

XII. Andere Arten kleine Eintheilungen der Bogen zu machen, die Leupold anführt sind wohl nie in Gebrauch gekommen.

## Des Mordente Verfahren, kleine Theile einer Grösse anzugeben.

XIII. Clavius lehrt es Geom. Pract. L. I. cap. 2. §. 10 sequ. Eine Grösse die ich 1 nennen will, sey in m gleiche Theile getheilt. Man hat von ihr ein Stückchen = u, kleiner als ein solcher Theil, und will wissen, wieviel dasselbe beträgt. Man fasse es mit dem Zirkel, und trage es m

mahl

mahl auf die eingetheilte Grösse, vom Anfange derselben. Gesetzt nun es beträgt auf solche Art n Theile und noch was unbekanntes = v darüber;

So ist $mu = \frac{n}{m} + v$ also $u = \frac{n}{m^2} + \frac{v}{m}$

Will man weiter fortgehen, so trage man v auch so vom Anfange der eingetheilten Grösse m mahl hin; Macht es so p Theile, und etwas Unbekanntes = x darüber so ist $m.v = \frac{p}{m} + x$; also

$$u = \frac{n}{m^2} + \frac{p}{m^3} + \frac{x}{m^2}$$

Man sieht leicht daß sich eben das mit x vornehmen und so durch Wiederhohlung der Arbeit u in sehr kleinen Theilen der angenommenen Einheit erhalten lässt.

**Erstes Exempel.** Die Linie AB = 1; 10 Fig sey in vier Theile getheilt. Man will wissen wie viel das Stück CD = u beträgt, das über den ersten Theil hervorgeht. Man trägt es von A viermahl, so reicht es bis in E und das Stück von 2 bis E ist = v; Also $4u = \frac{2}{4} + v$ und $u = \frac{2}{16} + \frac{1}{4}v$; Ferner v viermahl von A getragen, reicht bis F, und von 2 bis F ist = x; also

$$4v = \frac{2}{4} + x \text{ und } u = \frac{2}{16} + \frac{2}{64} + \frac{1}{4}x$$

So wäre $AD = \frac{13}{32} + \frac{1}{4}x$

**Zweytes Ex.** Wäre also AB = 1° und in vier Theile von 15 zu 15 Minuten getheilt, so wäre

$\frac{1}{4} = 15'$
$\frac{1}{16} = 3\ 45''$
$\frac{1}{32} = 1\ 52\ 30'''$
$\frac{1}{64} = 56\ 15$
$u = 9\ 22\ 30 + \frac{1}{4}x$

Wenn $v = 0$ so hat man gleich $u = \frac{n}{mm}$

Guidi Vbaldi e Marchionibus Montis, problematum astronomicorum libri septem sind zu Vened. 1609. fol. herausgek. Da wird dergleichen Verfahren für Kreisbogen Lib. I. Prob. 1; 2; 3; gelehrt.

Eigentlich aber rührt es, wie Clavius Fabr. et Vs. instr. ad descr. horol. cap. vlt. berichtet, vom Fabricio Mordente, Kaiser Rudolphs Mathematico her, und wird von dem Bruder des Erfinders in einem zu Antwerpen 1584 gedruckten Tractate erwähnt: Il compasso del Signor Fabritio Mordente, con altri istromenti mathematici, ritrovati da Gasparo, suo fratello.

Bogen einzutheilen ist es deßwegen ziemlich unbequem, weil es eine mühsame Verwandlung der Theile die man so bekömmt in Minuten, u. s. w. erfoderte.

Wenn die Einheit in zehn Theile getheilt ist, geben sich auf diese Art u, v, u. s. w. bequem in Hunderttheilen, Tausendtheilen u. s. w.

Eine Grösse zu wiederholten mahlen, auf eine Linie zu tragen, wie mit u geschehen muß, giebt

be-

bekannter massen keine gar zu grosse Richtigkeit. Man wird nicht sicher seyn, daß im Exempel, AE genau viermahl so groß als CD ist. Ob nun gleich mit mässiger Geschicklichkeit, wohl das zu erhalten wäre, daß die Länge m. u nicht um einen ganzen Theil der angenommenen Einheit unrichtig wird, daß sich im Exempel, 4. CD nicht zwischen 1 u. 2 oder zwischen 3 u. 4 endigt, wenn es sich zwischen 2 und 3 endigen soll; so ist doch nicht zu erwarten, daß der Ueberschuß $m\,u - \frac{n}{m}$ durch dieses Aneinandersetzen, genau die Grösse bekommen wird die ihm gehört, daß im Exempel die Länge von 2 bis E genau so groß ist als der Ueberschuß von 4. CD über $\frac{2}{4}$ seyn sollte.

Also hat man v nicht ganz zuverlässig und daher werden die kleinern Theile die man durch Fortsetzung dieser Arbeit erhalten will, eben nicht so gar sicher seyn.

Setzt man hinzu, wieviel Aufmerksamkeit und Geschicklichkeit dieses Verfahren erfodert, wieviel Zeitverlust es verursacht, so wird man es wohl im Ernste, zumahl Winkel zu messen, nicht brauchen wollen.

XIV. Es hat viel Aehnliches mit dem Verfahren unsers Tobias Mayers, mit einem Winkelmesser, der nicht ganz einzelne Minuten zeigt, die Winkel bis auf Secunden zu messen. Comm. Soc. Sc. Gottl. 1752; pag. 329. Einen Winkel, den das

Werkzeug unmittelbar nicht ganz genau angiebt, misst er damit zu wiederholten mahlen.

Bey den unterschiedenen Stellungen, die man dem Werkzeuge zu dieser Absicht geben muß, können grössere Fehler begangen werden, als die Kleinigkeit ist die man durch dieses Verfahren bestimmen will, und desto leichter da M. Werkzeug nur ein Fernrohr hat, und also kein sicheres Merkmahl angiebt, ob bey ihm nicht noch eine andere Veränderung der Stellung vorgegangen ist, als die welche man machen wollte. Mayer traute sich freylich die Geschicklichkeit zu, solche Fehler zu vermeiden.

## Von dem Erfinder des Vernier.

XV. Insgemein heisst man den kleinen beweglichen Bogen (15) Nonius und schreibt dessen Erfindung dem Nunnez zu, wie Robert Smith in s. Lehrbegriffe der Optik das letzte ausdrücklich thut, 3. B 119. §. meiner deutschen Uebersetzung.

XVI. Benjamin Robins der als Verfasser der Grundschrift zu Hr. Eulers erläuterter Artillerie unter uns bekannt ist, hat zu London 1739. Remarks on Mr. Eulers Treatise on Motion, Dr. Smiths compleat System. of Optiks and Dr. Iurins Essay upon distinct and indistinct vision herausgegeben; 112 Octavs. Die Absicht dieser Anmerkungen ist keinesweges, den Schriftstellern zu schmeicheln, deren Werke sie angehen. Unter

an-

andern erinnert er also auch bey gegenwärtiger Stelle, Smith verspreche mit die Geschichte der Erfindungen zu lehren, und hätte also von gegenwärtiger besser sollen unterrichtet seyn.

R. giebt bey der Gelegenheit viel andere gute historische Nachrichten, die ich im Vorhergehenden an gehörigen Orten eingeschaltet, oder auf die Anzeigungen die R. mir gab fernere Untersuchungen angestellt habe.

XVIII. Der erwähnte bewegliche Bogen nun, rührt von Peter Vernier her. Er hat ihn in einem kleinen Tractate beschrieben: La construction, l'usage, et les proprietés du quadrant nouveau de mathematique ... Brüssel 1631; eignet sich diese Erfindung in der Vorrede zu, und sagt, ein Quadrant von 3 Zollen, der nur in seine 90 Grad eingetheilt sey, gebe solchergestalt Minuten. Morin, an dem (X) angef. Orte erklärt dieses Verfahren des Vernier ausführlich, und zieht es den Kreistransversalen vor. Er hat zu seiner Scientia longitud. 1636 u. 1639, Fortsetzungen drucken lassen, wo er einen Azimuthalquadranten von 5 Fuß empfiehlt, der so 2 Secunden angäbe.

Der Erfinder heisst beym M. Petrus Vernerius, in comitatu Burgundiae, castelli Dornansii capitaneus. Vielleicht ist der Ort, der, welcher bey Büschingen Ornans heisst.

XIX. Ein Schwede Bened. Hedräus hat 1643. ein Buch: Noua et accurata astrolabii geometrici structura zu Leiden herausgegeben, wo er

Kreistransversalen beschreibt ohne den Ferrerius zu nennen, und sich Verniers Methode ar:maasst.

Tacquet in seinen Op. Math. Geom. Pract. L. I. cap. 4. beschreibt diese Methode auch, und wollte gern ihren Ursprung dem Guido Ubaldi zuschreiben, dessen Verfahren, doch weder gegenwärtigem gleichgültig, noch sein eigen ist (X II).

Hevel hat des Vernier Verfahren im ersten Theile seiner Machinae coelestis die 1673 herausgekommen ist, zuerst bey grossen astronomischen Werkzeugen angebracht. Er beschreibt es nach dem Hedräus, und scheint nicht gewusst zu haben, daß es von andern Schriftstellern ist erwähnt worden.

Gerhard a Gutshoven, Prof. der Math und Anatomie zu Löwen, hat in s. 1674 zu Brüssel gedruckten Buche Vlus Quadrantis geometrici Verniers Methode gegeben, ohne einigen Vorgänger zu erwähnen; Der Bogen heisst bey ihm Cursor, enthält 31 Grade in 30 Theile getheilt.

Hook, welcher bekanntermaassen Hevels Art zu observiren getadelt hat, zog auch, um Heveln zu widersprechen, die Transversalen, zumahl trigonometrisch verbessert, dem Vernier vor, in s. animaduersionibus in Heuelii Mach. coel. Robins erkennt aber, daß Hook unrecht habe, und sich umsonst auf Tychos Beybehaltung der Transversalen berufen, weil sich nirgends findet, daß T. vom Vernier einige Känntniß gehabt.

XX. Neuerlich, hat der verdiente Schloßhauptmann, die Wiedererstattung seiner Erfindung grossentheils dem Hrn. de la Lande zu danken; dieser Astronome verbindet mit seinen tiefen Einsichten sehr viel Litteratur, und voll billiger und edler Gesinnungen, läßt er gern jedem der etwas zum Besten der Wissenschaften beygetragen hat Gerechtigkeit wiederfahren. Im XIII. B. seiner Astronomie, 1856 der 1. Ausg. 2342 der II; macht er diese Erinnerung, und beruft sich deswegen auf eine Abhandlung des P. Pezenas in den Memoires redigès à l'Observ. de Marseille 1755; und Robins vorhin angeführtes Werk.

Zu welcher Nation gehört dieser Erfinder? Französisch hat er freylich geschrieben; indessen muß jedem Deutschen der die Minna von Barnhelm kennt, bey Morins Petro Vernerio; Lessings Paul Werner einfallen; das entscheidet aber noch nichts, denn in Italien sind noch viel Nahmen von den deutschen Besiegern Italiens übrig, und gegentheils, kenne ich gute plumpe Deutsche, deren Nahmen zeigen, daß sie von Refugiès abstammen.

Aber, daß Peter Vernier kein Franzose ist, das könnte ein deutscher Publicist durch eine in iure et facto begründete Deduction darthun — die freylich am Ende nicht einmahl den Nutzen bringen würde, den solche Deductionen, doch in Ermangelung alles andern gewiß bringen, denn ihr Verfertiger würde von niemanden bezahlt.

Die Franche Comté gehorcht bekanntermaassen, nicht länger als seit 1668 den Ludwigen; zunächst zuvor, gehörte sie, als ein Theil des Burgundischen Kreises, zum Heiligen Römischen Reiche.

Und also könnte man dieses nützliche Theilungswerkzeug wohl auf Deutsch einen Werner nennen.

## 18. Gebrauch der Vergleichung, zwischen eines Kreises Halbmesser, und im ihm zusammengehöriger, Winkels und Sehne.

I. Wenn in einem Kreise dessen Halbmesser $= a$; dem Winkel $\alpha$ die Sehne $c$ zugehört, so ist $c = 2a \sin \frac{1}{2} \alpha$.

## Eines Kreises Halbmesser aus Sehnen zu finden.

II. Bey Quadranten, oder andern Winkelmessern, ist wenigstens wenn sie eine bewegliche Alidade haben, der Mittelpunct des eingetheilten Randes immer so verdeckt, daß man den Halbmesser nicht wohl vom Mittelpuncte aus bis an den Rand messen kann. Da ist es bequem eine Sehne zu messen, die einem gegebenen Bogen zugehört, und daraus den Halbmesser zu berechnen.

Da ist $a = \frac{c}{2 \sin \frac{1}{2} \alpha}$

III.

III. Weil man auch dergleichen Sehnen mehr als eine messen kann, so lassen sich die Grössen des Halbmessers die jede giebt mit einander vergleichen, und so kann man prüfen ob man richtig verfahren hat.

IV. Dieses setzt zum Voraus, daß der Rand richtig abgetheilt ist. Diese Voraussetzung selbst könnte man so prüfen, daß man die Sehnen zweener Bogen mit einander vergliche; sie müssen sich verhalten, wie die Sinus der Hälften ihrer Winkel.

V. Finden sich bey den Grössen des Halbmessers welche die Sehne geben, kleine Unterschiede wegen unvermeidlicher Fehler der Abmessungen, so liesse sich aus allen diesen Grössen ein Mittel nehmen, und das gäbe leicht den Halbmesser so scharf als eine unmittelbare Messung aus dem Mittelpuncte.

VI. Das versteht sich, daß man nicht gar zu kleine Sehnen nehmen muß. Die von 60 Gr. gäbe den Halbmesser selbst. Man kann aber das bisherige etwa auf einen Quadranten anwenden wollen, dessen Halbmesser grösser ist, als der Maaßstab den man bey der Hand hat.

VII. Ich habe durch solche gemessene Sehnen den Halbmesser des innern eingetheilten Kreises am hiesigen Mauerquadranten gesucht, und aus unterschiedenen Bestimmungen, die nur in Hundertheilen eines Zolls unterschieden sind, 72,4715 englische Zoll gefunden.

Der englische Fuß dessen ich mich hiebey bedient habe, ist $\frac{1353 6}{144 00}$ des pariser; also beträgt dieser Halbmesser 68,123 pariser Zoll.

Der äusere Umkreis dieses Quadranten, ist in 96 Theile getheilt, und sein Halbmesser um 1,39 pariser Zoll grösser.

## Einen Kreis einzutheilen.

VIII. Da man durch den Halbmesser den Bogen von 60 Graden hat, so lassen sich die von 30 u. von 15 Graden durch Halbirungen finden, oder welches vielleicht bequemer ist, durch ihre Chorden, die man berechnet.

Nun brauche man die Chorden von folgenden Bogen

7 Gr 30 M; 5 Gr; 2 Gr 30 M; 1 Gr.

Durch diese wird sich die Eintheilung bis auf einzelne Grade treiben lassen.

Eigentlich wäre nur die zweyte und vierte nöthig, es wird aber zur Richtigkeit und Prüfung dienen, wenn man der Bogen von 15 Gr. u. von 5 Gr. Hälften angiebt.

Wollte man jeden Grad von 5 zu 5 Minuten theilen, so brauchte man noch folgende Chorden: von 30; 20; 10; 5 Minuten.

Die erste halbirt den Grad, die zweyte, von jedem seiner Endpuncte gegen die Mitte getragen theilt ihn in drey Theile, die dritte halbirt jedes

die-

dieser Drittheile, und giebt Sechstheile, die vierte halbirt die Sechstheile.

Man hätte also nur nöthig den Halbmesser sehr genau zu wissen, und einen richtig eingetheilten Maaßstab zu haben, beydes Forderungen die man wohl an den Verfertiger eines solchen Werkzeuges thun kann. Die zehn Chorden sind leicht zu berechnen.

## Eintheilung des Vernier.

IX. Eben so müsste man den Halbmesser des Vernier genau wissen, und da man den Winkel weiß, den der ganze Vernier misst, ist es leicht, die Sehnen zu berechnen die zu seinen Theilungen nöthig sind.

Wollte man bey einem Winkelmesser der in halbe Grade getheilt ist, durch den Vernier Minuten haben, so gehörte der ganze Vernier zu 31 halben Graden, würde in 30 Theile getheilt, also gehörte ein Theil von ihm zu 31 Minuten. Ferner

| | | |
|---|---|---|
| 2 | Theile zu | 1° 2′ |
| 4 | | 2 4 |
| 8 | | 4 8 |
| 16 | | 8 16 |

Weil diese Theile gerade Zahlen von Minuten betragen, so kann man ihre Sehnen aus den gemeinen Sinustafeln, die nur durch alle Minuten gehn, berechnen.

Man

Man trage die Chorde der 16 Theile, von jedem Ende des Vernier gegen seine Mitte, so schneidet sie zweene Puncte ab, zwischen denen ein Theil enthalten ist. Und so wird er sich ferner durch diesen Theil, und die Chorden, der 8; 4; 2 Theile, in seine einzelnen Theile theilen lassen.

Selbst der ganze Vernier, würde so bestimmt, daß man für seinen Halbmesser die Sehne von $15\frac{1}{2}$ Graden berechnete.

X. Daß die Eintheilung durch Chorden sich auf diese Art so genau als es die Grösse des Werkzeuges verstattet treiben lässt, ist offenbahr.

Im Hauptwerke beruhet auf eben dem Grunde Birds Verfahren, das in nachstehendem Werke beschrieben wird: The Method of dividing Astronomical Instrumentes by Mr. John Bird, Mathematical instrumentmaker in the strand; Published by Order of the commissioners of Longitude, London bey Nourse, Mount u. Page 1767; 14 S. gr. 4to; nebst einer Kupferplatte.

Weil diese kleine Schrift sehr viel nützlichen Unterricht ertheilt, so will ich ihr den nächsten Abschnitt einräumen.

## 19. Uebersetzung von Birds Verfahren astronomische Werkzeuge einzutheilen.

### Vorrede.

Hr. Bird, hatte 500 Pfund, einem Certificate der Commissarien wegen der Länge gemäß, auf fol-

folgende Bedingungen unter andern empfangen: Einen Lehrling auf sieben Jahr anzunehmen und in seiner Kunst und Art astronomische Werkzeuge zu verfertigen, zu unterrichten auch eben so andere Personen zu unterrichten, wie die erwähnten Commissarien von Zeit zu Zeit verordnen werden. Ferner, erwähnten Commissarien, eydlich, eine vollständige Beschreibung schriftlich zu übergeben, wie er astronomische Werkzeuge macht und eintheilet, besonders alle diejenigen, die er für das Kön. Observ. zu Greenwich verfertiget hat. Ferner hat er sich anheischig gemacht, erwähnten Commissarien eydlich, vollständige gestochne Platten, von letzterwähnten Werkzeugen zu überliefern, in allen Kleinigkeiten so richtig, daß sie mit erwähnter Beschreibung, und Modellen wo nöthig, einen fleissigen und erfahrnen Arbeiter in Stand setzen, solche Werkzeuge zu verfertigen. Für diese Platten sind ihm ferner 60 Pf. verwilligt worden. Diesem gemäß hat erwähnter Hr. J. Bird, folgende Schrift mit der Kupferplatte N. 4. übergeben, auf welche Platte er sich darinnen bezieht. Die Uebergebung ist den 21 März 1767 geschehen, unter eydlicher Versicherung, daß hierin die wahre Beschreibung von seiner Art den Mauerquadranten auf der Königl Sternwarte zu theilen enthalten sey, nebst den Verbesserungen die er seit Verfertigung desselben, in seiner Art Werkzeuge zu theilen gemacht hat.

Die Commissarien haben für gut befunden diese Nachricht sogleich durch den Druck bekannt zu machen; ohne Zweifel wird auch der andere Theil der Methode von dem Baue der astronomischen Werkzeuge folgen, den Hr. Bird versprochen hat, wenn er mit solchen fertig ist. a)

N. Maskelyne; Kön. Astron.

## Vorrede des Verfassers.

Nachfolgende Methode astronomische Werkzeuge u. s w. zu theilen, ist vornehmlich aus der Erfahrung gesammlet, die ich mir innerhalb 34 Jahren erworben habe, auch zum Theil aus dem Unterrichte den mir der verstorbene Hr. Jonathan Sisson gegeben hat.

Was ich mein eigen nenne, ist durch „„ unterschieden. b) Bedienen sich andere Mechanici eben des Verfahrens, so ist mir solches unbekannt, ich werde daher auf keine Ansprüche achten, die nicht mit Beweisen unterstützt sind; ich meyne blosse Ansprüche, ohne daß dabey Werkzeuge zum Vorschein kommen, die wenigstens so gut, oder gar besser als die meinigen sind.

In wie weit die Theorie des Mondes durch die Beobachtungen des verstorbenen Dr. Bradley u. Hr. Mayer ist vollkommener gemacht worden, das überlasse ich dem Urtheile derer welche sie mit Beobachtungen verglichen haben, daraus die Länge zur See zu finden ꝛc. c) Ich kann indessen nicht anders

ders, als völlig der Meynung zu seyn, daß sich immer noch eine vollkommenere Kenntniß der himmlischen Bewegungen erlangen läßt, wenn man mit richtigen Werkzeugen geschickt beobachtet.

Die Commissarien wegen der Länge, haben mich mit einem so vorzüglichem Merkmahle ihres Beyfalls beehrt, daß ich von meiner Seite nichts werde ermangeln lassen, das auf einige Art zu Erreichung eines so erwünschungswerthen Endzwecks etwas beytragen kann.

d. 14. März 1767.

Joh. Bird.

## Die Art astronomische Werkzeuge abzutheilen.

Bey einer Versammlung der Commissarien wegen der Länge, die auf der Admiralität d. 10 Jänner 1767 gehalten ward, ward von mir verlangt, daß ich mein Verfahren astronomische Werkzeuge einzutheilen, beschreiben, und diese Beschreibung, bey der nächsten Versammlung eingeben sollte, welche den 14 März sollte gehalten werden.

Da meine Absicht ohnedem war, ordentlich zu beschreiben, wie ich den Mauerquadranten des K. Observatorii zu Greenwich von 8 Fuß im Halbmesser verfertigt habe, so will ich hier erzählen, wie ich dieses Werkzeug getheilt habe; das wird eine gehörige Ergänzung jener Beschreibung seyn, die ich nächsten Sommer zu vollenden hoffe.

Ich

Ich habe nicht mehr Linien und Bogen nöthig, als welche die Figur CBA d) vorstellt.

„Folgendes wird zu dieser Arbeit erfodert. Man „muß einen Maaßstab haben, durch den sich der „Halbmesser bis auf Tausendtheile eines Zolles „messen lässt. Mein Maaßstab ist 90 Zoll lang, „jeder Zoll in zehn Theile getheilet, an denen Ein„theilungen eines Vernier anliegen, e) nähmlich „10, 1 Zoll in 100 Theile getheilt; So hat man „Tausendtheile eines Zolls, f) und mit Hülfe ei„nes Glases von einem Zoll Brennweite, kann „man ein Drittheil eines Tausendtheils durch Schä„tzung nehmen.

„Man versorge sich mit fünf Stangenzirkeln, „an jedem ein Vergrösserungsglas, das nicht mehr „als einen Zoll Brennweite hat. Der längste „muß zulänglich seyn, die Bogen zu ziehen, und „den Halbmesser zu messen. Der zweyte muß die „Sehne von 42° 40′ fassen; der dritte die von „30°; der vierte 10° 20′; der fünfte 4° 40′; Hat „man noch einen sechsten für 15° so ist es desto „besser.

„Ich habe um eine ganze Zahl zu nennen, vor„hin gesagt der Halbmesser des Mauerquadranten „zu Greenwich sey 8 Fuß; Wie ich aber hie die „Längen der unterschiedenen Sehnen angeben wer„de, die ich beym Abtheilen gebraucht habe, so „wird nöthig seyn den Halbmesser genau in Zollen „und Theilen derselben anzuzeigen.

„Der

„Der Halbmesser des Bogens von 90° bey den „Tüpfelchen mit welchen dieser Bogen abgetheilt „ist beträgt 95,9358 Zoll, daraus sind folgende „Zahlen berechnet worden;

„Sehne von 30° = 49,6615 Zoll
15 = 25,0448
10 20′ = 17,279047
4 40 = 7,81186
42 40 = 69,80318

„Nachdem man die unterschiedenen Bogen ge„zogen hatte, zwischen denen die Abtheilungen „sollten bezeichnet werden, nahm man den Halb„messer, und die Längen erwähnter Bogen, mit „den Stangenzirkeln, und legte die Stangenzirkel „nebst dem Maaßstabe auf den Quadranten, wo „sie bis nächsten Morgen blieben, diese Zeit über „ward die Thüre des Zimmers verschlossen gehal„ten. Vor Aufgang der Sonne maaß ich den „Halbmesser wieder, und fand einige Verbesserung „nöthig. Der Stangenzirkel war von weissen „Föhrenholze (Fir) der Maaßstab von Messing; „der letztere hatte sich vermuthlich zusammengezo„gen, und der erste seine Länge ungeändert behal„ten. Die andern Stangenzirkel bedurften auch „Verbesserung.

„Nun, da Quadrant und Maaßstab von einer„ley Wärme waren, zog man einen schwachen Bo„gen bd, und machte den Punct a, mit einem fei„nen Punzen. Mit eben dem ungeänderten Stan„genzirkel, trug ich von a bis e, die Sehne von

60°, und machte da auch einen feinen Punct.
„Mit der Sehne von 30° ward ae in c halbirt.
„Nun brachte man, von dem Stangenzirkel der
„60° hielt, ein Ende in e; und bemerkte mit dem
„andern, den Punct r für 90°. Zunächst ward
„mit dem Stangenzirkel der 15° hielt, er in n
„halbirt, so bekam man 75°. Von n trug man
„die Sehne für 10°20′ und von r die für 4°40′;
„Beyde passten genau in g zusammen, wo 85°20′
„waren.„ Nun sollte jeder Grad in 12 Theile
getheilt werden, nähmlich von 5 zu 5 Minuten.
„Dieses sind 85.12+4=1024 Theile, und die
„lassen sich durch fortgesetzte Halbirungen machen. g)
„Die zuletzt angegebene Sehne war zu 42°40′
„mit derselben ward ag in o halbirt, ao und og
„wurden durch Versuche halbirt. Wer aber un-
„ternimmt einen grossen Quadranten abzutheilen,
„wird wohl thun, auch die Sehne von 21°20′
„zu berechnen, für dieselbe aber, kann irgend einer
„der schon vorhandenen Stangenzirkel gebraucht
„werden, wenn er nur groß genug ist. Nachdem
„ich also g gefunden hatte, fuhr ich mit Halbirun-
„gen fort, bis ich die verlangte Zahl 1024 hatte.
„Den Raum zwischen g und r zu füllen, der noch
„56 Theilungen enthielt, trug ich von g gegen d
„die Sehne von 64 der nur gefundenen Theile,
„und theilte gd wie das vorige auch durch fortge-
„setzte Halbirungen, eben das geschahe von a gegen
„b. Die Puncte für 30°; 60°; 75°; 90°; fielen
„in diese Theilungen ohne merkliche Ungleichheit.„

Hiebey

Hiebey muß ich erinnern, wie das Halbiren u. Bezeichnen mit Tüpfelchen ist verrichtet worden. Eine Spitze des Stangenzirkels der 42° 40′ hielt, stellte ich in a; und zog mit der andern in o einen schwachen Bogen, etwa $\frac{1}{20}$ Zoll lang; Nun stellte ich eine Spitze dieses Stangenzirkels in g, und durchschnitt mit ihr vorerwähnten schwachen Bogen. Hier, wie in andern Stellen, war man sehr sorgfältig, die Tüpfelchen genau in dem Bogen zu machen, der eingetheilt werden sollte, und zugleich in dem Durchschnitte.

Auf folgenden Blättern will ich mich bemühen, nicht nur das fernere Verfahren der Eintheilung des erwähnten Mauerquadranten zu beschreiben, sondern auch die Beschreibung allgemein zu machen.

Hätte man die Sehne ein wenig zu lang oder zu kurz genommen, daß der Durchschnitt auf eine oder die andere Seite des Bogens fiele, den man eintheilen will, so würde dieses doch keine merkliche Ungleichheit verursachen, wenn nur der Punct im Mittel zwischen den beyden kurzen Linien gemacht wird, „ausgenommen bey 42° 40′, wo man mit „grosser Sorgfalt die Sehnen vom Maaßstabe „abnehmen muß. Auch muß man überhaupt „grosse Sorgfalt anwenden, Durchschnitte mit Tü„pfelchen zu bezeichnen, welches schwerer ist als „eine einzelne Linie. Ich verstehe aber hie nicht „eine einzelne Linie, die eine Spitze des Zirkels „macht, denn bey allen Halbirungen muß die Stelle„, welche mit Tüpfelchen soll bezeichnet werden, von

der rechten gegen die linke, und von der linken gegen die rechte, getragen werden; entsteht da einiger Fehler von einer Aenderung des Stangenzirkels, so zeigt sich dieser Fehler verdoppelt.

Beym Abtheilen muß man die Spitzen des Stangenzirkels nie näher zusammenbringen als 2 bis 3 Zoll, ausgenommen unweit der Enden des Bogens oder der Linie die man theilen soll, und da dienen am besten Federtheiler h) welche runde Spitzen haben, die man nach Ersodern ausnehmen und einsetzen kann.

Das nächste, was man zu erwägen hat, ist die Art die Tüpfelchen zu machen. Der Punzen zu dieser Absicht muß recht sehr scharf und vollkommen rund seyn, daß seine kegelformige Spitze einen sehr spitzigen Winkel macht. Die Tüpfelchen welche man hiemit macht „müssen nicht grösser „seyn als 0,001 eines Zolls wenn daher nachgehends durch sie die Abtheilungen mit Strichen „sollen gerissen werden, muß man ein Vergrösserungsglas brauchen, das $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite hat,„ durch desselben Hülfe wird der Riß den die Spitzen des Stangenzirkels gemacht haben, sehr sichtbar werden, „und wenn dieser Riß nicht zu schwach „ist, so wird, sowohl fühlen als sehen, vieles dazu „beytragen, die Tüpfelchen gut zu machen.„ i)

Es ist kaum nöthig etwas von dem Bogen zu sagen, wo der Quadrant in 96 Theile getheilet ist. Ich erinnere nur daß er 1536 Abtheilungen enthält; k) Man theilt ihn in drey Theile, auf

eben die Art, wie den Bogen von 90 Graden, und jedes Drittheil enthält 512 Abtheilungen, welche Zahl sich durch Halbirungen erhalten lässt, und 16 Theile jedes Sechsundneunzigtheiles giebt.

Dieser Bogen von 96 Theilen, ward (so viel ich weiß) zuerst an dem eisernen Quadranten des Kön. Observatorii, 1725 durch meinen verstorbenen wertheſten Freund Hr. Ge. Graham angebracht. Es war nicht nur eine scharfe Prüfung für diesen grossen Mechanicus, sondern wird eben dasselbe für alle andere seyn, welche beyde Bogen auf einem und demselben Werkzeuge eintheilen; l) Indessen, wenn man vorhergehenden Unterricht genau befolgt, wird man eine erstaunliche Uebereinstimmung zwischen beyden erhalten, und von der Wahrheit sehr wenig abweichen.

Das nächste ist, durch die Tüpfelchen, die Abtheilungen mit Strichen zu machen. Das beste Werkzeug zu dieser Arbeit ist der Stangenzirkel „dessen beyde Spitzen conisch sind„ und sehr scharf. Man ziehe eine Tangente an den Bogen bd z. E. bey e; Sie wird den Bogen xy in q schneiden, die Weite qe ist der Abstand, den man den Spitzen des Stangenzirkels giebt, die Theilungsschnitte, beynahe rechtwinklicht auf den Bogen bd zu machen.

„Die Spitze des Stangenzirkels die der rechten „Hand am nächsten ist, setze man in den Punct r, „die andere lasse man frey in den Bogen xy fallen, „drücke mit dem Finger gelinde auf den Schrau-

„benkopf, welcher die Hülse befestigt„ (dieser Schraubenkopf muß convex, und gerade über der Spitze seyn,) „und mit der Spitze gegen der rech„ten Hand, schneide man die Abtheilungen. So „verfahre man mit den übrigen.„

Nachdem man die Abtheilung des Randes vollendet hat, folgt die Theilung des Vernier. Man wähle eine Stelle des Bogens wo Theilungsstriche der Grade und der 96 Theile in eine gerade Linie fallen, das sey bey e. m) Man ziehe die schwachen Bogen s t, i k, die man nach Gefallen soweit man will gegen A fortziehen kann; auf denselben müssen die Abtheilungen des Vernier mit Tüpfelchen gemacht werden. Eine berührende Linie welche diesen Bogen durchschneidet, giebt wie zuvor den Abstand der Spitze am Stangenzirkel. Da nun, für den Bogen der in Grade getheilt ist, an dem Mauerquadranten zu Greenwich, der Vernier halbe Minuten geben soll, weil 11 Theile des Randes soviel betragen als 10 des Vernier (eine Zahl die sich nur mit 5 und 2 dividiren läßt) „so muß man wieder seine Zuflucht zur Rech„nung nehmen. Man messe des Bogens Halb„messer, und berechne die Sehne von 16 oder viel„mehr 32 Theilen des Vernier. Der Bogen wel„cher soviel Theilen gehört, ist leicht durch folgen„de Proportion zu haben; Wie 10 zu 55′ (die „Menge der Minuten in 11 Theilen des Randes) „so 32 zu 2°56′. Dieses Bogens Chorde muß „man berechnen, und von einem Maaßstabe neh„men.„

„men.„ Weil aber unterschiedene Unterabtheilungen des Vernier können verlangt werden, „so „sey u die Zahl der Theile des Vernier, m, die „Menge der Minuten, die er annimmt, b aber „16; oder 32; oder 64; und x der gesuchte Bo„gen; da ist n : m = b : x n)

„Mit dem Stangenzirkel der auf die Länge der „Tangente gestellt ist, bezeichne man den Punct q „von e, und die Chorde für 32; von q, gegen die „linke Hand„ und mache fortgesetzte Halbirungen „10 der Theile die man solchergestalt erhält von q „nach der Linken gezählt, werden die verlangten „Puncte seyn.„ Für den Quadranten der in 96 Theile getheilt ist, bekömmt der Vernier allemahl 16; 32; u. s. w. Theile. Ich brauche also nur zu erwähnen, daß sich desselben äuserste Gränzen durch die Abtheilungen des Randes abschneiden, ohne daß man Rechnung nöthig, hat. o)

Die Stelle des ausgekehlten Endes der Vernierplatte, wo der V. anfangen soll, lässt sich folgendergestalt finden. „Man messe, wie weit des „Quadranten Mittelpunct von des Fernrohrs Axe „ist, diesen Abstand setze man in der Ebene des „Quadranten, senkrecht auf die Axe des Fern„rohrs p) in der Gegend wo man das Auge ans „Fernrohr bringt; so bekömmt man die Stelle „wo der erste Theil des V. anfängt; da ziehe man „eine schwache Linie vom Mittelpuncte. Je grös„ser die Richtigkeit ist, mit welcher man dieses „bestimmt hat, desto näher bey der Axe des Fern„rohrs,

„rohrs, wird der Durchschnitt der Kreuzfäden „seyn, die in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte „des Objectivs und des Oculars befinden.„ q)

Ich setze zum Voraus kein Mechanicus werde den Vernier und die Platten r) um den Mittelpunct, an das Fernrohr bringen, ohne feste Zapfen und Schrauben. Man schraube die Mittelpunctsplatte des Fernrohrs recht fest. Man setze die Platte des V. auf die festen Zapfen ohne Schrauben, und bringe das Fernrohr an den Quadranten. Man befestige die Vernierplatte an den Rand, mit zwo Handschrauben, und nehme das Fernrohr weg. „Nun bringe man eine Spitze „des Stangenzirkels in des Quadranten Mittel„punct, die andere ins Mittel der Vernierplatte, „und ziehe so einen schwachen Bogen, von einem „Ende der Platte zum andern. Wo dieser Bo„gen, die vorerwähnte schwache Linie schneidet, „da mache man einen feinen Punct. Von diesem „Puncte, verzeichne man auf jede beyder Seiten „einen andern, in dem Bogen, wieweit von dem „mittelsten, das ist willkührlich, nur müssen sie „beyde gleichweit vom mittelsten seyn. Von die„sen beyden letzten mache man einen schwachen „Durchschnitt so nahe als möglich an einem der „ausgekehlten Enden der Vernierplatte, durch „diesen Durchschnitt muß der erste Theil des Ver„nier gerissen werden.

„Man bringe das Fernrohr wieder an des Qua„dranten Mittelpunct, die festen Zapfen in die

„Vernierplatte wie zuvor, mache die Handschrauben „los, und bringe den letzterwähnten Durchschnitt, „an e oder 60 Gr. des Bogens; daselbst befestige „man ihn wieder mit den Handschrauben, und „nehme nun das Fernrohr weg „ Nun müssen die Theile des Vernier, aus den vorhin getheilten Puncten gerissen werden, so, daß man die linke Spitze des Stangenzirkels, auf die Puncte des Bogens stellt, und mit der rechten reisst.

Man muß hier sehr sorgfältig seyn, die erste Abtheilung des Vernier durch den Durchschnittspunct zu reissen, zu dieser Absicht kann man, wenn es nöthig ist, den Abstand der Spitze des Stangenzirkels ändern. Dem ohngeachtet werden die Striche, wodurch man die Abtheilungen bezeichnet, noch ziemlich senkrecht auf die Bogen stehen, wenn nur der Durchschnitt sehr nahe bey e oder 60 Graden ist.

Nachdem man die Theilung des Verniers für den Gradquadranten gerissen hat, nehme man die Platte weg, polire das Rauhe ab, und befestige sie wieder an den Rand wie vorhin, da man aber sehr sorgfältig seyn muß, zu machen, daß der erste Theilungsstrich des Vernier mit dem 60 Gr. zusammenfällt, so daß beyde in einer geraden Linie liegen. Den Vernier für den Quadranten von 96 Theilen, kann man eben so reissen, da man denn desselben ersten Theilungsstrich mit 64=60 Grad auf dem Rande zusammenbringt.

„Nun nehme man die Platte ab, und ziehe an „dem Punct des schwachen Bogens in der Mitte „der Vernierplatte, eine Tangente„ und mit einer Weite, ohngefähr einen Viertheilzoll länger als der Vernier ist, vom Berührungspuncte, bezeichne man auf dieser Tangente einen andern Punct. Eben diese Weite trage man vom Mittelpuncte des Ringes am fordern Ende des Fernrohrs und bezeichne ihr Ende durch einen feinen Punct s) dann erstrecke man den Stangenzirkel ohngefähr auf die ganze Länge des Vernier, oder der Platte über dem Mittelpuncte, (welche wenigstens einen halben Zoll auf der andern Seite über das Fernrohr gehen muß) und bezeichne andere Puncte sowohl in vorerwähnter Tangente, als in einer Linie, die durch des Quadranten Mittelpunct senkrecht auf des Fernrohrs Axe steht.

Hrn. Grahams Vorrichtung zu dieser Absicht, war eine Büchse, so lang als das Fernrohr, mit tiefen Seiten, zu verhindern daß sie sich nicht durch ihr eigen Gewichte beugte; t) die Enden waren von harten Holze. „Statt dessen bediene ich „mich zwey flacher Stücken Messing, die ich, un„terschiedenen verlangten Längen gemäß bewegen „kann, diese Stücken Messing, lassen sich vermit„telst einer kleinen Wasserwage von Spiritus, in „eine und dieselbe Ebene bringen.„ Diese Vorrichtung muß fest auf dem Boden stehen, und an einem Orte, wo man einen entfernten und kenntlichen Gegenstand sehen kann. Man stelle die

Enden, des Vernier und der Mittelpunctsplatten, auf die beyden Stücken Messing, und beobachte, was für einen Punct des Gegenstandes, der Durchschnitt der Kreuzfäden in der Axe des Fernrohrs bedeckt. Einer dieser Fäden wird horizontal, der andere vertical seyn. Man verwende das Fernrohr, so daß jener vertical, dieser horizontal wird. Wenn nun der jetzige horizontale Faden, nicht durch eben den vorigen Punct des Gegenstandes geht, so muß er durch Schrauben die zu dieser Absicht vorhanden sind, um den halben Unterschied verrückt werden. Durch Wiederhohlung dieses Verfahrens kan man sich der Wahrheit ungemein nähern u)

Mitten zwischen dem Quadranten der in Grade, und dem der in 96 Theile getheilet ist, liegt eine Reihe von Tüpfelchen (96) im Umfange eines Quadranten. Man bedient sich bey ihnen eines Silberfadens, deren etwa 600 auf einen Zoll gehen, derselbe ist in einem kleinen Rahmen ausgespannt, welcher ans Ende der Vernierplatte geschraubt ist. Fällt bey einer Beobachtung der Faden zwischen zwey Tüpfelchen, so verschiebt man ihn vermittelst des äusern Schraubenmikrometers, bis er das nächste Tüpfelchen zur linken Hand halbirt (weil das Werkzeug Weiten vom Scheitel misst,) und addirt nun die Minuten und Secunden welche das Mikrometer angiebt; verschiebt man ihn bis er das nächste Tüpfelchen rechter Hand halbirt, so muß man des Mikrometers Minuten

und

und Secunden abziehn. — Dieser getüpfelte Quadrant, ward völlig so getheilt wie der von 96 Theilen.

Nachdem ich so das ganze Verfahren, den Mauerquadranten zu theilen u. s. w. beschrieben habe, ist nöthig zu zeigen, warum dasselbe besser gelungen ist, als irgend ein anders, soviel ich weiß oder gehört habe.

„Ich hatte durch die Erfahrung gefunden, daß „der Werkzeuge, die ich eintheilen sollte, Ausdeh„nungen durch zunehmende Hitze der Sonne, oder „ihre Zusammenziehung durch Abnehmen der Wär„me, die grosse Schwürigkeit war, mit welcher „ich zu streiten hatte, besonders, wenn zwo oder „drey Stunden nöthig waren, die vornehmsten „Puncte aufzutragen; Daher sann ich auf Mit„tel, wie ich sie in so kurzer Zeit als möglich auf„tragen könnte, das ist, ehe einige Ausdehnung „oder Zusammenziehung statt fände. Weil nun „die Wärme von drey oder vier Personen in einem „Zimmer, soviel Wirkung thun kan als die Son„ne, so lasse ich nie mehr als einen Gehülfen zu; „auch leide ich kein Feuer im Zimmer bis die „vornehmsten Puncte aufgetragen sind.

„Dieses vorausgesetzt begreift man leicht, daß, „wenn ich alle vorerwähnte Sehnen im Voraus „berechnet, und den Abend zuvor ehe sie aufgetra„gen werden sollten gemessen hatte, ich im Stande „war, in wenig Minuten zu bewerkstelligen, was „mit Versuchen viel Stunden erfodert hätte. Und

„wie

„wie man hiebey in der Vorsichtigkeit nicht zu „weit gehen kan, so ist es gut, die vornehmsten „Puncte vor Aufgange der Sonnen aufzutragen, „oder sonst einen trüben Morgen zu wählen.

„Die vorhin beschriebene Art die Abtheilungen „zu reissen, hat auch zur Absicht aller Ungleichheit „vorzukommen, die von der Ausdehnung des „Stangenzirkels durch die Wärme der Hände ent„stehen könnte„ besonders wenn er von Metall ist, hölzerne ändern sich auch, vermuthlich von einer geringen Beugung „aber bey diesem Verfahren, „würde es keine merkliche Ungleichheit verursachen, „wenn sich der Stangenzirkel auch um $\frac{1}{10}$ eines „Zoll oder mehr änderte.„

Weil sich die Puncte der Theilung des Vernier, nicht wohl ohne Unbequemlichkeit, auf der Vernierplatte theilen lassen, so ist es am besten das Verfahren zu beobachten, das vorhin, in den Absätzen: **Man bringe das Fernrohr wieder an des Quadranten Mittelpunct u. s.** ist gelehrt worden. Vor dem Reissen „hält man den Stangenzirkel ein wenig in der Hand„ weil dieser Puncte nur wenig sind, lassen sich die Theilungen reissen, ehe eine merkliche Ausdehnung statt findet.

Sextanten oder Octanten, des Mondes Weite von Fixsternen zu messen, müssen auch nach vorhergehendem Verfahren getheilt werden, weil sie grosse Richtigkeit erfodern. „Gewöhnlich theilt „man Sextanten auf dem Rande bis zu 20 Mi„nuten, wollte man sie bis zu 15 Minuten thei-

„len,

„len, so könnte man zuerst eine Sehne von 64 „Graden auftragen, und nun alles durch fortge„setzte Halbirungen verrichten.„ x) Das gäbe freylich die Theilungen auf dem Rande etwas dicht beysammen, es würde aber den Vernier abkürzen, denn 15 statt 20 zeigten eine Minute.

Man mag nun Bogen oder gerade Linien eintheilen, so ist es am besten mit einer Zahl anzufangen, die immer fortgesetzte Halbirungen verstattet, und grösser ist als der Bogen oder die Linie erfodert. Bey der Eintheilung des ganzen Kreises kann man dieses so brauchen, daß man die Sehne des Unterschieds aufträgt. Gesetzt man sollte einen Kreis in 54 gleiche Theile theilen, so wäre 64—54=10=66° 40′, die Sehne hievon aufgetragen, müsste zu 360° addirt werden, so käme 360°+66° 40′ in 64 gleiche Theile zu theilen, deren 54 den Kreis ausmachten y). Wenn man den Bogen 66° 40′ von einer Theilscheibe abträgt, erreicht man eben die Absicht.

„Vorhergehendem Verfahren gemäß war auch „mein Maaßstab eingetheilt. Ich nahm $\frac{5}{10}\frac{12}{0}$ ei„nes Zolls mit einem Stangenzirkel legte den „Maaßstab von dem ich sie abnahm, die messin„gene Platte auf welcher ich die Theilung ma„chen wollte, und den Stangenzirkel in ein Zim„mer das gegen Norden sah, da lagen sie die gan„ze Nacht, früh den nächsten Morgen nachdem „ich die Längen verbessert hatte, wurden vorerwähn„te 512„ dreymahl aufgetragen, weil die messin-

gene Platte lang genug war solches zu verstatten; Ich hatte mit andern Stangenzirkeln, 256, 128; und 64; und halbirte das erwähnte Dreyfache der 512; so geschwind ich konnte, da ich nun mit dem letzten Stangenzirkel nur 6,4 Zoll hatte, so war eine ungleiche Ausdehnung nicht zu befürchten, also fuhr ich mit beständigen Halbirungen fort bis alles vollendet war. „Die Theilungsstriche wurden durch die Puncte mit einem „Stangenzirkel auf die vorhin beschriebene Art „gerissen.„

Der Vernier dieses Maaßstabes enthält $\frac{101}{100}$ eines Zolls; Diese Länge ward folgendergestalt in 100 Theile getheilt: „Ich machte die Proportion „100: 101 = 256: 258, 56 Zehntheilen eines „Zolles, weil jetzo die Einheit, ein solches Zehntheil ist. Gesetzt nun der Maaßstab sollte bey „jedem Zolle von der linken gegen die rechte mit „Zifern bezeichnet werden, so machte man genau „gegen $\frac{1}{100}$, linker Hand des 0, einen feinen Punct, „von welchem man 258, 56„ gegen die rechte Hand trug. — Dieses ward von einem Maaßstabe genommen, der 3 Fuß Länge hatte, und auf die gewöhnliche Art getheilt war, der Fehler war aber so gering, daß er, bey fortgesetzten Halbirungen, am andern Ende des V. verschwand.

Will jemand einen Maaßstab auf diese Art eintheilen, und ist nicht mit einem versehen der lang genug ist, darauf 258, 56 zu nehmen, „so „nehme er 250 von dem welchen er vor sich hat„

„und

„und setze 8,56 daran, diese kann er von einem „Maaßstabe abnehmen, welcher mit Transversal„linien getheilt ist, und sich mit wenig Kosten ma„chen lässt.„

Zu beweisen, wie vortheilhaft es ist, vorerwähnte Art der Eintheilung astronomische Werkzeuge u. s. w. zu brauchen, habe ich nur nöthig folgendes beyzufügen, das aus dem Nautical Almanac für 1767; 152 S. genommen ist.

Hr. Mayer machte mit seinem Mauerquadranten von 6 Fuß, seine Beobachtungen von 1756 bis an seinen Todt, damit bestimmte er die mittlere Schiefe der Ekliptik für den Anfang des Jahres 1756; 23 Gr 28 M 16 S. Dr. Bradley hatte sie durch seine 1750 und 1751 angestellten Beobachtungen 23 Gr 28 Min 18 Sec gefunden. Der Unterschied stimmt mit dem überein, was der gleichförmigen Abnahme der Schiefe der Ekliptik gemäß ist $\frac{1}{2}$ Secunde auf ein Jahr gerechnet u. s. w.

Soweit die Stelle aus dem Nauticalalmanac. Daß zweene unterschiedene Beobachter, mit Werkzeugen von unterschiedenen Halbmessern, und in unterschiedenen Theilen Europens, so genau übereinstimmen, ist gewiß erstaunlich, und beweiset zulänglich, daß ein Mittel aus unterschiedenen Beobachtungen die von guten Beobachtern mit richtigen und gehörig aufgestellten Werkzeugen sind angestellt worden, allemahl die Wahrheit selbst, oder etwas ihr recht sehr Nahes geben wird. J. Bird.

An-

## Anmerkungen zu vorhergehenden Aufsatze.

a) The Method of constructing mural quadrants, exemplified by a description of the Brass Mural Quadrant in the Royal Observatory at Greenwich by Mr. John Bird... Lond. 1768. 27 Quartf. 3 grosse Kupfertafeln. Diese Kupfertafeln, die sich ohne Schaden der Deutlichkeit nicht viel verkleinern lassen, möchten wohl hindern daß das Werk unter uns nicht so bekannt würde, als für die Ausbreitung mechanischer Künste zu wünschen wäre. Es betrifft den Bau und die Zusammenfügung einzelner Theile eines grossen Quadranten. In Ermangelung desselben, muß man sich mit dem behelfen, was in Smiths Lehrbegriffe der Optik von dem ältern Mauerquadranten zu Greenwich gesagt ist. Denn Hr. Bird hat einen für die Westseite, (also Höhen nordlicher Sterne zu nehmen) verfertigt, den Smith nur noch wünschte.

b) Im Originale ist diese Schrift zu dem eignen Hrn. B. cursiv.

c) Hr. B. erwähnt hie diese Beobachtungen, weil wenigstens ein grosser Theil derselben, mit Werkzeugen, die er verfertigt hat, angestellt sind. Der hiesige Mauerquadrant ist auch von ihm.

d) Hie die 10 Fig. In Birds Figur sind 11 schwach gezeichnete concentrische Bogen, jeder etwas über 90°, und noch zweene stärker gerissene als

Einfassungen, einer zu innerst der andere zu äuserst. Da meine Zeichnung nicht eine ganze Seite in groß Quart einnehmen durfte, so konnte ich auf ihr ohne Verwirrung oder Unförmlichkeit (wenn ich Bogen mit ganz kleinen Halbmessern hätte beschreiben wollen,) nicht soviel anbringen, ich habe daher nur diejenigen angebracht, wo Buchstaben stehen auf die sich B. bezieht.

Der Bogen st ist kleiner als die übrigen, er bedeutet wie der Verfolg zeigt, den Vernier für den Gradquadranten.

Der Buchstabe q bedeutet nach Birds ausdrücklichen Worten einen Punct des Bogens xy wo ihn die Tangente an e des Bogens ar schneidet. Und bald darauf versteht B. offenbar unter q einen Punct im Bogen st welcher Bogen doch einen grössern Halbmesser hat als xy. Ich vermuthe B. sey in diese Zweydeutigkeit verfallen, weil diese beyden Puncte so nahe beysammen sind daß man einen Buchstaben leicht auf beyde ziehen kan.

e) Hr. B. braucht den Nahmen Nonius.

f) Man s. oben 14; V; VI;

g) $85° 20' = (85.12+4).5'$; der Factor mit dem die 5 Minuten multiplicirt werden, ist $(85.3+1).4 = 256.4$ also die zehnte Potenz der 2; und so theilen zehn wiederhohlte Halbirungen den Bogen ag von 5 zu 5 Minuten.

h) Spring dividers. Ich vermuthe Hr. B. meynt **Uhrmacherzirkel**, ich wollte aber doch lieber wörtlich übersetzen als paraphrasiren.

i)

i) Hr. Brander hat sich bey Abtheilung des Ingolstädtischen Quadranten, auch Stangenzirkel bedient, hölzerner zu den Chorden, von 60, 30, $25\frac{1}{3}$ Gr; messingner zu 15; 10; $4\frac{2}{3}$; 5 Grade, und damit ohngefähr eben so verfahren. Amman; descr. quadr. §. V.

k) Nähmlich 96. 16 weil jeder 96 Theil in 16 getheilt ist.

l) Hr. Brander scheint die Eintheilung in 96 für überflüssige Mühe gehalten zu haben Amm. §. V. Daß Bird mehr Eintheilungen auf einem Rande nicht billige wie dort gesagt wird, finde ich nicht, weder hie, wo nur gesagt wird, daß sie viel Mühe kosten, noch auf Birds Werkzeugen, denn da ist die Eintheilung in 96 befindlich.

m) Wenn $\frac{1}{96}$ des Quadranten = P so sind $15°.6 = 16.6.P$ oder $25° = 16$ P; daher sind folgende Bogen der Eintheilung in Grade und der in 96 Theile einander gleich

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Grade | 15 | 30 | 45 | 60 | 75 | 90 |
| 96 Theile | 16 | 32 | 48 | 64 | 80 | 96 |

n) Nähmlich Hr. B. sucht alle Theilungen soviel als möglich durch Halbiren zu machen. Bey dem B. zum Gradquadranten, lassen sich die 55 Minuten die er beträgt durch Halbiren nicht in Zehntheile theilen. Er berechnet also einen Winkel, aus dem man durch fortgesetzte Halbirungen 5, 5 Minuten erhält. Oder, die Untersuchung mit ihm allgemeiner zu machen: der B. soll einen Bogen von m Minuten halten, und in n Theile getheilt seyn; b bedeute eine Potenz der 2; und x

eine Menge von Minuten, so daß $\frac{nx}{b} = m$

Nimmt man also b für gegeben an, so ist

$x = \frac{m.b}{n}$; Bey Hr. B. ist $m = 55$; $b = 32$;

$n = 10$, $x = \frac{35.32}{10}$

Der kleinste Bogen der dieser Absicht genug thut läßt sich so finden: Man setze statt b nach und alle Potenzen von 2, bis an die welche zuerst $\frac{mb}{n} > m$ giebt. Der Werth den sie für x giebt, ist der gesuchte.

Für gegenwärtigen Vernier wäre dieses $b = 8$ und der gesuchte kleinste Bogen $= 88'$

Hr. B. braucht einen der noch einmahl so groß, ohne Zweifel weil er von solchem mehr Richtigkeit erwartet.

Für den V. 15; VII; wäre; (die dortigen Buchstaben haben andere Bedeutungen als die hiesigen und sind also hieher nicht zu bringen) in den hiesigen Bedeutungen der Buchstaben $m = 31.30$; $n = 30$; also der Bogen den $\frac{m}{n}$ ausdruckt oder ein Theil des Vernier; $\frac{1}{2}$ Grad $+1$ Minute. Man suche also die kleinste Potenz der 2 mit welcher dieser Bogen kann multiplicirt werden, daß mehr als 30 halbe Grad (die Grösse des V.) herauskommen; Sie ist $32$, also $x = 16$ Grad 32 Minuten. Die-

Diesen Bogen könnte man nicht vermittelst des Winkelmessers bestimmen, weil der Winkelmesser nur bis auf halbe Grade eingetheilt ist: Aber man könnte ihn durch seine Sehne bestimmen, die sich aus dem bekannten Halbmesser des V. berechnen liesse:

Und aus diesem Bogen fände man durch fortgesetzte Halbirungen 8 G 4 M; 4 G 2 M; 1 G 1 M; welches letzte, der gesuchte Theil des V. wäre.

o) Dieser V. schneidet sich durch die Theilung auf dem Rande ab wie 15; X zeigt. Das ist ihm aber mit jedem andern gemein: Eigen ist ihm daß seine Theile unmittelbar aus ihm selbst durch Halbirungen gefunden werden, welches bey dem V. für Grade nicht statt fand.

p) Ich habe Hr. B. Ausdruck durch die geometrische Bestimmung wie dieser Abstand zu brauchen ist, etwas deutlicher gemacht.

q) Wenn die Fäden sich völlig genau in der Axe schneiden sollen, wie eigentlich erfodert wird, so muß dieses Verfahren mit vollkommner Richtigkeit gemacht seyn.

r) Des Quadranten Mittelpunct ist mit Messingwerke bedeckt daran das Fernrohr befestigt ist. Man s. die Beschreibung in Smiths Lehrbegr. d. Opt. 3 B. 7 Cap. 116 §. meiner Uebers.

s) Einen Theil von dem in der Anm. r) erwähnten Messingwerke macht eine Scheibe an welche das Fernrohr befestigt ist; die Ebene dieser Scheibe ist des Quadranten seiner parallel, und die Scheibe dreht sich um eine Axe welche

durch des Quadranten Mittelpunct geht und auf seine Ebene senkrecht steht, innerhalb eines Ringes, der beym Smith collar heißt, und den der Natur der Sache gemäß, Hr. B. hie durch eben das Wort andeuten muß. Dieses Ringes Mittelpunct ist der Mittelpunct des Randes vom Quadranten, also folgt aus Hr. B. Vorschrift, daß die Weite von der er redet, von des Quadranten Mittelpuncte ausgetragen wird. Nach welcher Richtung diese Weite soll getragen werden bestimmt er im folgenden, nähmlich senkrecht auf die Axe des Fernrohrs.

Man wird überhaupt die Undeutlichkeit die sich hie und da in seinen Vorschriften findet, leicht durch diese beyden Betrachtungen entschuldigen, daß ein Künstler, und nicht ein Gelehrter von Profession schreibt, und daß er schwerlich bemerken konnte, was jemanden unverständlich seyn würde, der diese Gegenstände nicht so wie ihr Verfertiger vor Augen und unter Händen hätte. Wenn man Smiths vorhin angeführte Beschreibung des Mauerquadranten hiebey durchlesen will, so wird man sich diese undeutliche Stellen zulänglich erläutern können.

t) Diese wörtliche Uebersetzung bedeutet meines Erachtens folgendes: Eine viereckichte Röhre, wie man bey Fernröhren braucht, nur vielleicht hie von Messing. Die Wände dieser Röhre, hatten in Vergleichung mit ihrer Länge ziemlich viel Breite, und so bog sich die Röhre durch ihre Last nicht.

u) Es ist dieses ein Verfahren, wie mit dem

Fern-

Fernrohre das in zwey Quadraten steckt, Smith lehrb. d. Opt. III. B. 4. Cap. (lunette d'epreuve) dem **Probirfernrohre.**

x) Der Halbirungen wären acht, Sie gäben nach einander 32; 16; 8; 4; 2; 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$ Grad.

y) Dieser etwas dunkle Vortrag wird sich aus der Anmerkung n) erläutern lassen. Es sey in dieser Anmerkung $m = 360.60$; so ist

$$x = \frac{360.60.b}{n} = 360.60 + \frac{(b-n).360.60}{n}$$

wo man statt b die Potenz der 2 nimmt, die zunächst gröſſer ist als n.

Man setzt also zum ganzen Umfange den Bogen von $\frac{b-n}{n}$ 360 Graden und theilt die Summe in b Theile; von diesen Theilen betragen n den Umfang.

In Hr. B. Exempel ist $n = 54$; also $b = 64$; und $\frac{10.360}{54} = 66\frac{2}{3}$; Soviel Grad muß man da zum Umfange addiren, also 426° 40′ in 64 Theile theilen, deren 54 den Umfang ausmachen.

## 20. Theorie des äusern Mikrometers, oder des Schraubenmikrometers.

I. Weil sich das Ende einer Schraube bey einer ganzen Umdrehung nur um soviel fortschiebt als die Weite eines Schraubenganges beträgt, so verschiebt man es, um die Hälfte, den vierten Theil

u. s. w. dieser Weite, wenn man die Schraube nur zur Hälfte, zum vierten Theile u. s. w. herumdreht.

Man kann also das Ende um etwas sehr geringes verschieben wenn man die Schraube nur um einen sehr geringen Theil der Umdrehung drehet. Diesen Theil kann man leicht angeben wenn sich bey dem Kopfe der Schraube eine unbewegliche Scheibe befindet deren Umfang in gleiche Theile getheilt ist, die Schraube selbst aber einen Weiser über dieser Platte herumdrehet, welcher auf den Theilen der Scheibe dieses anzeigt.

Wären in der Länge eines Zolls 50 Gänge, und die Scheibe in 20 Theile getheilt, so verrückte sich das Ende der Schraube, bey einer ganzen Umdrehung um $\frac{1}{50}$ Zoll; also, wenn man sie um $\frac{1}{20}$ der Umdrehung drehte um 0, 001 Zoll.

So hat man die Schrauben längst gebraucht bey geraden Linien, Theilchen anzugeben die für die feinste Zirkelspitze, selbst für das blosse Auge zu klein sind.

II. Daß alle Gänge gleiche Weite haben, ist hiebey die einzige Voraussetzung, die freylich nicht allemahl ganz richtig ist, aber doch meistens ohne allzugrossen Irrthum zutrifft, wenigstens durch Prüfungen kann berichtiget werden.

III. Winkel zu messen wird die Schraube folgendergestalt gebraucht.

Eine Linie CA 11 Fig. die sich um C drehen kann, wie das bewegliche Fernrohr eines Winkelmessers oder Quadranten, hat in A, eine Schraube AM, deren Axe in der Ebene des Kreises den

die Linie beschreibt, senkrecht auf sie steht; so daß beym Umdrehen der Schraube die Linie in die Lage CD gebracht wird.

Es versteht sich, daß diese Aenderung nur um einen kleinen Winkel, höchstens von einem Grade geschehen soll, damit man den ihm gehörigen Bogen als eine gerade Linie durch die Schraube eintheilen kann wie in (I).

Für einen grossen Bogen müßte die Schraube nach desselben Gestalt gekrümmt seyn. In Bogen gekrümmte Schrauben, zeigen die Uhrmacherzirkel, aber die Gänge werden sich alsdenn nicht mit der Gleichheit machen lassen, die hier erfodert wird, und überhaupt hat man grosse Bogen einzutheilen leichtere Mittel.

IIII. CA sey = a Zollen, die Schraube habe in der Länge eines Zolls m Gänge. Wieviel Umdrehungen der Schraube gehören zu einem Winkel von n Secunden?

Aufl. Die Länge einer Secunde für den Halbmesser = 1; heisse e; wie I. Astr. Abh. 95; so ist der Bogen AD = a. n. e Zoll, folglich = a. m. n. e Schraubengängen. Diese Zahl heisse p = a, m, n. e,

Man muß hiebey bemerken, daß a nicht etwa den Halbmesser des eingetheilten Randes bedeutet, sondern der Schraube Abstand vom Mittelpuncte welcher etwas grösser seyn wird.

V. Einer Umdrehung (wo p = 1) gehören

$$n = \frac{1}{a.\,m,\,e}$$ Secunden.

Exempel. Der Schraube Abstand vom Mittelpuncte ist 5, 31. Zoll. Sie ist 0, 6 lang und hat 24 Gänge; also wären in einem Zolle $\frac{24}{0,6}$ = 40 Gänge. Folglich

log a = 0, 7250945
log m = 1, 6020600
log e = 4, 6855749 — 10

log a m e = 0, 0127294 — 3
log n = 2, 9872705
gehört zu 971, 1

So viel Secunden giebt eine Umdrehung oder 16′ 11″ 1

VI. Setzte man für eine Umdrehung alles gegeben, bis auf den Abstand vom Mittelpuncte, so wäre $a = \frac{1}{m.\ n.\ e}$

Exempel. Wie weit müßte die vorige Schraube vom Mittelpuncte abstehn, daß eine Umdrehung gleich 15′ gäbe?

Hie ist n = 900; also
log n = 2, 9542425
log m. e = 0, 2876349 — 4
— log a = 0, 2418774 — 1
+ log a = 0, 7581225
giebt a = 5, 7296

VII. Endlich, wenn die Stelle der Schraube gegeben ist, kann man berechnen wie viel Gänge ein Zoll haben muß damit eine Umdrehung eine ge-

gegebene Menge von Secunden beträgt. Es ist nähmlich $m = \frac{1}{a.n.e}$

VIII. Man begreift leicht, daß diese Berechnungen nur dienen, die Stelle der Schraube, den Werth einer Umdrehung von ihr u. s. w. im voraus bey Verfertigung des Werkzeuges der Wahrheit nahe zu wissen, denn die Grössen die man hie als gegeben annehmen muß, lassen sich nicht so genau messen, daß man in der Berechnung ans ihnen wegen der geringsten Kleinigkeiten sicher seyn sollte.

VIIII. Daher muß man den eigentlichen Werth einer Umdrehung zu bestimmen, in der Ausübung immer das Verfahren brauchen, das Bird in der (19; Anm. a) angeführten Schrift 21 S. lehrt.

Natürlicher Weise führt die Schraube einen Vernier mit sich herum, oder einen Faden oder sonst so was das über des Werkzeuges eingetheilten Rand wegstreicht, und bey jeder Stellung des Fernrohres einen gewissen Abstand von einem Theilungspuncte der auf dem Rande bezeichnet ist hat; eben diesen Abstand messen die Umdrehungen der Schraube, und zeigen also um wieviel der Winkel den er angiebt, von dem Winkel welchen der Theilungspunct angäbe unterschieden ist.

Man bringe also diesen Faden u. d. g. auf einen bezeichneten Theilungspunct des Randes, und drehe nun die Schraube so oft ganz herum, bis er genau auf einen andern Theilungspunct zu stehen kömmt. Die Entfernnng beyder Theilungspuncte

cte von einander, giebt den Winkel welcher so viel Umdrehungen der Schraube zugehört; er sey = c Secunden, die Zahl der Umdrehungen sey = r; so giebt eine Umdrehung $\frac{c}{r}$ Secunden.

X. Wo eine solche Schraube Secunden angeben soll, wiebey grossen Quadranten, theilt Hr. B. die Scheibe (I)in soviel Theile ein, als der nur angeführte Quotient anzeigt, da bedeutet denn jeder Theil eine Secunde, und wenn zuletzt noch etwas kömmt daß kein ganzer Theil ist, so bedeutet dieses eben so ein Stück einer Secunde.

XI. Dieses zu erläutern, setze man, wie mit einer kleinen Aenderung des Exempels V; anginge, eine Umdrehung der Schraube betrage 16′ 12″ = $16\frac{1}{5}$; So könnte man die Scheibe in $16\frac{1}{5}$ Theile theilen, das ist in 81 Theile da man aber immer 5 und 5 zusammen als einen ansähe, bis zuletzt ein solcher kleinrer Theil der $\frac{1}{81}$ des Umfangs betrug übrig blieb, da gälte alsdenn jeder der grossen Theile der = $\frac{5}{81}$ des Umfanges ist, eine Minute.

XII. Dieses Verfahren hat die Bequemlichkeit daß man gleich auf der Scheibe, ohne weitere Rechnung die Secunden oder Minuten sehen kann.

Wäre die Scheibe in lauter gleiche Theile getheilt, ohne ein solches überbleibendes Stückchen, so bedeutete vielleicht ein solcher Theil keine Menge ganzer Secunden oder Minuten, aber man könnte sich leicht eine Tafel machen, wieviel jede Menge von Theilen betrüge, und daraus gäbe sich mit einer leichten Rechnung was man jedesmahl verlangte.

Be-

Betrüge z. E. eine Umdrehung genau soviel als im Exempel (V), die Scheibe aber wäre in 20 Theile getheilt, so betrügen davon

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 0′ | 48″, | 555 |
| 2 | 1 | 37, | 11 |
| 3 | 2 | 25, | 665 u. s. w. |

## Gebrauch hievon beym Fernrohre in der Mittagsfläche.

XIII. Von diesem Werkzeuge habe ich III. Abh. 78 geredet. Wenn seine Queraxe genau wagrecht ist, beschreibt es einen Scheitelkreis, der aber noch etwas vom Mittagskreise unterschieden seyn kann. Wie man den Fehler findet lehret (I. Abh. 179.)

Läge die Queraxe völlig richtig, so ginge sie durch wahren Morgen und wahren Abend. Wegen dieses Fehlers aber, macht sie mit der Linie durch Ost und West, einen kleinen Winkel.

Also kann CD die Linie durch Ost und West bedeuten die auf die Mittagslinie senkrecht steht, und CA die Queraxe in ihrer etwas unrichtigen Lage. Nähmlich die ganze Länge der Queraxe, deren eines Ende bey C ist; am andern, A, kann sich eine Schraube A M befinden, vermittelst deren sich dieses Ende etwas verschieben läßt, daß es einen Kreis um C beschreibt.

Ist also nun die Länge der Queraxe a Zoll; und hält bey der Schraube ein Zoll m Gänge, der Winkel ACD aber, um den man die Queraxe ver-

verrücken soll ist n Secunden, so erfodert diese Verrückung a.m.n.e Umdrehungen der Schraube (IIII).

XIIII. Diese Vorschrift giebt, ohne Beweis Hr. de la Lande Astron. 2086 I. Ausg. 2607 II. Ausg. Damit man seine Formel mit der meinigen vergleichen kann gebe ich folgende Uebersetzung meiner Zeichen in die seinigen:

| bey mir | a | m | n | e |
|---|---|---|---|---|
| bey ihm | l | u | e | $\frac{1}{206300}$ |

So wird man seine Vorschrift verstehn, die Schraube solle um $\frac{e.l.u}{2063}$ Hunderttheile einer Umdrehung gedreht werden.

Diese Vorschrift setzt zum voraus der Umfang der Scheibe sey in hundert Theile getheilet, und wenn das auch ist, so wird die Berechnung eines Products und dessen Division mit 2063 mühsamer seyn als der von mir gelehrte Gebrauch der Logarithmen.

Uebrigens findet sich leicht durch die Logarithmen, daß $\frac{1}{206300} = 0,0000048473$, also etwas kleiner ist als eine Secunde (I. Abh. 95; 98) Diese Unrichtigkeit hätte indessen nichts zu bedeuten, wenn die Zahl sonst eine vorzüglich bequeme Rechnung gäbe.

# VI. Abhandlung.

## Dioptrische Sätze von einzelnen Gläsern, und Fernröhren.

# ตอนที่ IV

Bild, welches ein einfaches Glas macht, die Dicke des Glases beyseite gesetzt.

1. A sey das Glas, 1 Fig. des Gegenstandes DE Punct D, in der Axe DAF; sein Bild FG; Man siehtEAG als eine geradelinie an.(Dioptr.35.)

## Verhältniß des Gegenstandes zum Bilde.

2. DE:FG = AD:AF = b — l: l (Dioptr. 29) Wenn b die Entfernung des Gegenstandes, des Glases Brennweite ist.

3. Bey entlegenen Gegenständen, wird dieß nicht brauchbar seyn; ihre Weite ist sehr groß in Vergleichung mit der Brennweite, und das lehret nur soviel, daß das Bild in Vergleichung mit dem Gegenstande sehr klein ist.

Alsdenn dient Folgendes.

## Vergleichung zwischen des Gegenstandes scheinbarer Grösse, und des Bildes Weite u. wahrer Grösse.

4. Des Gegenstandes aus der Stelle wo das Glas steht betrachtet, scheinbare Grösse EAD heisse m; des Bildes Weite $AF = f = \frac{bl}{b-l}$;

seine wahre Grösse $FG = q$;

So ist $q = f.\ tang\ m$.

5. Für einen unendlich entfernten Gegenstand, der eben die scheinbare Grösse hatte, sey die wahre Grösse seines Bildes $= p$; So ist $p = l.\ tang\ m$

6. Also $q : p = b : b - l$

Und $p = q - \frac{l}{b} \cdot q$

Und $q = p + \frac{l}{b-l} \cdot p$

7. Das Bisherige nimmt die Dicke des Glases als unbeträchtlich an; wollte man sie in Betrachtung ziehen, so könnte man folgendergestalt verfahren:

## Wie man aus der Weite und wahren Grösse eines Bildes, die scheinbare Grösse seines Gegenstandes bestimmt.

8. I. PM 2 Fig. sey der Strahl von einem Puncte des Gegenstandes, der im Glase dergestalt

stalt in MN gebrochen wird, daß der ausfahrende Strahl NQ dem einfallenden parallel, und also der Weg des zweymahl gebrochnen Strahls PMNQ aus drey Theilen besteht davon die beyden äußersten parallel sind.

II. Mit diesem gebrochnen Strahle vereinigen sich ohngefähr alle Strahlen die aus P einfallen in einem Puncte. Wenn dieser Punct Q, so ist Q das Bild des Punctes P des Gegenstandes. (Dioptr. 36)

III. Wenn MN die Axe in C schneidet, so ist eigentlich C des Glases Mittelpunct dafür Dioptr. 35; A oder B angenommen wird, wenn des Glases Dicke sehr klein ist.

IIII. In meiner analytischen Dioptrik, oder, in Smiths Lehrbegriffe der Optik, II. Buch II. Theil 1. Cap. 4. Satz u. dessen Zusätzen habe ich folgendes bewiesen.

V. Wenn der Halbmesser der Fläche durch A; $= r$; der durch B $= \varrho$, des Glases Dicke AB $= t$; und die Refraction aus Luft in Glaß $m : n$ heißt,

So ist AC $= \frac{rt}{r+\varrho}$ Daher BC $= \frac{\varrho t}{r+\varrho}$

VI. Der einfallende Strahl PM fährt nach einem Puncte der Axe, D zu, dessen Entfernung von A durch $\frac{nrt}{(m-n)t-m.(r+\varrho)}$ ausgedruckt wird.

VII. Dieser Ausdruck ist verneint, Er ist

nähmlich aus einer Formel gefunden worden wo man eigentlich die Weite eines Punctes vor A sucht, aus dem ein Strahl kommen müßte, in C gebrochen zu werden, und also zeigt das verneinte nur an, dieser Punct liege hinter A.

VIII. Im Nenner wird der Theil der t enthält gegen den andern unbeträchtlich seyn, also ist, das verneinte Zeichen nach (VII) beyseite gesetzt:

$$AD = \frac{nrt}{m.(r+\varrho)}$$

VIIII) Also (V; VIII) $CD = \frac{m-n}{m}, \frac{rt}{r+\varrho}$

X. Weil man AM, BN als kleine gerade auf AB senkrechte Linien ansehen darf, so ist CM: CN = CA: CB; und weil MD, NE, parallellel sind, so ist CM: CN = CD: CE; Also

CA: CB = CD: CE

XI. Daher aus V; VIIII;)

$$CE = \frac{m-n}{m}.\frac{\varrho t}{r+\varrho}$$

XII. Daher aus XI; V) $BE = \frac{n}{m}.\frac{\varrho t}{r+\varrho}$

XIII. BEQ = ADM ist des Gegenstandes welcher zwischen der Axe und MP enthalten ist, scheinbare Grösse.

XIIII. Ist also QS senkrecht auf ES, und die Grösse des Bildes, so ist die scheinbare Grösse

(XIII) $\frac{QS}{ES}$

XV. Da ist nun BS die Weite des Bildes hinter dem Glase, welche sich messen läßt, und um ES zu haben, muß dazu noch BE addirt werden, welches man also aus (XII) berechnet.

Für die gewöhnliche Verhältniß m:n = 3:2

XVI. Ist (XII) $BE = \frac{2}{3} \cdot \frac{\varrho t}{r + \varrho}$

XVII. Also $= \frac{1}{3} t$ wenn $r = \varrho$

XVIII. Diese Regel (XVII) giebt, und beweist Cassini; El. de l'Astron. L. II. ch. 5; p. 125; Aus ihm führt Hr. de la Lande sie an, Astron. 2020; I. Ausg. 2525; II. Ausg. ohne Beweis, und ohne den Umstand zu erwähnen, den Cassini ausdrücklich angiebt, daß das Glas auf beyden Seiten gleichviel erhaben seyn soll.

XVIIII. Denn wenn eines Planconverglases erhabene Seite die vordere ist, so wäre aus (16) $BE = \frac{2}{3} t$; und wenn desselben ebene Seite die vordere ist, wäre $BE = o$.

XX. Wenn also das Glas nicht, auf einer Seite eben, oder auf beyden gleichviel erhaben ist, so wird BE ziemlich schwer und unsicher zu finden seyn, weil nur der welcher das Glas geschliffen hat, mit einiger Genauigkeit sagen kann, zu was für Kugeln die beyden Flächen gehören.

XXI. Weil diese Frage, was für Halbmesser beyde Flächen des Glases haben, zuweilen vorkommen kann, so will ich hie lehren, wie man sie,

so wohl mit Betrachtung als ohne Betrachtung der Dicke beantwortet.

## Eines Glases beyde Halbmesser durch Versuche zu finden.

### Bild das ein Glas durch die Reflexion macht.

P R S A B T Q

9. I. Durch A gehe die Vorderfläche, durch B, die Hinterfläche eines erhabenen Glases, die Halbmesser sind r, ϱ, die Dicke A B = t;

In der Weite AP = b vor dem Glase befinde sich ein leuchtender Punct, das Licht das er auf das Glas sendet, wird nach einem Puncte Q gebrochen

daß $AQ = \frac{m\,b\,r}{(m-n)\,b-n\,r} = g$

Aber dieses Licht fängt die Hinterfläche bey R als ein Hohlspiegel auf, und wirft es nach R zurück, daß $BR = \frac{\varrho\,BQ}{2\,BQ+\varrho}$ wo $BQ = g-t$.

Auch $BR-t = AR$.

Indem es aber nach R zugeht, wird es von der Höhlung der Vorderfläche bey A aufgefangen, und nach S gebrochen, daß $AS = \frac{n\,r.\,AR}{(m-n).AR+m.r}$

Das bisherige findet sich am Ende von dem Lehrbegriffe der Optik der, nach Smiths englischen,

schen, mit Aenderungen von mir, zu Altenburg 1755 herausgek. ist.

II. Wenn man also die Dicke des Glases, imgleichen AP, AS; gemessen hat, so weiß man in der letzten Gleichung alle Grössen, (die Verhältniß der Refraction wird ohnedem zum vorausgesetzt), bis auf die beyden Halbmesser.

III. Nun fange man von eben dem Puncte P, das Bild auf, welches in T nach der Refraction in beyden Flächen, auf die gewöhnliche Art entsteht. Wenn $p = \frac{n}{m-n}$; so ist

$$BT = \frac{mpbr\varrho - n\varrho t(b - pr)}{mb.(r+\varrho) - mpr\varrho + (nr - (m-n)b)t}$$

Die Formel steht im angef. Lehrbegr. d. Opt. II. B. 2 Th. 2 Cap. 3 Satz 15 §.

IIII. Mißt man also auch B'T'; so hat man eine zweyte Gleichung in der nur eben die vorigen Grössen unbekannt sind, und aus beyden zusammen finden sich diese Grössen.

V. Also kann man folgendes Verfahren brauchen.

Die Dicke des Glases muß bekannt seyn.

Nun lasse man das Glas, zweyerley Bilder, von einem Puncte dessen Weite vom Glase bekannt ist machen.

Das dioptrische T (III) und
Das katoptrischdioptrische S

Ihre Weite vom Glase messe man. So lassen sich daraus die beyden Halbmesser finden.

VI. Diese Auflösung wird viel einfacher, wenn P eine sehr weit entlegene Sache; am besten vielleicht die Sonne ist.

VII. Alsdenn ist $BT = \frac{(mpr - nt)\varrho}{m.(r+\varrho) - (m-n).t}$

VIII. Ferner in (I) $AQ = \frac{mr}{m-n}$;

$BQ = \frac{mr}{m-n} - t$ welches x heissen mag.

Nun $BR = \frac{\varrho x}{2x+\varrho}$

$AR = \frac{\varrho x}{2x+\varrho} - t$, welches y heissen mag

$AS = \frac{nr\ y}{(m-n)\ y + mr}$

VIIII. Wenn man also das Verfahren (V) mit der Sonne, oder sonst einem entlegenen Gegenstande vornimmt, so hat man die beyden Gleichungen für die beyden gesuchten Grössen.

Man muß in VIII; statt x; y; ihre Wehrte herstellen weil diese Buchstaben hie nur sind gebraucht worden, den Ausdruck abzukürzen.

## Gebrauch dieses Verfahrens mit Beyseitesetzung der Dicke.

X. Alsdenn ist für eine weitentlegene Sache AQ wie VIII; aber zugleich $= BQ = k$ also

$BR =$

$BR = \frac{mr\varrho}{2mr+(m+n).\varrho}$ welches zugleich AR ist.

Da ist, für den Werth von $AS = h$; der Zähler $= \frac{nr.mr\varrho}{2mr+(m-n).\varrho}$.

Der Nenner $= \frac{(m-n).mr\varrho}{2mr+(m-n).\varrho} + mr$

Daher $h = \frac{nr\varrho}{2.((m-n)\varrho+mr)}$.

Ist nun des Glases gewöhnliche dioptrische Brennweite mit Weglassung der Dicke

$\frac{nr\varrho}{(m-n).(r+\varrho)} = l$;

So hat man die beyden Halbmesser, aus h und l

## Die Halbmesser, mit Weglassung der Dicke durch h und l ausgedruckt.

XI. Die beyden Werthe von $nr\varrho$ (X) gleichgesetzt, geben $\frac{(m-n).l-2mh}{(m-n).(2h-l)}.r = \varrho$

Dieß in die Gleichung die l enthält gesetzt, giebt

$(m-n)l + \frac{(m-n).l-2mh}{2h-l}.l =$

$\frac{n((m-n).l-2mh)}{(m-n).2h-l)}.r$

Daher $r = \frac{2.(m-n)hl}{2mh-(m-n)l}$

$\varrho = \frac{2hl}{l-2h}$

## Für die Verhältniß der Refraction = 3 : 2

XII. Da ist $h = \frac{r\varrho}{\varrho+3r}$; $l = \frac{2r\varrho}{r+\varrho}$

und, $r = \frac{2hl}{6h-l}$; $\varrho = \frac{2hl}{l-2h}$

## Ausdruck der Weite AS (I) für ein gegebenes b, mit Weglassung der Dicke.

XIII. Wenn man nach dortiger Anzeige rechnet, so findet man

$$AS = \frac{nr\varrho g}{(m-n)\varrho g + mr\varrho + 2mrg}$$

$$= \frac{nr\varrho b}{2b.(mr+(m-n)\varrho) - nr\varrho}$$

$$= \frac{hb}{b-h}$$

Der letzte Ausdruck, ist besonders merkwürdig, weil also der katoptrischdioptrische Vereinigungspunct, durch seine Brennweite, eben so bestimmt wird, wie der blos dioptrische durch die seinige.

Denn

Denn es ist bekanntermassen $BT = \frac{l.\ b}{b - l}$

## Ohne die Brennweite durch die Refraction, beyde Halbmesser zu finden.

XIIII. Der eine Halbmesser heisse p; der andere q; Man suche die beyden katoptrischdioptrischen Bilder (V) einer entlegenen Sache, die entstehen, nach dem man die eine Fläche des Glases, oder die andere, gegen das Licht kehrt.

Wenn man die vorwärts kehrt, deren Halbmesser $= p$; so sey des Bildes Abstand $= P$; und so Q für die andere.

XV, Also in (XII) einmahl P, darnach Q statt h gesetzt;

$$P = \frac{p.\ q}{q + 3p};\quad Q = \frac{p.\ q}{p + 3q}$$

Also $P.\ (q + 3p) = Q.\ (p + 3q)$

Daher $q = \frac{Q - 3P}{P - 3Q}.\ P$

Weil nun $P.\ (q + 3p) = p.\ q$; so ist

$$p = \frac{8.\ P.\ Q}{3P - Q}$$

$$q = \frac{8.\ P.\ Q}{3Q - P}$$

XVI. Die katoptrischdioptrische Brennweite h (XII) ist viel kleiner als die dioptrische l; Daher

könn-

könnte man vielleicht die letzte zu messen nicht Platz genug haben, und so diente das Verfahren (XIIII) die beyden Halbmesser zu finden.

## Ferner über die Vergleichung zwischen der wahren Grösse des Bildes und des Gegenstandes scheinbarer, des Glases Dicke bey seite gesetzt.

10. Da kann man in den Formeln 4; 5; ohne merklichen Fehler, m statt seiner Tangente setzen.

Dieses beweist sich so: Man erstreckt Mikrometer nicht leicht über 40′; Ich will aber annehmen ein Mikrometer sollte sich bis auf einen Grad erstrecken, so wäre die Hälfte davon m=30′;

Nach III. astr. Abh. 610; ziehe man den Logarithmen einer Secunde, vom Logarithmen der Tangente von 30′ ab; der übrigbleibende Logarithme gehört zu 180, 00 und zeigt also, daß diese Tangente ihren Bogen noch um kein Hundertheil einer Secunde übertrifft.

## Aus der Brennweite eines Glases und eines entlegenen Gegenstandes scheinbarer Grösse, die wahre Grösse des Bildes zu berechnen.

11. Dieß ist weiter nichts als die Formel (5) allenfalls mit der Einrichtung (10) welche nur alsdenn bequemer ist, wenn die scheinbare Grösse nicht genau in den Tafeln steht.

12.

12. Man findet für p das halbe Bild oder das ganze, nachdem m die halbe scheinbare Grösse, oder die ganze bedeutet.

Exempel

13. Ein Glas hat 12 Fuß = 144 Zoll Brennweite. Die scheinbare Grösse der Sonne war den 13 April 1769. 31′ 59″, 2 (aus den Wiener Ephemeriden) ihre Hälfte 15′ 59″, 6 die man ohne merklichen Irrthum 16′ setzt; Wie groß war die Hälfte ihres Bildes?

log tang m = 7,6678492 — 10
log l = 2,1583625

log p = 0,8262117 — 1
giebt diese Hälfte = 0,67021 Zoll
und das Ganze = 1,34042

## Zusammengehörige Aenderungen der Brennweite und des Bildes.

14. Aus (5) ist d p = m. dl; die Aenderung des Bildes aus der Aenderung der Brennweite zu finden.

Bey einerley entfernten Gegenstande, verhalten sich also die Aenderungen des Bildes, wie die Aenderungen der Brennweite.

15. Exempel Statt der Brennweite (13) nehme man eine die von ihr um 0, 1 eines Zolls unterschieden ist Also log d l = — 1; So ist

log dp = 7,6678492 — 11

oder die Aenderung des Bildes beträgt o, 00046542 Zoll So viel ist es grösser oder kleiner, nachdem die Brennweite um den angezeigten Unterschied grösser oder kleiner ist.

16. So kann man bestimmen, wie scharf sich die Grösse des Bildes aus der Brennweite berechnen läßt. Das Bild mit seiner Aenderung di-

vidirt giebt zum Quotienten $\frac{l}{dl}$

Im Exempel 14400; sovielmahl ist das Bild grösser als die Aenderung.

17. Wenn man also in Abmessung der Brennweite, um eine gewisse geringe Grösse z. E. o, 1 eines Zolls ungewiß ist, so beträgt die Folge dieser Ungewißheit in Berechnung der Grösse des Bildes, destoweniger, je länger die Brennweite ist. Nähmlich das Differential der Brennweite wäre für unterschiedene Brennweiten, einerley, und betrüge also mehr, in Vergleichung mit der kleinern.

## Ueber Fäden beym Brennpuncte.

In der Gegend des Brennpuncts befindet sich ein Faden, dessen Durchmesser $= p$; Wieviel beträgt die scheinbare Grösse eines entlegenen Gegenstandes, den er bedeckt?

18. Aus (5) ist ihre Tangente $\frac{P}{l}$; findet sich diese Tangente nicht selbst in den Tafeln, so muß man

man auf die bekannte Art, den Winkel in Secunden ausdrucken. Er heisse n;

19. **Exempel** Der Durchmesser sey = 0,001 eines Zolls; die Brennweite = 6 Fuß = 72 Zoll; so ist

$$\begin{array}{rl} -\log 1'' & = +5,3144251 \\ +\log 0,001 & = -3 \\ \hline & +2,3144251 \\ -\log 72 & = -1,8573325 \\ \hline \log n & = 0,4570926 \end{array}$$

giebt die gesuchte scheinbare Grösse 2,864 Secunden.

20. Bey einerley Faden verhält sich die verdeckte scheinbare Grösse, verkehrt wie die Brennweite.

Bey einem Glase von 12 Fuß Brennweite, bedeckte der Faden (19) nur 1, 432 Secunden.

21. Bey einerley Glase verhält sich die verdeckte Grösse, ordentlich, wie des Fadens Durchmesser.

Bey dem Glase (19) würde ein Faden der 0,002 Durchmesser hätte, 5, 728 Secunden bedecken.

## Wenn der erwähnte Faden, nach der Lage eines Stundenkreises steht, wie lange bleibt ein Stern, den ich jezo für einen Punct annehme, hinter ihm?

22. Wenn $\delta$ des Sterns Abweichung $\alpha$ den Bogen des Aequators bedeutet, welcher die gesuchte Zeit mißt, der letzte Bogen, so wohl als n

(18) in Secunden des Kreises ausgedruckt so ist

$$\alpha = \frac{n}{\text{col}\,\delta}$$ (Astron. 227; VII.)

Ist also n, folglich auch $\alpha$ in Secunden des Bogens ausgedruckt, so ist die gesuchte Zeit

$\frac{4.\,n}{\text{col}\,\delta}$ Tertien Sternzeit.

23) Also, wie es sich auch sonst mit Durchgängen durch einen gegebenen Raum im Fernrohre verhält, wenn alles Uebrige einerley ist, desto grösser, je grösser des Sterns Abweichung ist.

24) Bey dem Exempel (19) wäre sie für einen Stern im Aequator 11,456 Tertien.

Für einen Stern der 60° Abweichung hat, noch einmahl so groß, fast 23 Tertien.

Für einen Stern von 88 Gr. Abweichung wie etwa der Polarstern hat

log n = 0,4570926
— log col $\delta$ = — 8,5428192 + 10

1,9142734

giebt $\alpha$ = 82,08 Secunden des Bogens
die Zeit = 328,32 Tertien
= 5,472 Secunden

25. Umgekehrt könnte man des Fadens Durchmesser aus Beobachtung der Zeit suchen, wie lange er einen Stern verdeckt.

Aber unvermeidliche kleine Unrichtigkeiten in Abmessung dieser Zeit, imgleichen in Messung der Brennweite, würden hier Folgen haben, die bey

einer

einer so geringen Grösse als des Fadens Durchmesser allemahl seyn muß, beträchtlich wären.

26. Dieses führt natürlicher Weise auf genauere Untersuchung der Fäden, die in der Gegend des Brennpunctes des Objectivglases eines Fernrohrs gebracht werden.

Vornehmlich braucht man Kreuzfäden deren Durchschnitt genau im Brennpuncte seyn soll. (Dioptr. 182)

Es gehen auch wohl mit einem dieser Fäden mehr parallel. Diese können nicht alle im eigentlichen Brennpuncte des Glases seyn, in so fern solcher in der Axe ist, wenn sie aber genau in einer Ebene mit den Kreuzfäden befindlich sind, und diese Ebene senkrecht auf die Axe des Fernrohrs gestellt wird, so bekommen diese parallele Fäden auch ihre gehörige Stellung, wenn die Kreuzfäden einander im Brennpuncte schneiden.

## Wenn sich ein paar Gegenstände, in eines Glases Axe befinden und von einem Auge auser der Axe durchs Glas betrachtet werden; ihre scheinbare Lage gegen einander zu finden.

27 Vor dem Glase B; dessen Brennweite = b; steht eine Sache E, in der Axe des Glases, um die Weite E B = g davon entfernt.

Ein Auge befindet sich auser der Axe in G; so daß B O = x; O G = y;

Dieses Auge bekömmt durch das Glas einen Strahl EFG; welcher verlängert die Axe in H schneiden würde.

Es sieht also die Sache nach der Richtung GF; welche mit der Axe den Winkel OHG macht.

Ich suche diesen Winkel.

Es ist $BH = \frac{g\,b}{g - b}$; und

$$\text{tang } OHG = \frac{y}{BH - x}$$

Wenn E, im Brennpuncte, des Glases B oder nahe bey demselben ist, so giebt sich für den kleinen Winkel $OHG = \frac{y}{BH} = \frac{y.(g-b)}{g.\,b}$

28 Nun sey K ein anderer Gegenstand, auch in des Glases Axe, die Weite $BK = h$; Ihn sehe eben das Auge; durch den Strahl KLG, der verlängert, die Axe in M schnitte; also nach einer Richtung GL, die mit der Axe den Winkel OMG macht.

Da ist $BM = \frac{h.\,b}{h - b}$

$$\text{tang } OMG = \frac{y}{BM - x}$$

Oder, wenn auch K nahe beym Brennpuncte ist,

$$OMG = \frac{y}{BM} = \frac{y.(h-b)}{h\,b}$$

29 Die Tangente von OHG — OMG oder tang LGF ist $\frac{y.(BM - BH)}{(BH - x).(BM - x)}$

30. Setzt man hie wieder wie vorhin, x gegen BM, BH, klein, so ist

$$LGF = \frac{y.(BM - BH)}{BH, BM}$$

$$= \frac{g - h}{g\,h} \cdot y$$

Die letzte Formel dient den Winkel leicht in Secunden auszudrücken, wenn man von dem ihm zugehörigen Logarithmen, den Logarithmen einer Secunde abzieht.

31 Exempel $g = 3$ Zoll; $h = 2{,}99$; $y = 0{,}5$,

also $LGF = \frac{0{,}01}{3 \cdot 2{,}99} \cdot 0{,}5$

$\log 8{,}97 = 0{,}9527924$

$\log e = 4{,}6855749 - 10$ (I. astr. Abh. 98)

$0{,}6383673 - 5$

$\log 0{,}005 = 0{,}6989700 - 3$

$+ 2{,}0606027$

giebt $LGF = 115'' = 1' 55''$

32 Man stelle sich vor das Auge sey anfangs in der Axe in O; und bewege sich durch OG.

Wenn es in O ist, erscheinen ihm beyde Gegenstände in der Axe, gerade hintereinander; Indem es nun seine Bewegung macht, so scheint ihm

E, nach eben der Gegend nach welcher sich das Auge bewegt, so zu bewegen, daß dieser Gegenstand zuletzt in GF erscheint; Eben so K;

Und so scheint sich dem Auge, nach der Gegend nach welcher es sich bewegt hat, E weiter bewegt zu haben als K; der Gegenstand welcher entfernter von dem Glase ist, weiter, als der welcher sich näher vor dem Glase befindet.

33 Man bemerke noch, daß das Auge nicht wohl beyde Gegenstände zugleich durch das Glas gleich deutlich sehen wird. Steht E so daß er dem Auge O durchs Glas deutlich erscheint, so ist K zu nahe am Glase, und erscheint dem Auge O nicht so deutlich; Und so umgekehrt.

34 Nun sey das Glas, von dem bisher die Rede gewesen ist, das Ocular eines astronomischen Fernrohrs, dessen Objectiv A ist. Das Fernrohr ist nach einer entlegenen Sache gerichtet. Es hat Kreuzfäden, die einander in seiner Axe schneiden.

Man will wissen ob dieser Durchschnitt sich genau im Brennpuncte des Objectivs befindet.

35 Man setze die entlegene Sache bilde sich in E ab; der Durchschnitt sey in K; also weiter als der Brennpunct, vom Objective.

36 Das Fernrohr so gestellt, daß man die entlegene Sache deutlich sieht, wird man den Durchschnitt nicht recht deutlich sehn.

Macht das Auge die Bewegung OG; so

scheint ihm der Durchschnitt langsamer fortzugehn als die Sache, oder zurückzubleiben.

Dieß also, wenn der Durchschnitt vom Objective weiter absteht, als der Brennpunct.

Nun setze man er sey näher.

Das Fernrohr wieder nach der entlegenen Sache gerichtet, und so gestellt daß man sie deutlich sieht, wird ihr Bild in K seyn, daß nun AK die Brennweite ist, und der Durchschnitt in E, näher beym Objective, weiter vom Oculare als das Bild.

37 Bey der vorhin beschriebenen Bewegung des Auges, scheint also nun die Sache langsamer fortzurücken als der Durchschnitt, in Absicht auf den Durchschnitt, zurück zu bleiben.

Wenn man also bey der erwähnten Bewegung des Auges, die Erscheinung so beschreiben will, daß die Sache als unbeweglich vorgestellt wird, so findet Folgendes statt;

Ist der Durchschnitt vom Objective weiter als desselben Brennpunct, so sieht es aus als ginge er nicht uach der Seite fort, nach welcher das Auge sich bewegt, sondern nach der entgegengesetzten.

Ist er näher beym Objective als desselben Brennpunct, so sieht es aus als ginge er nach eben der Gegend zu nach welcher sich das Auge bewegt.

38 Oder, umgekehrt, wenn man sich den Durchschnitt als unbeweglich vorstellt, so geht die Sache nach der Seite, die der Seite nach welcher das Auge geht, entgegen gesetzt ist, wenn

sich der Durchschnitt näher beym Objective befindet als desselben Brennpunct; Aber nach einerley Seite mit dem Auge, wenn der Durchschnitt vom Objective weiter weg ist, als desselben Brennpunct.

39 Wenn man sich den Durchschnitt als unbeweglich vorstellen soll, die Sache als beweglich, so wird das Fernrohr so stehen müssen, daß man den Durchschnitt deutlich die Sache undeutlich sieht.

Wenn nähmlich zwey Dinge dem bewegten Auge ihre Lage gegen einander zu verändern scheinen, so schreibt man die Bewegung dem zu das man undeutlich sieht, und nimmt das welches man deutlich sieht für ruhend an.

40. Diese Vorschriften finden sich in Smiths Lehrbegr. d Optik III. B. 72 §. Ich habe aber hie die Gründe deutlicher aus einander gesetzt, und den Winkel um den sich Durchschnitt und Sache von einander zu verrücken scheinen, zu berechnen gewiesen. Ob man gleich diese Berechnung eigentlich zur Ausübung nicht nöthig hat, so dienet sie doch, sich vorläufig zu übe zeugen, unter was für Umständen, diese Verrückung merklich genug ist, wie sie nicht seyn würde, wenn der Winkel z. E. nur wenige Secunden betrüge.

Smith drückt sich so aus: die Kreuzfäden, (er nennt es Haare) würden auf der Sache zu tanzen scheinen, oder die Sache auf den Haaren, nachdem Kreuzfäden oder Sache undeutlich erscheinen.

Ich habe die Frage so abgefaßt, wie sie unmittelbar gebraucht wird; ob der Durchschnitt näher

beym

beym Objectivglase, oder weiter davon ist, als desselben Brennpunct?

Beym Smith heißt sie: Ob die Kreuzfäden dem Auge hinter, oder vor dem Bilde liegen.

41 Noch ist eine Erinnerung übrig, von welcher Sm. gar Nichts sagt, vielleicht weil er gedacht hat, man würde sie bey der Ausübung schon von sich selbst finden. Es ist indessen gut Manches zu sagen, daß allenfalls der dem es nicht gesagt ward, durch Probiren lernen kann:

42 Wer diese Prüfung ob die Kreuzfäden gehörig stehen, bey einem Fernrohre anstellen wollte, wie seine Theile zum Gebrauche zusammengeordnet sind, der wird das Auge nicht leicht, so weit aus des Fernrohrs Axe bringen können, daß er sicher wäre, ob Bild der Sache und Kreuzfäden, ihre Lagen gegen einander zu ändern scheinen.

43 Denn gewöhnlich befindet sich das Ocular, in einer Capsel die gegen das Auge zu nur ein kleines rundes Loch hat, in welches man das Auge bringen muß, und man kann dieser Capsel wegen das Auge nicht wohl Etwas merkliches seitwärts der Axe bringen.

44 Auch würde vielmahl das Ocular selbst zu schmahl seyn, als daß sich an ihm, eine solche merkliche Veränderung in der Stellung des Auges machen liesse.

44 Bey einer solchen Prüfung nehme ich das Ocular, mit dem ihm eignen Behältnisse weg, und brauche statt desselben, ein breites, erhabenes

Glas das als Ocular bey dem Objective zu groß wäre, und zu schwache Vergrösserung gäbe, mir aber verstattet, das Auge an demselben hin und her zu bewegen. Es versteht sich daß dieses Glas einigermassen an das Fernrohr befestigt seyn, und mit dem Fernrohre wenigstens beynahe einerley Axe haben muß.

## Des Objectivs Brennweite genau zu finden.

45 Wenn man durch solche Prüfungen die Kreuzfäden genau in des Objectives Brennpunct gebracht hat, so giebt ihre Weite vom Objective genau die Brennweite, die man auf diese Art am schärfsten und zuverläßigsten messen kann.

46. Ein Bild einer entfernten Sache, z. E. der Sonne, aufzufangen, und dessen Weite vom Glase zu messen, ist zwar das Mittel die Brennweite zu finden, das sich am ersten darbietet; Aber man ist dabey nicht ganz vor kleinen Fehlern sicher, weil das Bild etwas näher oder weiter hinter dem Glase aufgefangen, immer noch deutlich genug ist, daß man unsicher ist, in welcher Entfernung es eigentlich die größte Deutlichkeit hätte.

# Von Fernröhren.

## Ueber die Stellung der Gläser in Fernröhren.

47 Man nimmt an die Gläser in einem Fern-

rohre

rohre stehen so, daß die Strahlen die von einem Puncte des Gegenstandes herkommen, vom letzten Glase parallel unter sich ins Auge geschickt werden, weil man die allgemeine Theorie der Fernröhre, für Augen die gut in die Ferne sehen, einrichtet.

48 Wie vier Gläser zu dieser Absicht stehen müssen, habe ich in meiner analytischen Dioptrik 2. Cap. 1. Satz 12. Zus. berechnet. (Smiths vollst Lehrbegr. der Optik; II. B. 2. Theil 159 Seite) Ich will die dortige Formel, in einem Ausdrucke der zur Rechnung bequemer ist, hersetzen.

O A B C D

49. A, B, C, D, sind die vier Gläser, das vorderste, D, ihre Brennweiten werden durch die kleinen Buchstaben angedeutet, So ist

$$\left.\begin{array}{l} bcd - bc.AD + b.AC.CD - AB\,BC.CD \\ -bd.AC + c.AB.BD \\ -cd\,AB + d.AB\,BC \\ + a.\{bc + bd + cd \\ \quad \{-bCD - c.BD - d.BC\} \\ \quad \{+BC.CD \end{array}\right\} = 0$$

50. Man kann dieses für soviel Gläser als man will, nach den dorten gewiesenen Gesetzen bestimmen.

In der Astronomie braucht man nicht soviel Gläser, sondern meist nur zwey, auch wohl drey. (Dioptr. 92.)

51. Aus der Formel für mehr Gläser erhält

man eine für weniger, wenn man die Brennweiten von einem oder mehrern der vordern Gläser unendlich setzt (m. Dioptr. a. a. O. 11. Zus. Anmerk.)

52. Also wird (49) für drey Gläser

$$bc - b.AC + AB.BC - c.AB + a.(b+c-BC) = o$$

53. Und für zwey

$$b - AB + a = o$$ wie bekannt ist.

## Vergrösserung eines Fernrohres.

54. Wenn N den Quotienten anzeigt, welchen die scheinbare Grösse durchs Fernrohr, mit der scheinbaren Grösse ohne Fernrohr dividirt giebt, so ist aus analyt. Dioptr. 3. Cap. 1. S. diese Vergrösserung.

$$N = \frac{-bcd}{a.(bc+bd+cd-b.CD-c.BD-d\,BC+BC.CD}$$

55. Wenn N einen verneinten Werth hat, so bedeutet dieses daß die Sache verkehrt erscheint.

56. Für drey Gläser $N = \frac{-bc}{a.(b+c-BC)}$

57. Für zwey $N = -\frac{b}{a}$

Die Stellung dreyer Gläser (52) durch die Vergrösserung (56) ausgedruckt.

58. Weil $a(b+c-BC) = -\frac{bc}{N}$

nun

und $(b+c)+\frac{bc}{N.a} = BC$

so kömmt in (52)

$AB = a.(1+\frac{b}{c}.N)+b$ und

$AC = a+2b+c+b.\left(\frac{c}{Na}+\frac{Na}{c}\right)$

## Exempel eines Fernrohrs mit drey Gläsern.

59 Man setze $b = \frac{-3c}{N}$ und $a = \frac{-3c}{4N}$

Ich gebe dem Werthen dieser Brennweiten Gestalten verneinter Grössen damit sie in der That bejaht werden wenn das Fernrohr verkehrt vorstellen soll (55)

Hieraus kömmt $BC = c+\frac{c}{N}$; $AB = \frac{-3c}{2N}$

60. Wenn alle drey Gläser erhaben seyn sollen, so muß N verneint seyn, und dieses giebt BC kürzer als die Brennweite des Objectivglases; auch AB wie gehörig bejaht.

61 Dieses Fernrohr hat Hugen vorgeschlagen Dioptr. Prop. LI. Man s. auch von ihm meine anal. Dioptr. 3. Cap. I. Satz 9 Zus. Anm. Hier habe ich diese Berechnung nur deßwegen beygebracht, zu zeigen wie mit dem verneinten Werthe von N verfahren wird.

Ge-

## Gebrauch eines Fernrohrs mit zwey Ocularen, das wenig vergrössert.

62 Dergleichen Fernrohr vergrössert nicht stark, man kann aber dadurch viel übersehen, und weil es eine ziemliche Oeffnung verträgt, Gegenstände, die nicht gar zu stark leuchten, wahrnehmen. Daher ist es bequem, teleskopische Fixsterne zu betrachten, Kometen zu suchen, u. d. g. Zu solchen Absichten habe ich so ein Fernrohr seit vielen Jahren gebraucht, auf dessen Zusammensetzung, der jezige hiesige Universitätsopticus Hr. Baumann, als wir noch in Leipzig waren gekommen ist, ohne einmahl zu wissen, daß Hugen es schon erfunden hatte. Ich habe mich daher gewundert, in Hr. de la L. Astronomie 1811 §. I. Ausg. das **Geheimniß der Nachtfernröhre** (le secret des lunettes de nuit) erst eröffnet zu sehen, mit denen man Kometen, und Schiffe auf dem Meere bey Nachtzeit entdeckt. Hr de l. L. schlägt dazu nur ein Ocular von einer etwas grossen Brennweite, und eine grosse Oeffnung des Objectivs vor. Durch zwey Oculare, erreicht man eben die Absichten, und erhält noch etwas mehr Vergrösserung.

Unterschiedene vornehme Deutsche haben sich unlängst dergleichen lunettes de nuit als eine neue Erfindung ziemlich theuer angeschafft, und wissen nun freylich nicht recht was sie damit machen sollen, denn Kometen und teleskopische Sterne sind ihre Sache nicht. Indessen muß es doch was

schönes seyn, denn es kömmt ja aus Frankreich! Aus einer Residenz jenseit des Belts hat mir jemand erzählt daß sich ein dasiger Kaufmann dergleichen Instrument aus Paris kommen lassen, in Meynung seinen Nachbarn damit bey Nachte in die Schlafkammer zu sehen Soviel kömmt bey einem Instrumente auf einen Nahmen an, wie bey einem Buche auf den Titel; der einfältige deutsche Opticus, wenn er ja dem Dinge einen Nahmen geben soll; heißt es höchstens etwa einen Kometensucher, und da verlangt es weder der Graf noch der Kaufmann.

## Wo das Auge stehen muß daß es am meisten übersieht.

63. Dieß ist in der analytischen Dioptrik 3. Cap 3. Satz gewiesen worden. Für drey Gläser findet sich die Entfernung des Auges hinter dem hintersten so daß

in der dortigen Formel | A | B | C | D | a | b | c |
hier | A | B | D | D | a | b | c |

sind. Also wird diese Entfernung

$$\frac{-a.(b.CA - .CB.BA)}{ab. - b.CA - a.CB + CB.BA}$$

64. Die Entfernung der Gläser von einander nach (12) ausgedruckt findet sich

$$b.AC - BC.AB = -N ab - ac - \frac{bc}{N}$$

Daher

Daher der Nenner der Formel $= + N\,a\,b$
Und des Auges Weite vom hintersten Glase

$$a + \frac{ac}{Nb} + \frac{c}{NN}$$

65. Bey Hugens Fernrohre (61)

$$\frac{-c}{2N} + \frac{c}{NN}$$

Beyde Theile sind bejaht, weil N verneint ist.

Wenn man Hugens Vorschriften in meine Zeichen übersetzt, so beträgt die Weite des Auges hinter dem letzten Glase die er fodert, nur den ersten Theil, derer die meine Formel angiebt. Vermuthlich hat er den letzten, als eine Kleinigkeit weggelassen.

66. Für zwey Gläser, beantwortet man die Sache leicht, folgendergestalt: B 4 Fig sey das Mittel des Objertivglases, auf welches der Strahl LB von eines entlegenen Gegenstandes Puncte auffer der Axe falle. Man nimmt bekanntermassen an, er gehe nach BM in einer geraden Linie mit LB fort. Wenn er da auf das Ocularglas AM fällt, und von solchem nach MO gebrochen wird,

so ist $AO = \frac{AB.a}{AB - a}$; aber $AB = a + b$; also

$$AO = a + \frac{aa}{b}$$

Wenn das Auge so steht, so bekömmt es gewiß von jedem Puncte des Gegenstandes einen

Strahl

Strahl, wofern nur das Augenglas einen von jedem Puncte des Gegenstandes auffängt, wovon unten (35) geredet wird.

Der letzte Theil des Werthes von A O, verhält sich zum ersten wie 1 zur Vergrösserung (57). Man kann ihn daher ohne grossen Irrthum weglassen, und das Auge so weit hinter das Ocularglas stellen, als dieses Glases Brennweite beträgt. Zumahl weil das Auge kein Punct ist, und seiner Grösse wegen, Strahlen auffängt, die nach O zu fahren.

## Zu berechnen wieviel man durch ein Fernrohr übersehen kann.

67. In so fern es hie blos auf die Gläser ankömmt, nicht auf Blendungen sucht man nach an. Dioptr. 3. C. 4. S. jedes Glases halbe scheinbare Grösse durch alle die übrigen die zwischen ihm und dem Auge stehn. Die kleinste unter diesen scheinbaren Grössen, ist die Hälfte des größten Winkels den man durch alle Gläser übersieht.

68 Mit einer Blendung verfährt man eben so wie mit einem Glase.

## Für das Fernrohr mit drey Gläsern.

69. Wenn des vordersten Glases halbe Breite γ heißt, die Stelle des Auges O; so ist a. a. O. desselben halbe scheinbare Grösse, ein Bruch, dessen

sen Zähler $ab\gamma$ ist, der Nenner
$(ab - a.BC - b.AC + AB.BC).OA + ab.AC$
$- a.AB.BC$

70. Aber aus 64, ist, was in OA multiplicirt wird, oder der Nenner von 63; $= N.ab$
Und, auch aus (64)

$$-a.AB.BC + ab.AC = -Na^2b - a^2c - \frac{abc}{N}$$

71. Setzt man ferner für OA den Werth der in (64) für die Stelle des Auges wo es am meisten übersieht ist gefunden worden, so wird in (69) der Nenner $= 0$; oder dieses Glases scheinbare Grösse unendlich. Daß sich dergleichen ereignen kann ist schon am angef. Orte der anal. Dioptr. 1. Zus. bemerkt worden.

72. Wenn man also das Auge nach (64) stellt, so bestimmt das vorderste Glas nicht, wieviel man durch drey Gläser übersieht.

73 Wenn des zweyten Glases halbe Breite $= \beta$; so ist a. a. O. desselben halbe scheinbare Grösse durch das hinterste, ein Bruch, dessen Zähler $a\beta$ ist, der Nenner $(a - AB).OA + a.AB$

$$= \left(-\frac{Nab}{c} - b\right).OA + a.\left(a + \frac{Nab}{c} + b\right)$$

74. Setzt man hier den Werth von OA aus (64) so wird der Nenner

$$\frac{-a.(b+c)}{N} \cdot \frac{bc}{NN}$$

75.

75. Also die halbe scheinbare Grösse (73)
$$\frac{-a.\beta.N^2}{a.N.(b+c)+bc}$$

76 Bey Hugens Fernrohre (15) $\frac{-N^2}{N+1}.\frac{\beta}{c}$;
welches einen bejahten Werth hat.

77. Des hintersten Glases scheinbare Grösse, für das blosse Auge ist $\frac{\alpha}{OA}$, wo der Zähler seine halbe Breite bedeutet.

78. Also $= \frac{\alpha.NN.b}{Na.(Nb+c)+bc}$

79. Bey Hugens Fernrohre
$\frac{2\alpha N^2}{(2-N).c}$ ein bejahter Werth.

80. Daß die Werthe bejaht sind, bemerke ich, um zu zeigen, daß die Gläser, als Gegenstände betrachtet, dem Auge aufgerichtet erscheinen.

## Wieviel man durch ein Sternrohr übersieht.

81. Wenn (4 Fig.) der Strahl mit der Axe einen Winkel macht, welcher des MBA $= \phi$ Scheitelwinkel ist, so würde die Hälfte des Theils vom Gegenstande den das Auge durch beyde Gläser

übersieht, ihm ohne Gläser unter dem Winkel $\varphi$ erscheinen.

Durch die Gläser ist die scheinbare Grösse

$$MOA = \varphi . \frac{AB}{OA} = \frac{b . \varphi}{a}, \quad (66)$$

82 Wenn des Augenglases halbe Breite AM, wie in (77) heißt, so ist derselben scheinbare Grösse, für das Auge, nach (66) gestellt $\frac{\alpha . b}{a . (a+b)}$

83. Also, des einen Winkels MOA, beyde Werthe 81; 82; gleich gesetzt, $\varphi = \frac{\alpha}{a+b}$;

So groß sieht dem blossen Auge, die Hälfte der Sache aus, die man durch dieses Sternrohr übersieht.

## Was eine Blendung im Sternrohre zu sehen verstattet, zu berechnen.

84. Der Halbmesser des offenen Kreises der Blendung, im Lichten, heisse k; Seine scheinbare Grösse durchs Ocular, läßt sich berechnen, wie in (73) die scheinbare Grösse des zweyten Glases durchs hinterste berechnet ward, nur daß man hier die Stellung des Auges fürs Sternrohr annimmt.

Es ist nähmlich, der Blendung Weite vom Oculare h genannt:

in

| | | | |
|---|---|---|---|
| in 73 | β | AB | |
| hier | k | h | |

also die scheinbare Grösse ein Bruch, dessen Zähler ak; der Nenner (a — h). OA + a. h. den Werth für OA aus (20) gebraucht, wird dieser Bruch, oder des Halbmessers scheinbare Grösse durchs Augenglas $\frac{kb}{a.(a+b-h)}$

85. Wenn dieser Winkel kleiner ist als der (36) gefundene, so hindert die Blendung den Strahl BM, auf das Augenglas zu fallen, obgleich dieses Glas breit genug ist, ihn aufzufangen wenn er ungehindert fortgehen kann.

86. Soll also der Winkel in (84) grösser seyn als der in (85) so ist $k > \frac{\alpha.(a+b-h)}{a+b}$

Das bestimmt den Halbmesser der Oeffnung in der Blendung, wofern die Blendung nichts von der Breite des Augenglases unbrauchbar machen soll.

Ich bestimme diesen Halbmesser aus der Stelle der Blendung, weil die letzte willkührlich ist, nur zwischen beyde Gläser fallen muß.

## Die segnerische Erfindung, mit einem Augenglase viel zu übersehen.

87. Beym Sternrohre, mit einem gegebenen Objective, die stärkste Vergrösserung zu erlangen, nimmt man ein Ocular, von so kurzer Brennweite, als das Objectiv verträgt; dieses Ocular hat also auch eine geringere Breite, als eines hätte das schwächer vergrösserte; und da es auf die Breite des Oculars ankömmt, wieviel man durch das Fernrohr übersieht, (83) Blendungen beyseite gesetzt (84) so kann der Wunsch entstehen, mit dem Oculare, das man die Vergrösserung von gehöriger Stärke zu erhalten gebrauchen will, doch mehr zu übersehen, als sich nach dem bisherigen, wegen seiner geringen Breite thun läßt.

88. Diese Absicht läßt sich erreichen, wenn man das Ocular nicht ganz fest macht, sondern es so einrichtet, daß man es in einer Ebene die auf des Objectivs Axe senkrecht ist, hin und her führen, also vor unterschiedene Stellen des Bildes das vom Objective gemacht wird bringen, und solche Stellen nach einander damit betrachten kann.

89. Man erdenkt sich leicht dazu dienliche Vorrichtungen. Ein Arm der dieses Glas trägt, wird mit dem andern Ende am Rohre des Sternrohrs befestiget, und bekömmt etwa an ein paar Stellen Gelenke, damit man das Glas in unterschiedene

Stel-

Stellungen bringen kann. Der ganze Arm läßt sich in einer Ebene drehen die auf des Objectivs Axe senkrecht ist, und durch eine Schraube in jeder Stellung fest schrauben.

90. Das Rohr wird zu dieser Absicht in der Gestalt eines abgekürzten Kegels gemacht, an dessen kleinerer Grundfläche das Objectiv ist, die grössere, enthält in ihrer Ebene das Bild, und dieser Ebene parallel bewegt sich das Ocular.

91. Diesen Vorschlag hat der jetzige Kön. Preuss. Hr. Geh. R. v. Segner, in einer, der hiesigen Soc. d. W. vorgelesenen Abhandlung gethan. De extendendo campo micrometri. Comment. Soc. R. Sc. Gott. T. I. ad ann. 1751 pag. 31. Das Mechanische dazu ist dort nicht beschrieben, man sieht es aber an einem Sternrohre welches von der Zeit an, auf hiesiger Sternwarte befindlich ist, doch ohne Mikrometer.

92. Der Hr. v. Segner hat vornehmlich hiebey die Absicht, den Gebrauch des Mikrometers zu erweitern, selbst auf einige Grade, dadurch z. E. die Lage eines Planeten gegen einen Fixstern, durch Abmessung wo man beyde zusammen im Fernrohre sieht, zu bestimmen, anstatt daß man jezo einen nach dem andern erwarten muß.

92. Deßwegen schlägt er auch zwey solche neben einander bewegliche Oculare vor, davon eines

nach dem einen Körper, das andere nach dem andern könnte gerichtet werden.

93. Wollte man nur ein Ocular, und das zu einem etwas grossen Gegenstande z. E. der Sonne oder Monde gebrauchen, so möchte man sich beym Verrücken desselben, vielleicht irren, von der Sache die man nicht ganz übersieht, einen Theil für einen andern nehmen, u. s. w. Durch zwey Oculare scheint diese Bedenklichkeit ziemlich vermindert, obgleich das Verrücken der Gläser noch immer ein Geschäfft mehr bleibet, in dem sich jemand der dergleichen Werkzeug brauchen will, eine eigne Uebung erwerben muß, um dadurch seine Aufmerksamkeit auf die andern Dinge bey der Beobachtung nicht zu zerstreuen.

---

Sieben-

# Siebente Abhandlung

## von Mikrometern in Fernröhren.

# Allgemeine Begriffe von Mikrometern in Fernröhren.

1. Aus der VI. Abh. 11. u. f. w. erhellt wie sich Brennweite, wahre Grösse des Bildes, und scheinbare des Gegenstandes, mit einander vergleichen lassen.

2. Ein Mikrometer im Fernrohre, mißt eigentlich die wahre Grösse, des Bildes. Hieraus läßt sich die scheinbare Grösse des Gegenstandes auf zweyerley Art erkennen.

3. Einmahl, wenn man die Brennweite als bekannt annimmt, da kann man berechnen, wie groß das Bild ist, das jeder gegebenen scheinbaren Grösse zugehört, und wenn man also im Fernrohre ein Werkzeug hat, womit sich unterschiedene Bilder wahre Grössen messen lassen, so weiß man der ihnen zugehörigen Gegenstände, scheinbare Grössen.

4. Zweytens, wenn eines gewissen Gegenstandes scheinbare Grösse, anderswoher bekannt ist,

und man mit dessen Bilde, vermittelst des Mikrometers, andere, grössere oder kleinere Bilder vergleichen kann: da kann man also auch der Gegenstände, welche diesen Bildern zugehören scheinbare Grössen, mit der bekannten scheinbaren Grösse vergleichen, weil sich die Bilder wie diese Grössen verhalten, wenn die Winkel klein sind.

5. Das zweyte, läßt sich durch Erfahrungen bewerkstelligen, dergleichen Astron. 227. lehrt. Man braucht dabey nicht einmahl des Objectivs Brennweite zu wissen, und weil sich solche Erfahrungen vervielfältigen, und mit einander vergleichen lassen, so kann man dadurch am sichersten und schärfsten lernen, was für scheinbaren Grössen die Theile des Mikrometers zugehören, die unmittelbar wahre Grössen von Bildern angeben.

6. Wer aber ein Mikrometer anfangs einrichten soll, dem ist das erste Verfahren (3) nöthig, wenigstens die Einrichtung anfangs ohngefehr zu machen, und zu beurtheilen, wie scharf sich damit die scheinbaren Grössen abmessen lassen. Die Theorie dieser Werkzeuge wird also leichter übersehen werden, wenn ich zuerst dieses Verfahren lehre, und denn auch das andere beyfüge.

7. Des Mikrometers Ebene, steht auf des Objectivs Axe senkrecht, und der Brennpunct des Objectivs befindet sich in dieser Ebene, wenn man das Werkzeug für eine entlegene Sache braucht.

8. Bey Erfahrungen zu der Absicht (5) hat man oft eine Sache in bestimmter Entfernung,

und

und da muß man das Mikrometer, vom Objective weiter abrücken können als der Brennpunct.

9. Ich habe das Mikrometer als ein Werkzeug **Bilder** zu messen angegeben. Sehr oft verwaltet es dieses Amt offenbar, und auch da, wenn es in einer allgemeinen Bedeutung, **kleine Winkel** zu messen gebraucht wird, lassen sich diese Winkel allemahl als scheinbare Grössen ansehen deren Bilder gemessen werden.

10. Der Kreis 1. F. stehe mit seiner Ebene senkrecht auf des Fernrohrs Axe, und habe des Objectivs Brennpunct zum Mittelpuncte G. In ihm sind CD; AB, senkrecht auf einander und mit der ersten, durch E, F, H, I, Parallelen gezogen. Ich stelle hie zusammen fünf Parallelen vor, es können ihrer nach verschiedenen Absichten mehr oder weniger seyn.

11. Man setze AB stehe dem Aequator parallel, dieses erkennt man daran wenn ein Fixstern, den man in dieser Linie sieht, längst ihr hinstreicht.

So stellen die Parallelen die auf ihr senkrecht stehn, kleine Theilchen von Stundenkreisen vor.

12. Es ist klar daß dieses soviel heißt: Ein kleiner Bogen des Parallelkreises, macht ein Bild das von AB bedeckt wird, ein kleiner Bogen eines Stundenkreises, hat zum Bilde CD; u. s. w.

13. Nun zeige sich ein Stern dessen Abweichung und Rectascension man genau weiß, in E; einer von dem diese Dinge, wenigstens nicht genau genug bekannt sind, ein Planet oder Komet, in L.

So

So ist El der Unterschied ihrer Rectascensionen, LI, der Abweichungen.

Wiederum nähmlich sind diese Unterschiede kleine Bogen an der Sphäre, wo beyde Sterne erscheinen, dieser Bogen Bilder, sind die genannten Linien.

Mißt also das Mikrometer diese Bilder, und giebt dadurch die scheinbaren Grössen der Unterschiede an, so weiß man des zweyten Sterns Stelle, aus der Stelle des ersten.

Dieses Beyspiel wird zeigen, wie sich aller Gebrauch der Mikrometer, als Messung von Bildern ansehen läßt.

## Die beyden Arten der Mikrometer.

14. Die Theile aus denen ein Mikrometer besteht können ihre Lage gegen einander entweder ändern, oder nicht.

## Parallele Fäden.

15. Zu der letzten Art kann gerechnet werden, wenn die Parallellinien der 1. Fig. unbewegliche Fäden sind.

Dergleichen Vorrichtungen findet man in Fernröhren, besonders an Quadranten.

Sie dienen in manchen Fällen als Mikrometer, ob man sie gleich nicht allemahl dazu anwendet.

16. Wenn CD sich in der Mittagsfläche befin-

det, und man den Durchgang der Sonne durch die Mittagsfläche beobachtet, so kann man nach einander die Antritte des Vorderrandes an die Fäden ee, ff, CD; hh, ii, bemerken, und denn die Antritte des Hinterrandes.

17. Damit sich beyderley Antritte, also zusammen zehn, bey fünf Fäden, wahrnehmen lassen, muß EI kleiner seyn als der Halbmesser der Sonne. Gewöhnlich macht man diese Entfernung der äussersten Fäden, einen halben Grad, so verstreichen noch einige Secunden zwischen dem Antritte des Vorderrandes an ii, und des Hinterrades an ee.

18. Zu dieser Absicht wird GE=GI=l.tang 15′ (VI. Abh. 5)=o, oo43633 der Brennweite.

Und wenn man diese Linien in F, H, halbirt, so stehen die nächsten parallelen Fäden $7\frac{1}{2}$ Minuten von einander.

19. So ist die Einrichtung in dem Fernrohre von 6 engl. Fuß am hiesigen Mauerquadranten.

In kürzern Fernröhren, wo fünf Fäden zu dichte zusammen kommen würden, läßt man ff, hh weg, und hat so, nur drey Fäden.

20. Ein Gebrauch dieser Fäden, den man gleich vor andern einsieht, ist die Zeiten zwischen den Antritten zu bemerken, welche gleich seyn müssen, wenn man richtig beobachtet hat.

Ueber

## Ueber die Zeit zwischen den Antritten an zweene Fäden.

21. Der Abstand der Fäden von einander betrage $\eta$ Minuten des Bogens, die Abweichung der Sonne oder eines Sterns sey $= \delta$, so gehört diese Zeit einem Bogen, für den die Menge von

Minuten $= \alpha = \frac{\eta}{\cos \delta}$ (Astron. 227. VII.)

Und diese Zeit selbst, ist $4\alpha$ Secunden Sternzeit, oder mittlere, weil in kurzen Zeiten, beyderley Secunden verwechselt werden dürfen.

22. Bedeutet $\eta$ Secunden des Bogens, so bedeutet $\alpha$ auch dergleichen, und $4\alpha$ Tertien der Zeit.

23. Diese Zeit ist also am kürzesten, wenn der Stern im Aequator ist, und wächst mit der Abweichung. Für eine Abweichung die nahe an $90^\circ$ ist, würde sie sehr groß werden, da würde aber auch die Formel (21) nicht ganz richtig seyn, weil bey ihr vorausgesetzt wird, daß $\alpha$, $\eta$, kleine Bogen sind.

24. **Exempel.** Wenn die Fäden 7,5 Minuten von einander stehn, braucht ein Stern im Aequator, von einem zum andern 30 Secunden.

Für die Abweichung $88^\circ$ aber, wäre

$\log \eta = 0,8750613$
$\log \sec \delta = 1,4571808$

$\log \alpha = 2,3322421$

giebt $\alpha = 214',90$; also die Zeit 859,6 Secunden $= 14$ M 19,6 S.

Soviel

Soviel Zeit ohngefähr brauchte der Polarstern von einem dieser Fäden zum nächsten, beynahe eine Stunde vom ersten bis zum letzten.

25. Zur Bestimmung der Zeit, sind also Sterne die Abweichungen nahe bey 90 Gr. haben, nicht sicher zu brauchen.

## Mikrometer auf Glas mit parallelen Strichen.

26. Nun bedeute die 1. Fig. einen Kreis auf ein plattes Glas gezogen, mit parallelen Strichen, so viel, und so nahe beysammen, als man für gut befindet. Dieses Glas, nach (10) ins Fernrohr gesetzt, wird zum Mikrometer dienen.

27. Sollen ee, ii, die äussersten Striche, gleich weit vom Mittelpuncte seyn, und zwischen sich das Bild einer Scheibe deren scheinbarer Durchmesser $= 2\,m$ enthalten, so ist $GE = l \cdot \text{tang}\, m = Gl$;

Welches sich in kleinere Theile gehörig eintheilen läßt.

28. Soll das Mikrometer zwischen ee; ii, eine Scheibe fassen, deren Durchmesser ein halber Grad ist, so zeigt (18) was für ein Theil der Brennweite, GE ist.

Das betrüge 0, 052359 eines Zolls, wenn die Brennweite 12 Zoll wäre.

29. Der Abstand zweener Striche, zwischen die eine Minute fallen soll, ist 0, 0002909 der Brennweite.

Also müssen die Striche sehr enge an einander gezo-

gezogen seyn, wenn dieses Mikrometer die Winkel sehr scharf geben soll, zumahl in einem nicht zu langen Fernrohre.

29. Und allemahl, wird man, was zwischen die gezogenen Striche fällt, nur nach dem Augenmesser schätzen müssen.

30. Man setze, das Mikrometer, habe nur die Striche, welche die 1 Fig. zeigt, in Entfernungen von 7′,5 von einander (18) Man habe es so gestellt, daß ein Stern längst CD hingestrichen ist, also CD dem Aequator parallel steht.

Wenn es nun so unverrückt stehn bleibt, und ein anderer Stern in L erscheint, so ist desselben Abweichung von des ersten seiner 15′ unterschieden.

Zeigt sich aber einer zwischen hh und ii; bey q; so wüßte man aus dem Mikrometer unmittelbar, nur soviel, daß desselben Abweichung von des ersten seiner mehr als $7\frac{1}{2}$ Minute noch nicht aber 15, unterschieden wäre. Man müßte also nach dem Augenmasse beurtheilen, ob z. E. q näher bey hh als bey ii wäre, und so zu den $7\frac{1}{2}$ Minuten etwas käme, das noch nicht $3\frac{3}{4}$ Minuten wäre. Je genauer man nun nach dem Augenmaasse, den Raum zwischen beyden Parallelen eintheilte, desto schärfer hätte man den Unterschied der Abweichungen.

## Das mayerische Mikrometer.

31. So kann man das bisher beschriebene nennen, denn es ist nicht bekannt, daß jemand eher seinen

seinen Gebrauch als Mikrometer umständlich gezeigt hätte, als unser seel. Prof. Mayer, in den Kosmographischen Nachrichten u. Sammlnngen, gleich am Anfange der Sammlungen.

Ein Gitter welches entsteht, wenn man ein Quadrat in kleinere theilt, war schon lange gebräuchlich, perspectivische Zeichnungen zu erleichtern, Zeichnungen zu vergrössern u zu verkleinern. Man konnte also leicht darauf fallen, dergleichen für das Bild in einem Fernrohre zu brauchen.

So schlägt Zahn ein solches Gitter auf Glas gerissen vor, die Mondflecken genauer abzuzeichnen, als nach dem blossen Augenmaasse geschehn konnte Ocul. Artificial. Fundam. III. Syntagma IIII; cap. 2. §. 1.

Und vor ihm, hat wie er anführt, Dechales lib. 2. dioptr. prop. 59. ein Gitter aus Fäden oder Pferdehaaren empfohlen.

Weil der Mond beständig in andere u. andere Theile des Gitters rückt, so wird dasselbe bey ihm nicht völlig die Bequemlichkeit geben, die es bey stillstehenden Sachen giebt.

Eben das Gitter erwähnt Balthasar, Micrographia Cap. III. §. 1. sequ.

Aber keiner dieser Schriftsteller hat daran gedacht, die Zwischenräume eines solchen Gitters mit den Winkeln die scheinbaren Grössen zugehören zu vergleichen, und so es eigentlich zum Mikrometer zu machen. Balthasar erwähnt ausdrücklich, es bestimme nur die Puncte die in die Fäden fallen,

was dazwischen fällt müsse man aus freyer Hand nachzeichnen, und werde solches desto besser leisten, je geübter man im Zeichnen sey. Auch er sahe also blos einen mahlerischen Gebrauch dieses Gitters.

Von Römers Gitter, sehe man unten 334.

Und von de la Hires seinem, 344.

32. Mayer gesteht auch, sein Mikrometer gebe nicht viel kleinere Eintheilungen, als Minuten, die kleinern findet er durch Schätzung, und giebt Vorschriften, das Augenmaaß zu dieser Absicht zu üben.

33. Da er ein vorzüglich gutes Augenmaaß besaß, so war der Gebrauch dieses Werkzeuges, für ihn vielleicht bequemer und sicherer als für viel andere.

34. Wenn man annimmt, das Mikrometer welches er daselbst 1. Taf. 1. Fig. abbildet, sey das dessen er sich damahls bedient hat, ohngefähr in Lebensgrösse, so betrugen 36 Zwischenräume zwischen desselben Parallelen, oder 36 Theile, etwa 1,25 pariser Zoll; ein Theil = 0,03472 Zoll. Die Theile waren nicht alle gleich, und er giebt 8 S. in einer Tafel an, wieviel Minuten und Secunden jeder Menge derselben zugehört haben, wie lang aber das Fernrohr gewesen ist, darinn des Mikrometers Theile diese Werthe hatten sagt er nicht.

Wenn ich 18 Theile = 0,625 setze, und als die Tangente der ihnen zugehörigen 17′ 48″ ansehe, so finde ich die Brennweite, aus (3) = 120,7 Zoll oder = 10 pariser Fuß. 35

35 Mayer schlägt vor, das Glas ganz mit Tusche zu überstreichen, solche trocknen zu lassen, und, mit einem Federkiele der wie zum Schreiben, mit einer schmalen Spitze, aber ohne Spalt geschnitten ist, Streifen von dieser Tusche so weg zunehmen, daß parallele Linien stehen bleiben.

36. An einem kleinen Quadranten, auf hiesiger Sternwarte, befindet sich ein Fernrohr etwa von 17,5 rheinländischen Zollen Brennweite, in welches Mayer ein solches Mikrometer gesetzt hat.

Ich habe es nie herausgenommen, weil sich die Striche leicht verwischen, wenn man das Glas handthiert. Es sind sieben Parallelstriche, die also sechs Zwischenräume enthalten, mitten durch sie geht einer senkrecht.

37. Den 8 Hornung 1764 um 10 Uhr vorm* fand ich daß der verticale Durchmesser der Sonne, beständig 5 Zwischenräume einnahm, auch zwischen unterschiedene Parallelen gebracht. Er war damahls nach den Wiener Ephemeriden, 32′ 28″,3. Dieses mit 5 dividirt giebt für einen Zwischenraum 6′ 29″, 66.

Also giebt dieses Mikrometer scheinbare Grössen unmittelbar nicht genauer als auf $6\frac{1}{2}$ Minuten, was dazwischen fällt, muß man schätzen.

38. Man kann also annehmen, daß drey Zwischenräume 19′ 29″ zugehören, oder, die Tangente dieses Winkels sind, die Brennweite für den Sinus totus genommen. Das giebt nach (36)

für die Grösse eines solchen Zwischenraums, 0,03306 des rheinländischen Zolls.

39. Dieß ist so ziemlich mit dem Zwischenraume (34) einerley. Wenn M. allemahl das Verfahren (35) brauchte, so konnten auch seine Zwischenräume nicht sehr unterschieden werden, denn er schnitt ohne Zweifel die Feder so schmal als er konnte.

40. Ich besitze auch dergleichen Mikrometer wo Striche auf Glas mit Diamant oder sonst was Scharfen gerissen sind.

## Branderisches Mikrometer.

41. Und so verfertiget sie der augspurgische Mechanicus Hr. Brander, in einer grossen Vollkommenheit.

42 Er hat zuerst etwas ausführliches von dem Gebrauche zu dem er sie anwendet in der Beschreibung eines optischen Instruments gesagt, das er Polymetroscopium Dioptricum nennt, (Augsp. 1764. 8.) Dieß ist ein Fernrohr von zwey gleichen erhabnen Gläsern, nicht eigentlich zum vergrössern, sondern nur entlegene Sachen deutlicher und schärfer zu sehen. In desselben Brennpunct bringt er ein solches Mikrometer, und erstreckt solches, weil man mit diesem seinem Werkzeuge viel übersehen kann, auf etliche Grad.

43 Er hat eben dasselbe nachgehends für Fernröhre verfertigt, wovon man Hr. Lamberts Beschrei-

schreibung der branderischen Wasserwage nachsehen kann.

Bey Hr. Prof. Lichtenberg habe ich zwey dergleichen Mikrometer von Hr. Brander gesehen; die Zwischenräume betrugen, bey dem einen 0, 1 bey dem andern $\frac{1}{26}$ einer pariser Linie, oder 0,00833. und 0,004166.. des Zolls. Die feinsten Striche die er zieht, sind kaum $\frac{1}{200}$ einer Linie oder 0,0004 des Zolls breit. Durch diese Mikrometer lassen sich also die Winkel sehr scharf messen. Hr Br. verlangt von dem der ein solches Mikrometer fodert, eine genaue Abmessung der Brennweite, imgleichen, wie kleine Winkel es angeben soll.

## Nöthige Vorsichtigkeit beym Gebrauche.

44. Bey diesen Mikrometern, muß man sehr aufmerksam seyn, von den vielen Strichen die alle einander ähnlich sind, nicht etwa einen für den andern bey der Beobachtung zu nehmen. Das empfindet man schon bey dem mayerischen (36) das so wenig Striche hat, diese Erinnerung wird also bey den branderischen noch nöthiger seyn, wenn man sich nicht beym Beobachten irren will.

Noch mehr wäre man also dergleichen Fehlern bey einem Gitter (31) ausgesetzt.

Für stillstehende Sachen, sind solche Striche und Gitter sicher zu brauchen, denn da hat man Zeit, genau nachzusehen bey welcher Abtheilung

des Mikrometers die Sache erscheint; Aber das fällt bey den Dingen am Himmel weg, deren Bewegung desto schneller erscheint, je feiner die Abtheilungen eines solchen Mikrometers sind.

Wenn man ein solches Mikrometer bey der Sonne braucht, so sieht man auf einmahl nicht mehr Striche als von dem Sonnenbilde eingenommen werden, oder höchstens einen oder ein paar noch, am nächsten bey den erwähnten.

In welcher Gegend des Mikrometers diese Striche befindlich sind, das muß man entweder aus Zahlen beurtheilen die an einige der Striche geschrieben werden oder man muß einen der äußersten Striche des Mikrometers sehen, und von demselben an zählen.

Der Mond erleuchtet freylich das Mikrometer so, daß man es ganz sieht, wenn es bey ihm gebraucht wird, und daher ist es ohne Zweifel Mayern bey seinen Beobachtungen des Mondes bequem genug gewesen.

Sterne pflegt man mit dem Mikrometer entweder in der Dämmerung zu beobachten, oder man muß die Abtheilungen des Mikrometers erleuchten, um sie wahrnehmen zu können.

Je feiner nun die Striche des gegenwärtigen Mikrometers sind, desto schwerer wird es seyn, sie bey einem dieser beyden Verfahren, zuverlässig zu erkennen und zu zählen.

## Einen leeren Kreis statt des Mikrometers zu brauchen.

Hr. de la Lande Astron. II. Ausg. 2510.

In der I. Ausg steht nichts hievon.

45. Ein Kreis 2 Fig. der sehr richtig gezogen und wohl begränzt ist, befinde sich mit seinem Mittelpuncte C in des Objectivglases Brennpuncte, seine Ebene stehe auf des Fernrohrs Axe senkrecht. Weiter sey kein Faden, kein Strich in ihm gezogen. Die Linien welche die Figur darstellt, gehören nur zur Erläuterung der Theorie hievon.

46. Es muß bekannt seyn, was für eine scheinbare Grösse ein entlegenes Object haben muß, wenn sein Bild die Länge des Halbmessers des Kreises CA haben soll.

47) Diese Grösse, also in Winkeln, oder Bogen des größten Kreises der Kugel ausgedruckt heisse $\beta$; so ist $CA = \beta$;

48) Man findet sie auf eben die Arten wie bey andern Mikrometern, z. E. aus der Zeit die ein Stern braucht, durch des Kreises Durchmesser zu gehen; Aus der Länge des Halbmessers CA, mit des Objectivglases Brennweite verglichen, da wenn die Brennweite $= 1$; $\beta = \frac{CA}{1}$, u. s. w.

49. Ein Stern dessen Abweichung $= \delta$ streiche im Kreise von A bis B in einer Zeit die dem Bogen $\zeta$ gehört;

So ist $AB = \zeta . \cos\delta$

50 Ein Planet oder Comet, dessen Abweichung nur wenig von jener unterschieden ist, streiche, durch das unverrückte Fernrohr, von D bis E in der Zeit die dem Bogen $\theta$ gehört,

So ist $DE = \theta \cos \delta$

51 Also $CF = \sqrt{(\beta^2 - \frac{1}{4}\zeta^2 . \cos \delta^2)}$

$CG = \sqrt{(\beta^2 - \frac{1}{4}\theta^2 . \cos \delta^2)}$

52. Der Unterschied der Abweichungen

CG — CF oder GF

53 Das Mittel zwischen den Antritten an A, B, giebt den an F, und so das Mittel zwischen den Antritten an D, E, den an G; die Zeiten dieser Antritte, weiß man also, obgleich die Linie CFG nicht sinnlich gezogen ist.

54 Nun sind AB, DE, Stücken von Tagekreisen, also CFG ein Stück des Stundenkreises, also giebt (53) den Unterschied der Reetascensionen.

55. Lägen AB, DE, auf unterschiedenen Seiten des Mittelpuncts so wäre $GF = CG + CF$

56. Man muß also dieses wissen und daher muß der Mittelpunct bemerkt seyn.

57. Es könnte auch wohl ein Durchmesser durch einen Faden oder Strich sinnlich gemacht, derselbe vielleicht in gleiche Theile getheilt seyn, welches allerley Bequemlichkeiten geben würde.

58 Kann man den Stern durch den Mittelpunct streichen lassen, so ist $GF = CG$.

Die Berechnung der Bogen ζ, θ, kann man so ersparen.

59. Der Bogen β gehöre b Secunden zu. Das werden soviel Secunden seyn, als ein Stern im Aequator durch den Halbmesser zu gehn braucht; z. E. 60 Sec. Sternzeit, wenn $\beta = 15'$

60. Die Zeit durch AB sey m Secunden, die durch DE; n; So ist $\zeta = \frac{m\beta}{b}$; $\theta = \frac{m\beta}{b}$

also $CF = \beta . \sqrt{(1 - \frac{4m^2}{b^2} . \cos \delta^2}$

$$CG = \beta . \sqrt{(1 - \frac{4n^2}{b^2} . \cos \delta^2)}$$

60. Dieses Werkzeug dient also hauptsächlich und vielleicht einzig, eines Sterns Rectascension und Abweichung aus eines andern seinen zu finden. Zu dieser Absicht muß man bey andern Mikrometern einen Faden oder Strich, der täglichen Bewegung parallel stellen, und dieses, weiches nicht ganz leicht ist, wird hier erspart. Da übrigens die Vorrichtung nicht sehr kostbar seyn kann, so empfiehlt es Hr. de la Lande mit Rechte, Liebhabern der Astronomie, dadurch mit leichter Mühe, oft wichtige Beobachtungen zu machen.

## Gebrauch des Netzes von 45 Graden.

61. In einem Kreise 3. Fig sind Fäden nach folgenden Durchmessern ausgespannt:

Nach OP und FG;
Nach NK und MQ;

Die ersten beyden Durchmesser schneiden einander senkrecht, auch die letzten beyden einander.

Aber NR mache mit OP einen Winkel von 45 Graden.

Alsdenn theilen die acht Halbmesser, des Kreises Umfan, in Bogen von 45 Graden ein.

Man bringt den Mittelpunct dieses Kreises in den Brennpunct des Objectivglases eines Fernrohres, die Ebene des Kreises steht auf des Fernrohres Are senkrecht, und läßt sich so um C drehn.

Dieß heißt das Netz von 45 Graden.

62 Man setze es sey so gestellt worden, daß längst GF ein Stern hingestrichen ist, dessen Abweichung $= \delta$ war.

63. Wenn nun ein anderer Stern nach b a d durchgeht, so ist desselben Weg mit GF parallel, und wird durch CO in a senkrecht halbirt.

64. Auch ist $Cba = 45° = aCb$; also $ba = Ca$;

65. Wenn dieser Stern von b bis d zu kommen, eine Zeit braucht die dem Bogen $\zeta$ des Aequators gehört, so ist $bd = \zeta \cdot \text{col}(\delta + Ca)$

Weil seine Abweichung von des ersten seiner um Ca unterschieden ist.

66. Also aus (64) $Ca = \frac{1}{2}\zeta \cdot \text{col}(\delta + Ca)$

67. Weil nun Ca allemahl klein ist, so ist fast $\text{col}\, Ca = 1$ und $\text{sin}\, Ca = Ca$; das giebt $Ca = \frac{1}{2}\zeta \cdot (\text{col}\,\delta - \text{sin}\,\delta \cdot Ca)$ Daher

$$Ca = \frac{\frac{1}{2}\zeta \cdot \text{col}\,\delta}{1 + \frac{1}{2}\zeta \cdot \text{sin}\,\delta}$$

68.

68. Gewöhnlich aber ist ζ so klein daß man im Nenner das letzte Glied weglassen darf also braucht man $Ca = \frac{1}{2}\zeta . \cos \delta$

69. So hat man den Unterschied der Abweichung des zweyten Sterns von des ersten seiner.

70 Die Zeiten, wenn der erste in C, der zweyte in a war, geben den Unterschied der Rectascensionen.

## Wenn man einen Stern in C beobachtet hat, der aber nicht an GF hingestrichen ist. (4 Fig.)

71. Alsdenn steht GF nicht der täglichen Bewegung parallel, und der zweyte Stern wird nach BAD durchgehen, daß sein Weg gegen GF geneigt ist.

72. Man kann doch die Zeiten seiner Antritte in B, A, D, beobachtet haben.

73. Ich setze er habe m Secunden durch BA, n durch AD gebraucht; So ist BA : AD = m : n;

74. Eben dieses Verhältniß haben CB; CD, weil CA den Winkel BCD halbirt.

75. Man suche also im Dreyecke CBD, die Winkel B, D, daraus, daß ihre Summe $= 180° - DCB = 90°$ ist, und die Verhältniß ihrer Sinusse gegeben ist.

76. In diesem so leichten Falle ist es nicht einmahl der Mühe werth zu der allgemeinen Formel zu gehn. Man begreift so gleich daß

tang B =

$\text{tang } B = \frac{CD}{CB} = \frac{n}{m}$ und eben so $\text{tang } D = \frac{m}{n}$

77. Man fälle Ca senkrecht auf BD; So ist Ca ein Stück eines Stundenkreises, und der Unterschied zwischen den Abweichungen des ersten und zweyten Sternes.

78. Kann man also Ca, und darnach Aa finden, imgleichen berechnen wenn der zweyte Stern in a gewesen ist, so giebt diese Zeit, mit der verglichen, als der erste in C war, den Unterschied beyder Rectascensionen.

79. Die Zeit durch BD (73) die m+n Secunden beträgt, gehöre einem Bogen des Aequators $= \zeta$; so ist $BD = \zeta . \text{col}(\delta + Ca)$

80 Daher so gleich gegeben, wenn man in diesem Ausdrucke Ca weglassen darf wie in 66; 67; Und das geht allemahl ohne Bedenken an, wenn $\delta$ nur nicht kleiner, als einige Grade ist.

81. Aus (76) hat man

$$\text{cos } B = \frac{m}{\sqrt{(m\,m + n\,n)}} = \text{sin } D \text{ und}$$

$$\text{sin } B = \frac{n}{\sqrt{(m\,m + n\,n)}} = \text{cos } D$$

82. Man hat also auch $CB = BD . \text{sin } D$

83. Und $Ca = BC . \text{sin } B = BD . \text{sin } B . \text{sin } D$

$$= \frac{m\,n}{m\,m + n\,n} . BD$$

84. Wenn man hier statt BD seinen Werth

aus

aus (79) setzt, und mit Ca wie in (67) verfährt so erhält man

$$Ca.\left(1+\frac{mn}{mm+nn}.\zeta.\sin\delta\right)=\frac{mn}{mm+nn}.\ \zeta.\ \cos\delta$$

85. Hier wird das was in Ca multiplicirt ist, meistens sehr wenig von 1 unterschieden seyn; also hat man $Ca=\frac{mn}{m^2+n^2}.\ \zeta.\ \cos\delta$

86. Es ist auch $Ba=CB.\cos B=CB.\sin D=BD.\sin D^2$, Daher

$$Ba-BA \text{ oder } Aa=BD.\left(\frac{m^2}{m^2+n^2}-\frac{m}{m+n}\right)$$

$$=\frac{mn.(m-n)}{(m^2+n^2).(m+n)}.\ BD$$

87. Nun ist eigentlich hier nichts an der Grösse von Aa gelegen, sondern man sucht nur die Zeit die der Stern braucht durch Aa zu kommen. Sie ist, weil die Bewegung des Sterns gleichförmig ist, $=\frac{Aa}{BD}.\ (m+n)$; Also

$$\text{Die Zeit durch } Aa;=\frac{mn.(m-n)}{m^2+n^2}$$

die man nach (78) braucht.

88. Eine Methode wie 71. . 87 ist sonst schon von dem ältern Cassini und und de l'Isle gebraucht worden. Hr. Eustachius Zanotti hat sie zuerst bekannt gemacht; in einer Schrift: La Cometa dell'

anno

anno 1749 observata nella Specula dell'Instituto delle Scienze di Bologna, da Eustachio Zanotti. Hr. de la Lande; Astron. 2004; I Ausg. 2509 II. Ausg. giebt Formeln wie die, 85; 87; ohne Beweis, und ohne vollkomne Erläuterung ihrer Bedeutung und ihres Gebrauchs.

## Gebrauch des Rautennetzes; reticulum rhomboidale genannt.

89. Das Rautennetz 5. Fig. bestesteht aus einem Vierecke, BEDF; dessen Diagonale BD = 2EF; Sie halbiren aber einander in M rechtwinklicht.

90. Die Seiten des Vierecks sind von Messing, und die Diagonalen durch Fäden angegeben.

91. Der Winkel MBF = $\frac{1}{2}$ EBF heisse $\alpha$; So ist taug $\alpha = \frac{1}{2}$;

92 Also tang 2 $\alpha = \frac{4}{3} = 1,3333333$
Dieses giebt EBF = 53° 7′ 48″

93. Auch MBF = 26° 33′ 54″

94 Ferner tang $\alpha = \frac{1}{2}$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{tang } 2\alpha = \frac{4}{3}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$$

95. Es wird am Brennpuncte des Objectivglas-

glases eines Fernrohrs so angebracht, daß M in den Brennpunct fällt, die Ebene BEDF senkrecht auf d s Fernrohrs Axe steht, und so sich um M drehn läßt.

96 Daher kann es in einem Kreise befestiget werden der BD zum Durchmesser hat. Die hiezu nöthigen Vorrichtungen findet man in Smiths Lehrbegr. d Opt. II. B. 8. Cap. 1348.

97. Wenn des Fernrohrs Brennweite $= l$; und die Länge MB in eben dem Maasse $= k$; so ist die scheinbare Grösse eines entlegenen Gegenstandes der von MB bedeckt wird $= \frac{k}{l}$

So läßt sich einmahl der Winkel berechnen, der am Himmel der Linie MB zugehört.

Der MF wird halb soviel zugehören.

98. Man stelle den Faden FE so, daß ein Stern daran hinstreicht, also der Faden der täglichen Bewegung parallel steht.

99. Des Sterns Abweichung sey $\delta$, die Zeit die er braucht durch FE zu kommen gehöre dem Bogen $\beta$, so ist $FE = \beta . \cos \delta$

100. Bey dieser Lage des genannten Fadens, ist BD ein Stückchen eines Stundenkreises.

101. Nach dem Nordpole, wenn das Werkzeug in der nordlichen Hälfte der Erdkugel gebraucht wird, gehe MB, also MD nach dem Südpole.

102. Ein anderer Stern gehe von f nach e in einer Zeit, die dem Bogen $\gamma$ des Aequators gehört.

103 So ist fe, mit FE parallel; DB auf fe in m senkrecht, und der zweyte Stern, um Mm dem Nordpole näher als der erste, wenn sich m in MB befindet, oder um soviel entfernter vom Nordpole, wenn dieser Punct in MD liegt.

104. Also ist des zweyten Sterns Abweichung $= \delta + Mm$

Mm verneint, wenn m in MD liegt.

Und $\delta$ verneint, wenn es südliche Abweichung bedeutet.

105 Aber EF : BM = ef : Bm; und die beyden ersten Glieder dieser Proportion sind gleich (1) also auch die beyden letzten;

Also $Mm = MB - ef = (\beta - \gamma) . \cos \delta$

106 Nun wäre eigentlich $ef = \gamma . \cos(\delta + Mm)$ Weil aber Mm klein ist, nimmt man, wenn nicht auch $\delta$ sehr klein wäre $ef = \gamma . \cos \delta$; also

$Mm = MB - \gamma . \cos \delta$,

für den Unterschied der Abweichungen beyder Sterne.

107 Die Zeit wenn der zweyte Stern in m war hat man beobachtet oder findet sie aus der Zeit durch te. Eben so weiß man wenn der erste in M war. Beyder Zeiten Unterschied giebt den Unterschied der Rectascensionen.

168 So bestimmt man den Ort des zweyten Sterns wenn man des ersten Ort weiß.

108. Allemahl wird Mm klein seyn, z. E. nicht über $\frac{1}{2}$ Grad wenn das Fernrohr 1 Grad faßte; Folglich würde die Voraussetzung (106) nur alsdenn sehr unrichtig seyn, wenn auch des ersten Sterns Abweichung sehr klein wäre.

In

In diesem Falle verhielte man sich so:
$\cos(\delta + M m) = \cos\delta . \cos Mm - \sin\delta . \sin Mm$
wo man $\cos Mm = 1$; und $\sin Mm = Mm$ setzen darf.

Weil nun $Mm = MB - \gamma . \cos(\delta + Mm)$; so drucke man den Cosinus auf der rechten Seite auf die nur angezeigte Art aus, so kömmt

$$Mm = MB - \gamma . \cos\delta - \tfrac{1}{2}\gamma . \sin 2\delta . Mm$$

oder $$Mm = \frac{MB - \gamma . \cos\delta}{1 + \frac{1}{2}\gamma . \sin 2\delta}$$

109 Aber in dieser Formel wird der Nenner beynahe $= 1$ seyn und daher wird sie beynahe eben das geben, was (106) giebt.

Für die Abweichung $= 0$; gäben beyde offenbahr einerley.

## Wenn EF nicht der täglichen Bewegung parallel steht.

110. Man setze ein Stern dessen Abweichung wie in (99) bekannt ist, izo $\theta$ heißt, sey in M beobachtet worden, aber nicht längst FE hingestrichen. Also weiß man nur die Zeit wenn er in M war.

111. Ein anderer der nun durch das Fernrohr geht, wird also nach PQR gehen welche mit FE nicht parallel ist.

112 Man hat die Zeiten beobachtet wenn er in P, Q, R, war; So weiß man die Zeit die er durch PQ brauchte, sie sey m Secunden.

Die Zeit durch QR sey n Secunden Und also

die Zeit durch PR, m + n Secunden. Sie gehöre einem Bogen = ζ des Aequators.

113 Es sey ferner MS senkrecht auf RP. Also ein Stück eines Stundenkreises; und der Unterschied der Abweichungen des ersten und des zweyten Sterns.

So ist PR = ζ. cos (θ + MS)

Wo man MS ohne merklichen Irrthum weglassen darf (106; 109)

114 Kann man nun aus dem was man beobachtet hat, MS finden so hat man den Unterschied der Abweichungen.

115 Kann man QS finden, so weiß man die Zeit die der Stern durch QS brauchte, also wenn er in S war: dieses mit der Zeit da der erste in M war verglichen, giebt den Unterschied von beyder Rectascensionen.

116. Im Dreyecke PBR; weiß man den genannten Winkel (92) und die ihm gegenüberstehende Seite (113)

Ferner ist weil RD den Winkel halbirt,
BP: BR = PQ: QR = m: n

Wenn man also der Kürze wegen BPR = P; BRP = R nennt, so ist sin P: sin R = n: m.

117 Man hat also dieser beyden Winkel Summe, und die Verhältniß ihrer Sinusse. Dieses mit I. astr. Abh. 41 verglichen giebt

| dorten | γ | α | β | a | b |
|---|---|---|---|---|---|
| hier | 2α | P | R | n | m |

118

118. Daher $\text{tang} P = \frac{n \cdot \sin 2\alpha}{m - n \cdot \cos 2\alpha} = \frac{4n}{5m - 3u}$ (94)

$$\sin P = \frac{4n}{5\sqrt{(mm - \frac{6}{5} mn + nn)}}$$

Wenn die Wurzel im Nenner $= p$ ist, oder

$\sin P = \frac{4n}{5p}$ so ist $\cos P = \frac{5m - 3n}{5p}$

119. $MQR = 180° - (P + \alpha)$

$$\sin MQR = \frac{\sqrt{5}}{5p} \cdot (m + n)$$

$$\cos MQR = \frac{2\sqrt{5}}{5p} \cdot (n - m)$$

120. $PQ = \frac{m}{m+n} \cdot \zeta \cdot \cos (\theta + MS)$ (113)

Und im Dreyecke BPQ ist

$\frac{PQ \sin P}{\sin \alpha}$ oder $BQ = \frac{4n}{p\sqrt{5}} \cdot \frac{m}{m+n} \cdot \zeta \cdot \cos (\theta + MS)$

121. Man hat also $MB - BQ$ oder $MQ$ das ich $g$ nennen will.

Es ist unnütz den weitläuftigen analytischen Ausdruck dafür herzusetzen.

122 Heißt man nun den Winkel MQR (119) $\lambda$; so ist $MS = g \cdot \sin \lambda$

$QS = g \cdot \cos \lambda$

123 Die Zeit durch QS ist

$\frac{QS}{PR} \cdot (m + n)$ Secunden.

124. Wenn $n > m$, so ist MQR wie die Figur annimmt spitzig; (119), QS fällt von Q nach R zu und der Stern kömmt in S nachdem er in Q gewesen.

125. Ist aber $n < m$; so wird MQR stumpf, also wird QS verneint (122) oder es liegt von Q nach P zu; und der Stern kömmt eher in S als in Q.

126. Eben so ist in (124) die Zeit durch QS (123) bejaht, oder sie muß zu der Zeit da der Stern in Q war, addirt werden, in (125) aber wird sie abgezogen.

127. Diese Vorschriften habe ich auf die Veranlassung von 71 u. f. aufgesucht. Mir war als ich sie aufsuchte, nicht bekannt daß ein Schriftsteller dergleichen gegeben hätte.

## Handgriff einen Faden der täglichen Bewegung parallel zu stellen.

128. Einen Faden so zu stellen, daß ein Stern an ihm hinstreicht, ist von mir bisher als eine Foderung angenommen worden, und eben so findet man es in den meisten astronomischen Büchern angenommen, ohne daß eben gelehrt würde, wie es zu bewerkstelligen ist.

Wer es versucht, wird finden daß es nicht so leicht ist, als durch zweene Puncte eine gerade Linie zu ziehen.

129. Ein Mittel dazu könnte folgendes seyn. Die Fäden müssen sich in einer Einfassung befin-

den, vermittelst deren man alles um den Mittelpunct in dem sie sich schneiden, drehen kann, ohne daß dieser sich verrückt, oder die Fäden sonst ihre Lage gegen einander ändern.

Wie etwa 5 Fig. wenn sich der Kreis in dem das Rautennetz stehet, um seinen Mittelpunct drehen liesse.

Nun richte man das Fernrohr nach einem Sterne so daß man denselben in M sieht.

Wenn es nun stehen bleibt, und FE nicht nach der täglichen Bewegung stehet, so wird der Stern aus dieser Linie herausgehen, z E. den Weg Mn zu nehmen scheinen.

Indem er sich, in irgend einem Puncte dieses Weges z E. n befindet, so drehe man die Fäden um M so, daß FE durch n geht.

Nun ist FE der täglichen Bewegung parallel gestellt, und muß so unverrückt stehn bleiben.

Diesen Handgriff lehret Smith, vollständ. Lehrbegr. d. Optik, 3. B. 134 §.

Es ist auch leicht Vorrichtungen zu erdenken vermöge deren sich das Umdrehen bequem bewerkstelligen läßt. Der Umfang des Kreises (5 Fig) kann mit Zähnen versehen seyn, und an ihm wie eine Tangente, eine Schraube ohne Ende liegen, die an der Wand des Rohres fest ist, und indem sie herumgedrehet wird, den gezähnten Umfang herumtreibet. So lehret es Smith.

130 Auf diese Art den Faden zu stellen, würde

man wohl nicht bequem den Stern brauchen von dem (98; 62;) die Rede ist.

Denn da könnte man seinen Durchgang, höchstens nur durch das halbe Feld des Mikrometers, durch ME beobachten, und es wird doch wohl sicherer seyn ihn durch das ganze FE gehen zu sehn, zumahl da daran gelegen ist, den Augenblick wenn er in M war genau anzugeben, weil darauf der Unterschied der Rectascensionen beruht (107;70)

Ich finde nicht daß Smith diese Bedenklichkeit gehabt hat. Man könnte sich bey ihr wohl so verhalten.

Man weiß von dem ersten Sterne Rectascension u. Abweichung, und sucht wieviel sich davon, Rectascension u. Abweichung des zweyten unterscheiden.

Man suche am Himmel einen dritten auf, nahe genug bey jenen beyden, daß alle drey nach einander, durchs unverrückte Fernrohr gehn, aber der dritte zuerst.

Man stelle FE, daß dieser dritte, daran hinstreicht. (129)

Nun gehe der erste z. E. durch gk in einer Zeit die dem Bogen des Aequators $\varphi$ gehört; der zweyte wie in (102)

So ist $gk = \varphi . \cos \delta = Dh$; also

$Mh = MD - \varphi . \cos \delta$

Hieraus also und aus $Mm = MB - \gamma . \cos \delta$ (106) hat man $hm$, den Unterschied der Abweichungen. Er ist die Summe oder der Unterschied

von

von Mh u. Mm, nachdem m u. h auf entgegengesetzten Seiten von M liegen, oder auf einer.

Die Zeiten der Antritte an h und m, geben die Unterschiede der Rectascensionen.

Ob von den beyden ersten Sternen, der dessen Stelle an der Sphäre man weiß, oder der dessen Stelle man erst vermittelst jenes bestimmen will, eher durchgehn, das ist bey dem nur jezo gelehrten Verfahren, und überhaupt, einerley.

## Ueber das Dreyeck EBF allgemeiner betrachtet.

131 Man setze das genannte Dreyeck sey nicht dasjenige das für das Rautennetz gehört; sondern irgend ein andres gleichschenklichtes.

Ueberhaupt also sey der Winkel $MBF = \varphi$; $MB = h$ und FE aus (99) fc aus (102); So ist $h.\,\text{tang}\varphi = \frac{1}{2}\beta.\cos\delta$; $(h - Mm).\text{tang}\varphi = \frac{1}{2}\gamma.\cos\delta$;

$$\text{Daraus } Mm = h - \frac{\gamma.\cos\delta}{2.\text{tang}\varphi}$$

$$= \tfrac{1}{2}(\beta - \gamma).\cos\delta.\cot\varphi$$

Wenn man die Zeiten durch FE, fe, nicht genau genug abmißt, so entsteht daraus ein Fehler im Unterschiede der Abweichungen. Dieser Fehler als ein Differential betrachtet, das durch die Differentiale der Bogen welche den Zeiten zugehören bestimmt wird, ist $= \frac{1}{2}(d\beta - d\gamma).\cos\delta.\cot\varphi$

Also bey einerley Fehler in den Zeiten, desto

kleiner je grösser des Dreyecks Winkel an der Spitze ist.

Beym Rautennetze ist er dem Unterschiede der Fehler in den Bogen der Zeiten gemäß, weil der Unterschied der Abweichungen, selbst dem Unterschiede dieser Bogen gemäß ist.

## Dreyeck statt des Rautennetzes.

132. Wenn der Kreis der 5 Fig * das Feld im Fernrohre bedeutet das man zu Beobachtungen brauchen will, so setze man sein Halbmesser sey =r; und verzeichne in ihn ein gleichschenklichtes Dreyeck EBF; So erhellt daß man solches eben so wird brauchen können, wie das auch so genannte Dreyeck das des Rautennetzes Hälfte ausmacht.

Hier wird der Abschnitt zwischen dem Bogen EGF und desselben Sehne unbrauchbar.

Dieser Abschnitt wird desto grösser je grösser der Winkel EBF ist.

Diesen Winkel könnte man groß machen wollen um dadurch zu erhalten daß Fehler in Beobachtung der Zeit, kleinere Fehler im Unterschiede der Abweichungen gäben (131)

Diese beyden Ursachen also rathen, eine den Winkel grösser zu machen, die andere ihn kleiner zu machen, welches zusammen eine mittelmässige Grösse für ihn geben wird.

De Micrometris quae filis constant in angulum cocuntibus dissertatio . . . auct. P. Ignatio Pickel

Pickel S. I. in . . . Acad. Dilingana Math. P. P. O. cum eodem Praeside ex astronomia theorica et practica tentamen publicum subiret Alexander Deisch ei. Soc. Religiosus; Diling. 1772. 24 Quartf. 1. Kupfert. nebst positionib. ex astron. theor. et pract. 23 Quartf. Diese Schrift enthält von den Mikrometern mit Fäden die ihre Lagen gegen einander nicht ändern, so wohl die Theorie, als historische Nachrichten. In ihr wird dieses Dreyeck im 6. u. f. §. umständlicher betrachtet. Es ist auch in Smiths Lehrbegr. der Optik abgebildet, in meiner Ausgabe XVII. Taf. 47. Fig.

Wenn bey einerley Kreise, φ grösser wird, so wird die Grundlinie, und jede Parallele mit ihr grösser. Ein Stern braucht also längere Zeit von einem Schenkel zum andern.

Diese Zeit wächst auch mit der Abweichung des Sterns; und also wird bey einem grossen Winkel, die Zeit für Sterne die grosse Abweichungen haben sehr lange dauern.

Deßwegen schlägt der P. Pickel a. a. O. vor, bey grössern Abweichungen, andere Dreyecke von spitzigern Winkeln zu brauchen.

Das Dreyeck des Rautennetzes meynt er, könne bis an Abweichungen wenig über 30 Gr. dergleichen die Planeten bekommen dienen.

Wenn FE dem Bogen β des größten Kreises gehöret, so gehört die Zeit durch FE dem Bogen B. cos δ; Daher schlägt der P. P. vor man solle für einige grössere Abweichungen als 30 Gr.

Dreyecke machen wo BM $= \frac{EF}{\text{col}\,\delta}$; also

tang $\theta = \frac{1}{2}\,\text{col}\,\delta$; so giebt er folgende an

| | | |
|---|---|---|
| $\delta =$ | $48^\circ\frac{1}{4}$ bis | 60 |
| BM $=$ | $\frac{3}{2}$. EF | 2. EF |
| $2\varphi =$ | (*) $36^\circ 52' 12''$ | $28^\circ 4' 21''$ |

So soll man für Grade, viel über 60, noch andere Dreyecke machen. Beym Pole verschwinder der Winkel, und man könnte drey parallele gleich weit von einander entfernte Fäden statt des Netzes brauchen.

## Gebrauch dieses Dreyecks, wenn FE nicht der täglichen Bewegung parallel steht.

133 Man kann hie völlig (110) u. f. nnchahmen, nur den Winkel EBF 6 Fig. $= \varphi$ gesetzt statt der bestimmten Grösse die er dorten hat. So bekömmt man

$$\text{tang}\,P = \frac{n.\,\text{sin}\,2\varphi}{m - n.\,\text{col}\,2\varphi} \quad (118)$$

$$QP = \frac{m}{m+n}.\ \zeta.\ \text{col}\ \theta \quad (120)$$

Daraus hat im Dreyecke BPQ die Seite

$$BQ = \frac{PQ\ \text{sin}\,P}{\text{sin}\,\varphi}$$

Ferner ist BM bekannt

Also auch QM $=$ BM $-$ BQ

Im

(*) Dorten steht 26 ist aber ein Druckfehler.

Im Dreyecke QMS wo bey S ein rechter Winkel ist, weiß man den Winkel SQM = P + G;
Also hat man MS = QM. sin (P + Φ)
QS = QM. col (P + Q)
Welches die Dinge sind die man hie sucht.

## Wie man sich verhielte, wenn keiner von beyden Sternen in M wäre beobachtet worden.

134 Beym Rautennetze ist der beyden Diagonalen Durchschnitt, mitten im Felde des Fernrohrs und man wird es gern so stellen daß einer der beyden Sterne die man vergleichen will, in diesem Durchschnitte erscheint, wenn er auch nicht an FE hinstreicht.

Beym einzelnen Dreyecke, 5 Fig. * wird M, der Punct wo des Dreyecks Höhe u. Grundlinie einander schneiden, weit vom Mittel des Feldes abstehen. Also gehen vielleicht beyde Sterne nach parallelen Wegen PQR; HIK; durch, die nicht mit FE parallel sind.

Hat man eine solche Beobachtung angestellt, so weiß man folgendes;

Den Winkel EBF = 2Φ;

Eines von beyden Sternen Abweichung = θ;

Es sey der welcher nach HIK gegangen ist

Die Zeiten, welche er gebraucht hat, durch HI, IK zu kommen;

Daraus berechnet man, in Bogen des größten Kreises, HI = h; IK = k;

Man

Man hat auch des zweyten Sterns Zeiten durch PQ; QR, und, statt seiner Abweichung die vom ersten angenommen, berechnet man daraus, in Bogen, PQ = p; QR = q.

Da ist h : k = p : q.

Unumgänglich nöthig ist es also nur bey einem der beyden Sterne, daß man ihn in drey Stellen, in den beyden Schenkeln, und in dem Perpendikel beobachtet hat, den andern braucht man nur in beyden Schenkeln beobachtet zu haben, oder in einem Schenkel und dem Perpendikel, denn die beyden Theile seines Weges geben sich aus ihrer Verhältniß, und aus einem, oder aus dem Ganzen.

Hätte man den ersten in H, I, K; beobachtet, den andern in P u. R; so wüßte man h; k, und p + q.

Wäre der andere nur in P u. Q beobachtet worden, so wüßte man h; k; p.

Wenn man die Wahl hat, wird man den andern lieber in P u. R als in P u. Q beobachten, weil ein Fehler den man in Bemerkung der Zeit begehen kann, bey der grössern Zwischenzeit weniger zu bedeuten hat als bey der kleinern.

Es giebt Fälle, wo man den zweyten Stern nicht an allen drey Stellen beobachten kann; Wolken können eine dieser Beobachtungen hindern. Ein Komet hat oft schwaches Licht, daß er, indem man ihn durch das Fernrohr gehen sieht, von Zeit zu Zeit verschwindet, und wieder sichtbar wird.

Kann

Kann man aber alle drey Beobachtungen haben, so ist dieses zur Prüfung zu rathen, denn daraus ob diese Beobachtungen $p : q = h : k$ geben sieht man, ob alle die einzelnen Beobachtungen, aus welcher die ganze dadurch beyde Sterne sollen verglichen werden, jede für sich ihre gehörige Richtigkeit haben.

Ein Fehler der bey jeder solcher einzelnen Beobachtung kann begangen werden, ist daß ihre Zeit nicht ganz richtig angegeben wird. Ein anderer könnte seyn, wenn sich zwischen den Durchgängen des ersten und zweyten Sterns das Fernrohr ein wenig verrückt hätte. Alsdenn würden die parallelen Wege der Sterne, von den Linien des Dreyecks, deren Lage gegen diese beyden Wege nicht einerley ist, nicht in proportionirte Theile geschnitten.

Nennt man nun $BPR = BHK = H$; $IQR = H + \theta = \lambda$; und zieht IV senkrecht auf PR; so ist das der Unterschied der Abweichungen, und aus QV findet man den Unterschied der Rectascensionen.

Im Dreyecke HKB hat man, wie zuvor

$$\text{tang}\, H = \frac{h . \sin 2\varphi}{k - h . \cos 2\varphi}$$

Ferner $BI = \frac{h . \sin H}{\sin \varphi}$;

Und $BQ = \frac{p . \sin H}{\sin \varphi}$

So hat man QI;

Daher

Daher $IV = QI. \sin \lambda$

$QV = QI. \cos \lambda$

Hr. P Pickel a. a. O. betrachtet diesen Fall und zeigt die trigonometrische Rechnung in einem Exempel. Er bedient sich der gemeinen Regeln, ohne tang H wie ich zu suchen.

Er giebt für die Auflösung eben der Aufgabe eine geometrische Verzeichnung, mit der richtigen Erinnerung daß ihr die Berechnung weit vorzuziehen ist.

Das Rautennetz ist, wie man leicht sieht, und der angeführte Schriftsteller ebenfalls erinnert dem Dreyecke vorzuziehen. Es macht keinen unbrauchbaren Abschnitt im Felde des Fernrohres, und erfodert wegen der Zeit die ein Stern braucht aus einer seiner Seiten in die andere zu kommen, nicht die Aenderungen die bey dem Dreyecke verlangt werden. (132)

## Prüfung der Netze.

135. Sie besteht, wie leicht zu erachten, darinn daß man eine Figur die des Netzes Figur ähnlich ist, einen Kreis mit vier Durchmessern in Winkeln von 45 Graden; eine Raute deren eine Diagonale der andern Hälfte ist, so groß als sich thun läßt, ein Dreyeck, dem das man brauchen will ähnlich, mit möglichster Genauigkeit zeichnet, die Zeichnung in einer verticalen Ebene aufhenkt, und nach ihr in einer ziemlichen Entfernung das Fernrohr, mit dem Netze darinnen richtet.

So

So sieht man leicht, ob die Linien der Zeichnung, von den Linien des Netzes bedeckt werden.

Der Hr. P. Pickel (132) schlägt zu Prüfung des Dreyecks, (5 Fig. *) folgendes vor: Man richtet in einer beträchtlichen Entfernung eine Stange auf, an der ein Zeichen fest, zwey beweglich sind. Das Fernrohr mit dem Dreyecke an gehöriger Stelle, richtet man so, daß das unbewegliche Zeichen von M bedeckt wird. Nun läßt man jemanden die bewegliche so lange rücken bis eins von E das andere von F bedeckt wird. Befindet sich alsdenn das unbewegliche gleich mitten zwischen beyden beweglichen so ist, wie gehörig EM = MF.

Das prüft man auch so, daß man das Fernrohr um seine Axe dreht, das unbewegliche Zeichen das erst von F bedeckt ward und von E bedecken läßt, und sieht ob nun F das andere bedeckt, und M noch das unbewegliche.

In dieser Stellung messe man die Weite der beyden beweglichen Zeichen.

Nun stelle man noch ein paar Zeichen, oder die beyden vorigen, so daß eines von M das andere von B bedeckt wird, und messe ihre Weite, so hat man die Verhältniß BM : EF also den Winkel EBF.

## Erinnerung wegen des Verfahrens Bogen aus Zeit zu bestimmen.

136. Bey den bisher beschriebenen Mikrometern,

tern, bey denen die Theile daraus sie bestehen, ihre Lagen gegen einander nicht ändern können, (14) sondern bestimmte Abtheilungen auf dem Mikrometer, durch unbewegliche Striche oder Fäden bezeichnet sind, bedienet man sich zu Abmessung der Grössen, der Beobachtung der Zeit. Weil man nun hier Bogen gröſter Kreise, aus beobachteten Zeiten schließt, so muß man sich erinnern, daß einer Secunde Sternzeit, 15 Secunden im Bogen des Aequators zugehören, und also die Zeit sehr genau muß bemerkt werden, wenn man aus ihr erträglich richtige Bogen herleiten will.

137. Ein Beyspiel wird dieses deutlich machen. In 65; brauche ein Stern von b bis d zu kommen, m Sternsecunden: Also ist $\zeta = 15.m$ Bogensecunden. Hätte man also die Zeit die der Stern braucht von b bis d zu kommen, um eine Secunde zu groß angenommen, also unrichtig $= m + 1$ Secunden gesetzt, so hielte man den Bogen $\zeta$ um 15 Bogensecunden, um den vierten Theil einer Minute gröſſer als er wirklich ist, um den Theil einer Minute zu groß, der heraus kömmt, wenn man eine Minute mit $\frac{1}{8}$ col $\delta$ multiplicirt, welches also wenn die Abweichung klein ist, ziemlich nahe an $7\frac{1}{2}$ Bogensecunden kommen könnte.

Wenn also der Gebrauch dieser Mikrometer zulängliche Schärfe geben soll, so muß man bey der Zeit, nicht leicht um ganze Secunden ungewiß seyn, wo möglich Theile derselben haben.

## Bouguers hieher gehörige Vorschriften.

138 Hr. Bouguer Mem. de l'Ac. des Sc. 1748. p. 18; schlägt hiebey folgendes Verfahren vor, insbesondere Durchmesser der Sonne u. des Mondes genau aus der Zeit zu finden.

Man stelle ein paar parallele Fäden so, daß der Planet von einem zum andern zu kommen eine Secunde Zeit braucht; Dieses läßt sich, sagt er, aus der bekannten Abweichung vermittelst des Mikrometers bewerkstelligen.

Nach den bekannten Lehren vom Mikrometer, wäre alsdann, das Maaß des Winkels den der beyden Fäden Abstand am Mittel des Objectivs macht, ein Bogen von 15 Secunden mit dem Cosinus der Abweichung multiplicirt. Wenn man also die Brennweite des Objectivs weiß, so kann man berechnen wieweit die Fäden von einander stehen müssen, damit ihr Abstand an des Objectivs Mittelpuncte diesen Winkel macht.

Ich setze hh; ii; 1 F. sind ein paar solche Fäden; AB steht der täglichen Bewegung parallel.

Nun kömmt vielleicht der vorhergehende Rand der Sonne, nicht gleich in dem Augenblicke an hh in dem eine Secunde schlägt: Man merke also in welcher Gegend zwischen beyden Fäden er in dem Augenblicke ist da man eine ganze Secunde zählt; Es sey das z E. bey q.

Ist nun der folgende Rand, auch bey q in einem Augenblicke wenn man eine ganze Secunde

zählt, so hat die Sonne eine Menge ganzer Secunden gebraucht durch den Stundenkreis zu gehn.

Ist aber der folgende Rand in diesem Augenblicke an einer andern Stelle zwischen den Fäden, so giebt der Abstand dieser beyden Stellen von einander, nach dem Augenmaasse mit der Fäden Abstande verglichen, um was für einen Theil einer Secunde die Zeit des Durchganges von der Menge ganzer Secunden unterschieden ist.

Dieses Verfahren hat wie B. bemerkt die Bequemlichkeit, daß man sicherer Theile des Raums den man vor Augen hat, mit einander vergleicht, als Theile einer Dauer, die uns nie ganz gegenwärtig ist.

Freylich ist auch hier einige Uebung nöthig die Stelle wo der Vorderrand gewesen ist zu merken, und sich ihrer genau zu erinnern, wenn man den Hinterrand beobachtet.

Die beyden Fäden kommen in einem grossen Fernrohre weiter aus einander als in einem kleinen. Und so kann man bey diesem Verfahren grosse Fernröhre brauchen, in denen sich sonst das gewöhnliche Mikrometer, nicht anwenden läßt, der Sonne oder des Mondes Durchmesser zu messen, weil ein grosses Fernrohr diese Körper nicht ganz faßt, oder doch in ihm ihre entgegengesetzte Gränzen nicht auf einmahl deutlich zu sehn sind.

B. empfiehlt, drey Fäden zu brauchen, das giebt den Vortheil, daß man die Beobachtung eine gerade Anzahl von Secunden kann dauern lassen,

sen, dieses hält er für wichtig, weil bey dem gewöhnlichen Baue der Uhren, der englische Haaken im ner nicht gleich weit zur Rechten u. zur Linken eingreift, und der Schlag sich nicht allemahl genau bey einem u. demselben Theile jeder Oscillation hören läßt. Alsdenn sind die Secunden nicht gleich lang, auf eine Zwischenzeit die zu lang ist, folgt unmittelbar eine die zu kurz ist, und man muß zwo oder vier u. s. w. nach einander nehmen, um keinen merklichen Irrthum zu begehen. Dieser kleine Unterschied zwischen zwo nach einander folgenden Secunden, kann $\frac{1}{5}$ oder $\frac{1}{6}$ einer Secunde betragen, und ist also bey ein paar Minuten, nicht unbeträchtlich, ob er gleich bey mehrern, nichts zu bedeuten hat.

Gesetzt die Sonne brauchte 2′ 9″ durch den Stundenkreis zu gehen, wie um die Nachtgleichen geschieht; so räth B. bey drey Fäden, ihren Rand nicht in dem Zwischenraume der ersten beyden am Ende der 129sten Secunde zu bemerken, sondern im Zwischenraume des zweyten u. dritten, am Ende der 130sten, und die Zeit die man so findet, von der ganzen Dauer des Durchganges abzuziehen.

## Mikrometer, wo die Theile aus denen sie bestehn, ihre Lagen gegen einander ändern.

139. Für einen Gegenstand den man durch ein Fernrohr betrachtet, ist ein halber Grad schon eine ziemlich beträchtliche scheinbare Grösse wenn er

solche dem bloſſen Auge darſtellt. So groß ohngefähr ſehn die Sonne und der Vollmond aus, die Weltkörper die unter allen an der Sphäre am größten erſcheinen.

Das Bild eines ſolchen groſſen Gegenſtandes iſt doch allemahl ſehr klein in Vergleichung mit des Objectivs Brennweite; (18) noch viel kleiner alſo ſind die Bilder kleinerer Gegenſtände.

## Gebrauch der Schrauben geringe Gröſſen zu meſſen.

140. Die Gröſſen ſolcher kleinen Bilder mit einiger Genauigkeit zu meſſen, wie die Abſicht eines Mikrometers erfodert (2) ſind Schrauben bequem,

141 Wenn man eine Schraube in einer unbeweglichen Mutter, ganz herumdrehet, ſo ſchiebt ihr Ende ſich um ſoviel fort, als die Weite eines Schraubenganges beträgt.

142 Das kann nun an ſich ſchon was Geringes ſeyn, weil man Schrauben mit ziemlich engen Gängen machen kann.

143 Wird aber die Schraube nicht ganz herum gedreht, ſondern z. E. um ihren zehnten Theil, ſo verſchiebt ſich ihr Ende auch nur um den zehnten Theil eines Schraubenganges.

144. Dieſe kleinen Eintheilungen genauer anzugeben, befeſtige man an den Kopf der Schraube mit dem man ſie herum dreht, einen Weiſer, ſenkrecht auf ihre Axe, und an die Schrauben-

mutter eine Scheibe in gleiche Theile so viel man bequem machen kann eingetheilt. So wird der Weiser auf der Scheibe, die Theile eines Schraubenganges anzeigen um welche man die Schraube gedreht hat, eben wie der Weiser einer Uhr auf dem Ziferblatte die Theile der Zeit anzeigt.

145. Das wichtigste was bey dieser Vorrichtung erinnert wird, ist: daß in einer etwas langen Schraube, nicht alle Gänge in größter Schärfe von gleicher Weite werden; Also muß man entweder die Weite der Gänge an unterschiedenen Stellen der Schraube zu prüfen wissen, oder sich kleinen Fehlern aussetzen, wenn man alle gleich weit annimmt.

## Das Kirchische Mikrometer.

146. Ein messingener Ring AMBN, 7 Fig. ist an beyden Enden eines Durchmessers A, B, durchbohrt, und da sind aufen an ihn Schraubenmütter AK, BL, befestigt, in welche Schrauben FD, EC, passen, so daß sie in den Ring hineingeschraubt, in desselben Mittelpuncte O zusammentreffen und einen Durchmesser ausmachen.

147. CG; DH; und die 8 Fig. sind die Weiser und eine Scheibe (144) dergleichen sich an jedem Ende einer Schraubenmutter, bey K u. L; befindet.

148. Der Ring mit diesem Zubehör, wird um das Rohr eines Fernrohres, an die Stelle wo des Objectivs Brennpunct ist, gelegt.

149. Wenn man eine entlegene Sache durch dieses, ferner gehörig zusammengesetzte Fernrohr betrachtet, so kann man die beyden Schrauben so weit in den Ring hineinschrauben, daß ihre beyden Enden E, F, das Bild der Sache zwischen sich enthalten.

150. Wenn man sie nach dem weiter hineinschraubt, bis sie zusammen stossen, (146) und zählt wie oft man sie zu dieser Absicht herum drehen muß, so weiß man die scheinbare Grösse der Sache, vorausgesetzt, daß bekannt ist, was für eine scheinbare Grösse einer Umdrehung der Schrauben zugehört.

Es versteht sich daß beyde Schrauben gleiche Gänge haben müssen, damit man der einen Umdrehungen, zu der andern ihren rechnen kann, als ob alle an einer Schraube wären.

151. Theile der Umdrehungen geben die Weiser an (147) Es ist freylich hiebey die Unbequemlichkeit, daß jeder solcher Weiser, bald näher an seiner Scheibe, ist, bald weiter von ihr ab steht, nachdem die Schraube viel oder wenig ins Fernrohr hineingeschraubt ist. Um also den Weiser nicht bey einem Theilungsstriche zu sehn, zu dem er nicht gehört, muß man, so gut als möglich das Auge in eine Ebene bringen die durch den Weiser auf die Scheibe senkrecht steht.

Man kann auch statt des Weisers dem Kopfe der Schraube, die Gestalt einer Platte geben 9 Fig. Weil der Kopf der Schraube doch nie sehr weit

von der Scheibe entfernt ist, so kann aus dieser Parallaxe des Weisers, nie ein sehr grosser Irrthum entstehn.

152. Weil das Kirchische Mikrometer, in Deutschland ziemlich bekannt ist weil man seine Beschaffenheit aus der Abbildung leicht versteht und es leicht verfertigt bekömmt, so will ich es als ein Beyspiel brauchen zu zeigen, wie man den Werth der Schraubengänge oder Abtheilungen eines Mikrometers bestimmt, um dasselbe alsdenn zu Abmessung scheinbarer Grössen zu brauchen. Das ist die Absicht der nächstfolgenden Lehren (153 . . . 249) die deßwegen nicht aufs kirchische Mikrometer eingeschränkt sind. An einem, mußten sie doch zuerst gewiesen werden. Und wer sie bey demselben versteht, wird sie leicht bey allen andern anbringen, selbst bey den vorhin beschriebenen, deren Theile gegen einander unbeweglich sind.

## Bestimmung des Werthes einer Umdrehung, aus des Objectivs Brennweite, und der Weite der Schraubengänge.

153 Des Objectivs Brennweite, halte l Zolle; Die Schraube halte n Gänge in der Länge eines Zolls. Wieviel Secunden beträgt eine Umdrehung von ihr?

154. Die Zahl dieser Secunden sey = r.

Man nehme eine willkührliche scheinbare Grösse = m an, die Länge ihres Bildes heisse p = l. tang m.

Diesem Bilde gehören also n. p Umdrehungen zu. Man drücke die scheinbare Grösse in Secunden aus, daß m nun eine Menge Secunden bedeutet. So ist n. p. r = m Secunden.

$$\text{Also } r = \frac{m}{n\ p} \text{ Secunden.}$$

155. Exempel Bey einem Fernrohre mit einem kirchischen Mikrometer, welches der hiesige Universitätsopticus Hr. Baumann, mir noch in Leipzig, vor etlichen und 20 Jahren verfertiget hat, beträgt des Objectivs Brennweite 87 leipziger, oder 76 pariser Zoll, die ich nach Geom. 32 S. 2 Anm. durch Logarithmen in 78,660 rheinländische verwandele, und solche Zahl, oder eigentlich, den Logarithmen aus dem sie gefunden ist, in folgender Rechnung brauche.

156. Ich suche wie groß das Bild von m = 16′ ist.

log l = 1,8957554
log tang m = 0,6678492 — 3
log p = 0,5636046 — 1
giebt p = 0, 36610 rheinländ. Zoll.

157. Eine Schraube dieses Mikrometers, hält in ihrer ganzen Länge 45, 5 Gänge. Diese Länge beträgt 1, 69 rheinl. Zoll. Also

log 45, 5 = 1,6580114
log 1,69 = 0,2278867
log n = 1,4301247

gehört 26, 92 Gänge der Zahl der Gänge in einem Zolle

158.

158. Ferner ist m = 960 Secunden; Also

log n = 1,4301247
log p = 0,5636046 — 1

0,9937293
log m = 2,9822712

log r = 1,9885419

gehört zu r = 97, 396

Also betrüge eine Umdrehung 1′ 37″, 396

## Berechnung des Fehlers dem dieses Verfahren ausgesetzt ist.

159. Daß die Ungleichheit der Schraubengänge nicht in Betrachtung kömmt, und daß man sie richtig gezählt hat, setze ich zum voraus.

Bey Abmessung der Brennweite aber ist es schwer einen kleinen Fehler zu vermeiden.

Nun ändert sich mit der Brennweite das Bild einer gegebenen scheinbaren Grösse, folglich auch der Werth einer Umdrehung.

160. Die Aenderung des Bildes ist $dp = dl.\tang m$

Folglich $dr = \frac{m}{n} \cdot \frac{-dp}{p^2}$; oder

$dr = \frac{-m}{n} \cdot \frac{\cot m.dl}{l^2}$

161. Exempel. In dem vorigen Exempel setze man die eigentliche Brennweite sey nun 0,1 eines Zolls grösser als die angenommene; also $dl = +0,1$; Wie viel weniger wird nun der wah-

re Werth einer Umdrehung betragen, als der berechnete?

$\log m = 2,9822712$ (158)

$\log \cot m = 2,3321508$

$\log dl = 0, \quad - 1$

$M = 4,3144220$

$2 \log l = 3,7915108$

$\log n = 1,4301247$

$N = 5,2216355$

$M - N = 0,0927865 - 1 = \log dr$

Also $dr = - 0,12381$

$r = 97,396$

$O = 97,262$

$P = 97,5198$

Der wahre Werth einer Umdrehung wäre O oder P, nachdem die wahre Brennweite um 0,1 eines Zolls grösser oder kleiner wäre, als die angenommene.

## Der Werth einer Umdrehung, durch die bekannte scheinbare Grösse eines unendlich entlegenen Gegenstandes bestimmt.

162. Hiezu schickt sich besonders die Sonne. Man findet ihre scheinbare Grösse im Wiener Calender für alle Tage, in der Conn. d. T. von 7 zu 7 Tagen dazwischen die Aenderungen nur gering sind.

Man betrachtet die Sonne, durch das Fernrohr, an welches das Mikrometer gehörig angebracht

bracht ist. Man schraubt die Schrauben so weit aus einander, daß die Sonne zwischen beyden erscheint, und an entgegengesetzten Enden von ihnen berührt wird. Darauf dreht man die Schrauben zusammen, (149) und zählt die Umdrehungen, beyder ihre zusammen (151) Der scheinbare Durchmesser der Sonne, mit der Zahl der Umdrehungen dividirt, giebt den Werth einer.

Dieses Verfahren ist wie das (37)

## Wie man Weiten von Fixsternen hie braucht.

163. Weiß man die Weite zweener Fixsterne, die zugleich im Fernrohre erscheinen, so läßt sich dieselbe eben so brauchen wie der Durchmesser der Sonne. Zu dieser Absicht giebt Rost unterschiedene kleine Weiten von Sternen; Astron. Handbuch III. Th. 10 Cap. 10 §.

164. Hiebey ist natürlich zu fragen: wie derjenige von dem man diese Weiten annimmt, sie gefunden hat. Wolf El. Astron. §. 544. nimmt an man habe sie mit einem Quadranten, oder andern solchen Winkel messenden Werkzeuge gefunden. Hiebey hat er nicht daran gedacht, daß sich solchergestalt kleine Weiten nicht sehr zuverlässig, gewiß nicht auf Secunden, wie er sie doch verlangt finden lassen. Die Weiten welche Rost beybringt sind meistens ziemlich groß, erstrecken sich bis auf 5 Grad und sind vermuthlich von Heveln mit Sextanten u. d. g. gemessen worden, ob sie aber

bis auf die Secunden in denen sie angegeben sind zuverläßig sind, das erfoderte noch einige Untersuchung. Rost konnte solche Weiten bey seinem Fernrohre brauchen, das bis fünf Grad faßte, aber nur einen Fuß lang war. Grössere Fernröhre fassen weniger.

## Wie diese Weiten zu finden sind.

165. Wenn ich also eine Weite von ein paar Sternen zu dieser Absicht nöthig hätte, so würde ich sie aus der Sterne Abweichungen und Rectascensionen berechnen.

166 In so fern man annimmt, die Fixsterne liegen unbeweglich in einem Raume der für uns gränzenlos ist, und von dem die Erdbahn nur ein unmerkliches Plätzchen einnimmt, so ist klar daß die Weiten zweener Fixsterne immer einerley bleiben, wie sich auch wegen des Vorrückens der Nachtgleichen, ihre Längen, Abweichungen u. Rectascensionen ändern mögen. Denn diese Grössen bestimmen die Stelle eines Sterns mit in Beziehung auf den Erdäquator, und ändern sich also wenn sich etwas in dieses seiner Lage ändert, aber in den Lagen der Sterne selbst gegen einander giebt das keine Aenderung.

Eben so erhellt daß die Nutation (Astr. 293) nichts in den Weiten der Sterne ändert.

167 Daß aber wegen der allmähligen Fortpflanzung des Lichtes ein Stern der bewegten Erde in ei-

einer andern Linie erscheint, als in der er ihr ohne diesen Umstand erschiene, (Astr. 219) das könnte die Weite zweener Sterne wohl zu unterschiedenen Jahrszeiten um eine Kleinigkeit ändern. Aber hier hat es auch nichts zu bedeuten, denn die beyden Sterne die man zugleich im Fernrohre sieht, müssen ohngefähr eine Lage gegen das Auge haben, und daher beträgt die Aenderung welche die Abirrung des Lichts bey jeder Lage macht, für einen soviel als für den andern, und ihre Weite erscheint auch bey dieser Aenderung so, wie ohne dieselbe.

168. Solchergestalt darf man nur aus genauen Beobachtungen der Rectascensionen nnd Declinationen die Weite von ein paar wahren Sternen berechnen, und dieselbe beständig ungeändert brauchen.

169. Das Siebengestirn würde sich hiezu schicken weil es viel Sterne dicht bey einander enthält, man kann es sich auch genugsam bekannt machen, daß keine Gefahr ist einen Stern mit einem andern zu verwechseln.

170. Indessen, hat das von 162; an gelehrte Verfahren, auch einige Unbequemlichkeiten. Es ist schwer die beyden Ränder der Sonne zugleich genau jeden an einer Schraube zu haben, weil man wegen ihrer grossen Entfernung, beyde nicht recht gut zugleich sieht, und beyde immer fortrücken. Der letzte Umstand findet auch noch statt wenn man Sterne die näher beysammen sind braucht, es gehört einige Uebung dazu, von zwey Dingen die

sich

sich beyde bewegen, jedes mit einer Schraube zu fassen. Auch wird man Sterne die sehr nahe beysammen sind, wenigstens nicht allein, brauchen, weil der Werth einer Umdrehung, aus viel Umdrehungen sicherer bestimmt wird, als aus einer.

## Den Werth einer Umdrehung durch Beobachtung der Zeit zu bestimmen.

171. Man richtet das Fernrohr mit den Schrauben von einander entfernt nach einem Sterne, dessen Abweichung bekannt $= \delta$ ist. Man dreht es so, daß der Stern durch die tägliche Bewegung von einer Schraube zur andern geführt wird; wenn dieses in einer Zeit von m Sternsecunden geschiht, so beträgt der Bogen des Parallels zwischen beyden Schrauben, 15. m. cos $\delta$ Bogensecunden des größten Kreises, (Astr. 227) und wenn man die Schrauben n mahl umdrehen muß bis sie zusammen stossen, so hält eine Umdrehung $\frac{15.\,m.\,\cos\delta}{n}$ Bogensecunden.

172. Hiebey ist die Erinnerung (136) zu bemerken. Man kann aber dieses Verfahren, mit einem oder mit mehrern Sternen oft wiederhohlen, die Werthe einer Umdrehung, die man bey diesen Wiederhohlungen findet mit einander vergleichen, aus ihnen Mittel nehmen, und so ist es eines von den bequemsten und brauchbarsten.

Den

## Den Werth einer Umdrehung aus der scheinbaren Grösse eines Gegenstandes zu finden, dessen Entfernung man weiß.

173. Ein Gegenstand, dessen Entfernung vom Mittel des Objectivs = b; habe die scheinbare Grösse h, wenn er aus der Stelle betrachtet wird, wo sich des Objectivs Mittel befindet; Oder, Linien die man von seinen einander entgegengesetzten Gränzen an diese Stelle zieht, machen daselbst den genannten Winkel.

174. Wenn 10 Fig. A B D und C E verticale Linien C F, E D, horizontal sind, so sey A B = c der Gegenstand; und C das Mittel des Objectivs; also A C B = h; C F = E D = b

Nun ist tang A C F = $\frac{AF}{b}$; tang B C F = $\frac{BF}{b}$

also die Tangente der Summe, oder tang h; ein Bruch, dessen Zähler = $\frac{c}{b}$; der Nenner =

$$1 - \frac{AF.\ FB}{b^2}$$

175. Man wird aber zu jeziger Absicht allemahl einen Gegenstand wählen, der in Vergleichung mit seiner Weite vom Objectivglase klein ist. Also wird immer des Nenners zweyter Theil gegen den ersten unbeträchtlich seyn, und man hat

$$\text{tang } h = \frac{c}{b}$$

176. Dieses findet allemahl statt, wenn eine horizontale Linie durch des Fernrohrs Mittelpunct innerhalb der Gränzen des Gegenstandes oder an seiner Gränze selbst antrifft. Diese Linie ist des Fernrohrs Axe, und also kann man sich leicht blos durch das Augenmaaß versichern ob die Voraussetzung statt findet, noch mehr, wenn ein Mikrometer da ist, durch das sich allemahl des Fernrohrs Axe angeben läßt.

177. Zwey Stücke einer gegebenen Linie geben das größte Rechteck wenn sie gleich sind. Also ist der größtr Werth, den des Nenners (174) zweyter Theil haben kann $\left(\frac{c}{2b}\right)^2$ und wird also schon unbeträchtlich wenn $b = 100c$

178. Es könnte aber Umstände geben, da man das Fernrohr nicht so stellen könnte, daß seine Axe zugleich horizontal und senkrecht auf AB stünde, wenigstens alsdenn nicht zwischen beyden Gränzen des Gegenstandes anträfe.

179 Es sey der Mittelpunct des Objectivs in E; das Fernrohr übrigens so gerichtet daß man darinnen die Verticallinie AB sieht. Da ist der Winkel den man hie sucht AEB und ED, die Horizontallinie durch des Objectivs Mittelpunct, fällt auserhalb der Gränzen des Gegenstandes. Ist hie BD gegen AB beträchtlich, so würde die Formel (175) den kleinen Winkel den man sucht bey weitem nicht richtig genug geben.

179. Hier ist kein ander Mittel als den Winkel BED zu messen. Er heisse k; So hat man

$AD = b.\ tang\ k + c$; also $tang\ AED = tang k + \frac{c}{b}$

welchen Winkel man also berechnen, und den gemessenen von ihm abziehen kann, so giebt sich der den man sucht.

180 Es ist auch $tang\ AEB = \frac{c}{b + c.\ tang\ k}$

181. E könnte auf einem Gebäude, z. E. einer Sternwarte seyn, wo man etwa eine lange Strasse hin sehn, und am Ende derselben den Gegenstand aufhenken könnte. Da könnte der Gegenstand vielleicht nicht wie hie die Figur vorstellen, über dem Horizonte ED, sondern unter demselben seyn.

182 Ein Beyspiel dieser Art giebt Hr. de la Lande Astron. 2021. 1. Ausg.

Hr. de la l. drückt sich so aus, als müßte man das Dreyeck AEB berechnen.

Es ist leicht zu sehn, daß man im Dreyecke DEB, die Seite BE, und den Winkel DBE berechnen kann, also im Dreyecke ABE den jezt genannten Winkel und die Seiten die ihn einschliessen hat, woraus sich AEB berechnen läßt.

Aber warum wollte man so weitläuftig suchen, was man kürzer haben kann?

Hr. de la l. giebt in seinem Exempel den gesuchten Winkel 31′ an. Seine Zahlen sind; $b = 915{,}75$ Fuß, $c = \frac{25}{3}$; $k = 2° 36'$; Daraus finde ich

nach der Formel (180) diesen Winkel 31′ 16″. Wenn Hr. d. l. L. nicht für nöthig hielt ihn so genau anzugeben, so war doch für den Unterricht den er ertheilen will, wohl nicht überflüssig, zu erinnern daß man den Winkel so genau als möglich berechnen müsse.

183. Die fernern Gründe auf dem dieses Verfahren beruhet, sind folgende, die ich bey andern Schriftstellern nicht so deutlich aus einandergesetzt gefunden habe, als es mir nöthig scheint.

184. In C 11 Fig. sey das Objectivglas, sein Brennpunct in K; in welcher Gegend sich auch das Mikrometer befinde. Das Ocular sey in M, das Auge in O. Die Gläser sind so gegen einander gestellt, wie man sie für unendlich entlegene Sachen braucht.

185. In der bestimmten Entfernung b vor dem Objective, stehe die Sache, deren wahre Grösse man weiß, und daraus ihre scheinbare an C berechnet.

Ich will hier von dieser Sache nur an den Theil denken, der sich unterwärts der Axe erstreckt, und das Bild QP hat, alles was ich hievon sage gilt offenbahr auch von dem andern über der Axe, dessen Bild unter sie fällt.

186. Dieses Bild liegt über den Brennpunct hinaus um die Weite $QK = \frac{l^2}{b - l}$.

187. Um soviel müßte man eigentlich das Ocular

cular M weiter vom Objective rücken, als es für unendlich entfernte Sachen steht. Ich nehme aber an es bleibe so stehn, wie für unendlich entfernte Sachen. Die Erfahrung lehrt, daß man deßwegen doch das Bild P Q durchs Ocular deutlich genug sehen kann, wenn nur K Q gegen C K und gegen des Oculars Brennweite, nicht gar zu groß ist; Und das wird es eben nicht seyn, weil man den Gegenstand doch so weit als der Platz zuläßt vom Objective entfernen wird.

Hr. d. l. L. a. a. O. erinnert, man könne bey einem Fernrohre von 9 Fuß, ein Bild noch deutlich sehen, das einen Zoll über den Brennpunct fällt.

188. Eine unendlich entlegene Sache von eben der scheinbaren Grösse hätte das Bild

$$HK = \frac{b - l}{b} . P Q$$

189. Befände sich also das Mikrometer an der Stelle QP; und müßte man die Schrauben x mahl umdrehen, das Bild PQ dadurch zu messen, oder hielte es x Umdrehungen; so gäbe, eben das Mikrometer an die Stelle HK gebracht dem Bilde

$$HK; \frac{b - l}{b} \text{ x Umdrehungen.}$$

190. Es wird sich aber nicht wohl thun lassen, das Mikrometer so von einer Stelle an die andere zu bringen. Wenigstens müßte mit einer nicht ganz geringen Sorgfalt untersucht werden, ob es genau an der Stelle PQ stünde, ohngefähr eben

so, wie man untersucht, ob Fäden im Brennpuncte sind. (VI. Abh. 35)

191. Läßt man es aber an seiner gewöhnlichen Stelle (184) stehn, und sieht das Auge O, den Punct P des Bildes beym Ende L der Schraube, so hat alsdenn dieses Ende der Schraube von der Axe den Abstand LK; Man muß also so oft umdrehen, so viel Schraubengänge in der Länge LK enthalten sind. Dadurch wird das Bild PQ verdeckt, oder eigentlich, wird verhindert daß es nicht entstehen kann.

192 Weil aber LK länger als PQ; so gehn auf LK mehr Umdrehungen, als auf PQ gingen, wenn das Mikrometer nach (189) an die Stelle des Bildes gebracht würde. Und also scheint es, man gebe dem Bilde zu viel Umdrehungen, wenn man das Mikrometer an seiner gewöhnlichen Stelle stehn läßt.

193. In geometrischer Schärfe ist das auch wahr. Aber es läßt sich zeigen, daß LK nur um etwas, gegen PQ unbeträchtliches, grösser ist als PQ.

194. Wenn P und L dem Auge O, durch das Ocular M; beysammen erscheinen sollen so müssen beyde, in dem Strahle LPR, liegen der nach KO ins Auge gebrochen wird.

Dieser Strahl ging gerade fort nach S zu.

Des Glases M; Brennweite sey = l; und man

setze Dioptr. 29 hier $\left|\frac{b}{-MS}\right|\left|\frac{f}{MO}\right|$

So ist $MS = \frac{l.\ MO}{l - MO}$

Hier-

Hieraus hat man $QS = KM - PQ + MS$

195 Wenn man sich durch P eine Linie parallel mit QK vorstellt, so erhellt daß

$KL - PQ : PQ = KQ : QS$.

Weil aber das Auge gewöhnlich im Brennpuncte des Oculars, oder doch nahe dabey steht, (VI. Abh. 63.) So ist MS; folglich QS; unendlich, oder doch sehr groß.

Also KL — PQ gegen PQ unbeträchtlich.

Also gehen auf LK nicht merklich mehr Schraubengänge als auf PQ.

196. Wenn man das Auge, in der Entfernung MO vom Glase, aber, über oder unter die Axe verrückt, so wird man bey einem und demselben Puncte der Schraube, andere und andere Puncte des Bildes QP sehn, also würde man bey jeder andern Stellung des Auges, einen andern Theil des Bildes durch die Umdrehungen der Schraube messen. Diese Parallaxe des Bildes fände allerdings statt, wenn das Ocular, auf der Seite gegen das Auge zu, nach seiner ganzen Breite offen wäre, daß das Auge an ihm weit herauf und herunter gehen könnte.

Gewöhnlich aber ist es in ein Behältniß mit einer kleinen Oeffnung gefaßt, wodurch die Stelle des Auges bestimmt, und diese Parallaxe vermieden wird.

197. Nun stelle man sich das Bild des andern Theils der Sache (185) auf der andern Seite von

Q vor, und eben so, der Schraube die ihm zugehört, Abstand von der Axe wie hie KL ist.

198. Der Abstand einer Schraube von der andern betrage g Umdrehungen: So ist aus dem bisherigen klar, daß man diese Zahl von Umdrehungen auch dem Bilde der ganzen Sache das sich bey Q befindet geben darf.

199. Dieser ganzen Sache scheinbare Grösse halte h Secunden.

200. Wenn also die scheinbare Grösse einer unendlich entfernten Sache, eben soviel Secunden hält, so gehören dem Bilde dieser Sache $\frac{b-l}{b}$. g Umdrehungen (189)

201. Und eine Umdrehung, hält also

$$r = \frac{h.b}{(b-l).g}$$ Secunden.

202 Exempel. Das Werkzeug (155) nach 173 u f. zu untersuchen ward ein hölzerner prismatischer Stab zum Gegenstande gewählt, auf dem man acht pariser Fuß verzeichnete.

203 Er ward vertical aufgehenkt, und das Fernrohr nach ihm gerichtet. So sahe man die Theilungsstriche welche die einzelnen Fuß absonderten als horizontale Linien, und konnte die Schrauben so stellen, daß 3; 4; u. s w. Fuß zwischen ihnen erschienen, die Umdrehungen welche jedem Bilde von einer solchen Menge von Fussen zugehörten, zählen, und solchergestalt, wenn man je-

der

der Menge von Fussen scheinbare Grösse berechnete, den Werth einer Umdrehung aus ihr finden, also unterschiedene Bestimmungen des Werths einer Umdrehung bekommen.

204 Wenn diese Werthe nicht alle übereinstimmten, so liesse sich beurtheilen, ob etwa einer aus einer nicht ganz richtigen Messung geschlossen war. Denn die Bilder von 3; 4; u. s. w. Fuß; verhielten sich gewiß wie 3; 4; u. s. w. Verhielten sich also die Zahlen der ihnen zugehörigen Umdrehungen nicht auch so, so war irgend bey der einen ein kleiner Fehler begangen, und durch die Vergleichung aller ließ sich leicht entdecken, beywelcher er begangen war.

205. Die Entfernung des Stabes vom Objectivglase ward wie sonst eine Linie beym Feldmessen, mit einer Meßkette gemessen, die nach Leipziger Maasse eingerichtet war. Diese Entfernung betrug 1326 Fuß 9,25 Zoll = 15921, 25 leipziger Zoll. Das ist b.

Daraus folgt die Weite des Bildes hinter dem Objective = 87,473 leipziger Zoll. Um die Decimalbrüche steht es über den Brennpunct hinaus.

206 Das Leipziger u. Pariser Maaß dessen ich mich hiebey bediente, waren so beschaffen, daß ein leipziger Zoll = 0,877 pariser.

207 Bedeutet also c die Menge von leipziger Zollen, welche der wahren Grösse des Gegenstandes zugehören; So ist für einen Gegenstand von

8 pariſer Fuß; $c = \frac{8.12}{0,877} = 110,60$ wie ſich aus $\log c = 2,0437721$ findet.

208. Der Winkel unter welchem dieſe wahre Gröſſe einem Auge an der Stelle des Objectivs erſcheint, hat zur Tangente $\frac{b}{c}$

209. Weil hier $\log b = 4,2019771$; ſo findet ſich der Tabularlogarithme, für dieſes Winkels Tangente; $= 7,8417950$; der Winkel iſt $23' 52'' = 1422'' = h$

210. Die Scheiben an dieſem Mikrometer (147) ſind jede in 12 Theile getheilt. Es ließ ſich alſo ganz bequem wahrnehmen, daß dem Bilde der 8 pariſer Fuß; $14 + \frac{9,5}{12} = \frac{88,75}{6}$ Umdrehungen gehörten.

Alſo iſt nach (201) hier

$r = \frac{1432.15921,25.6}{15834,25.8875}$ wo $1432.6 = 8592$;

und $\log(b-l) = 4,1995974$; daher

$\log r = 1,9883056$ und $r = 97,343$

211. Dieſes ſtimmt ſo gut mit (158) überein als man ſodern kann. Und eben ſo ſtimmten damit die Werthe der Umdrehungen überein, die aus andern Abtheilungen des Stabes (203) ſind hergeleitet worden.

212 Dieſe Unterſuchung iſt vor einigen Jahren,

ren, mit Beyhülfe Hr. Ljungbergs, jezigen Prof. der Mathem. zu Kiel angestellt worden.

Den gefundenen Werth einer Umdrehung, haben auch die andern, vorhin gelehrten Verfahren (162; 163;) bestätiget.

## Den Werth einer gegebenen Menge von Umdrehungen aus dem Werthe einer, zuberechnen.

213. Wenn die Menge = x ist, so ist klar daß ihr r.x Secunden zugehören.

Es versteht sich daß x auch einen uneigentlichen, Bruch bedeuten kann, eine Menge ganzer Umdrehungen, und etliche Theile einer Umdrehung.

214. Die Rechnung liesse sich durch die Logarithmen führen, und die gemeinen Tafeln reichen zu, weil nicht viel über 3600 Secunden vorkommen werden.

Diesen Gebrauch der Logarithmen, hat schon Balthasar gezeigt. Microm. cap. 4. §. 12

215. Ohne Zweifel aber ist es viel bequemer, daß man sich im Voraus eine Tafel für die Werthe jeder Mengen von Umgängen berechnet, so weit man etwa das Mikrometer zu erstrecken für gut befindet, z. E. bis auf soviel Umgänge als ohngefähr den Durchmesser der Sonne, oder als etwa einen Grad ausmachen.

216 Bey dem bisher erwähnten, (212) habe ich die Tafel so eingerichtet.

Alle ganzen Umgänge von 1 bis 20;

Alle Zwölftheile eines Umganges.

Von einem Zwölftheile; ein Viertheil, die Hälfte, drey Viertheile.

Was diesen Umgängen, und ihren Theilen zugehört, habe ich in Minuten, Secunden, und Tausendtheilen der Secunde ausgedruckt.

So läßt sich die verlangte Grösse, bey dem jedesmaligen Gebrauche des Mikrometers leicht durch die Addition finden.

## Vergleichung der 201 gegebenen Regel mit Hr. de la Lande seiner.

217 Hr. de la Lande lehrt Astr. 2021. I. Aufl. 2529; II auch, wie man den Werth der Schraubengänge durch einen Gegenstand dessen wahre Grösse und Weite man weiß, finden soll.

218. Zuerst nimmt er an das Fernrohr bleibe so gestellt wie für unendlich entfernte Gegenstände, also doch wohl auch das Mikrometer im Brennpuncte. Des Gegenstandes den man braucht sein Bild, fällt also über den Brennpunct, näher ans Ocular.

Hr. de la L. aber setzt zum voraus man könne es doch deutlich sehen ohne die Stellung der Gläser zu ändern.

Nun zählt er die Umdrehungen welche diesem Bilde zugehören.

Und, eben soviel Umdrehungen sagt er, gehörten dem Bilde eines unendlich entfernten Gegenstandes, der eben die scheinbare Grösse hätte.

Bey dem Exempel (182) hatte er ein Fernrohr ohngefähr von 9 Fuß (die genaue Brennweite wird erst im folgenden erwähnt) das Bild seines Gegenstandes fiel also mehr als einen Zoll über der den Brennpunct hinaus. Er fand für dasselbe 49, 30 Umdrehungen. Eben soviel sagt er, gehören dem Bilde des Mondes, wenn derselbe auch 31′ zum Durchmesser hat.

219. Da dieses mit (200) nicht übereinstimt, so versuchte ich auf verschiedene Art Fehler in meinen Schlüssen zu entdecken, oder sie mit Hr. d. l. L. Satze zu vereinigen.

220. Wenn man annimmt ein einziger Gegenstand, mache durch ein Glas nur ein einziges Bild, so ist beydes unmöglich.

Von mehrern Bildern will ich nachgehends reden, wenn ich zuvor erinnert habe, daß Hr. de la Lande gleich darauf 2023 I. Aufl 2531; II. von dem Falle redet, wenn des Gegenstandes Entfernung gar zu klein wäre, das Bild also so weit vom Brennpuncte abstünde, daß man das Ocular nicht da könnte stehn lassen, wo es für entfernte Sachen steht, sondern zurückziehen müßte.

221. Das Mikrometer, rückt er ebenfalls, an den Ort wo das Bild ist. Wie er sich davon versichert daß es da steht, lehret er nicht; vermuthlich wie ich (190) angezeigt habe, oder, wie in der VI. Abh. 35. In so fern man nicht das für eine zulängliche Versicherung annehmen will daß man Mikrometer u. Bild zugleich deutlich sieht.

222. Nun schließt er: wie die Weite vom Gegenstande bis an das Mikrometer, zur Weite vom Gegenstande bis an das Objectiv, so verhält sich der Abstand des Mikrometers vom Objective, zur Brennweite des Objectivs.

Das ist, weil das Mikrometer am Orte des Bildes steht, in meinen Zeichen:

$$b + CQ : b = CQ : CK;$$

welches allerdings richtig ist, weil $CQ = \frac{b.l}{b-l}$

223. Ferner heißt sein Ausdruck in meine Zeichen übersetzt $b + CQ : b = g : \frac{g.b}{b + CQ}$ welches vierte Glied, die Zahl der Umdrehungen ist, die einem Gegenstande von gleicher scheinbaren Grösse gehört, dessen Bild an den Ort des Brennpuncts fällt.

Das giebt also mit (199) völlig einerley.

224. Hr. de la L. Vorschrift ist also von meiner nur in zwey Dingen unterschieden.

Er rückt das Mikrometer an den Ort des Bildes.

Das ist allerdings nöthig wenn das Bild so weit vom Brennpuncte fällt, daß das Mikrometer an seiner gewöhnlichen Stelle gelassen, undeutlich erscheinen würde.

225. Ferner berechnet Hr. de l. L. des Objectivs Brennweite aus dem Abstande des Mikrometers vom Objective.

Ich sollte glauben es wäre natürlicher, des Objectivs

jectivs Brennweite zuvor gesucht zu haben. Das ist bey einem Glase welches man immer brauchen und daher genau kennen will, doch wohl nicht unnöthig. Man kann auch in dieser Absicht unterschiedliche Versuche anstellen, allenfalls wenn sich zwischen ihnen kleine Unterschiede geben, ein Mittel nehmen.

Und aus dieser so zuverlässig gefundenen Brennweite, liesse sich berechnen, wo das Bild einer nahen Sache steht.

Das wäre ohne Zweifel sichererer, als aus dem Abstande dieses Bildes die Brennweite zu berechnen, denn da muß man die Stelle des Mikrometers für die Stelle des Bildes annehmen, kann sich dabey vielleicht um eine Kleinigkeit irren, und hat nur eine einzige Erfahrung statt vieler mit unendlich entfernten Gegenständen, aus deren jeder man sonst die Brennweite schliessen könnte, und bey jeder, nur eine Abmessung brauchte wie weit das Bild vom Objective fällt. Bey dieser einzigen Erfahrung aber, ist auser der erwähnten Abmessung noch eine nöthig, vom Objective bis an den Gegenstand. Und man berechnet bekanntermassen was Unbekanntes, immer mit desto geringerer Gefahr zu irren, je weniger Gröſſen man dazu abzumessen nöthig hat.

226. Hr. de la Lande braucht hie eben das Exempel dessen er sich vorhin bedient hatte. (218) Er nimmt die Weite des Bildes oder des Mikrometers vom Objective 9 Fuß = 1296 Linien an; daraus, und aus der Weite des Gegenstandes (182)

be=

berechnet er die Brennweite 1283,4 Linien. (222).
Die Zahl der Umdrehungen, welche dem Bilde einer unendlich entfernten Sache von gleicher scheinbaren Grösse gehörten, giebt er nicht an, aber aus seiner Regel (223) folgt sie 48, 82

227. Ob nun diese Zahl, oder 49, 30 (218) für ein solches Bild im Brennpuncte sollen angenommen werden darüber erklärt sich Hr. de la Lande nicht.

228. Ich glaube, wenn das Bild weit vom Brennpuncte fällt, wird man immer, aus der Zahl der Umdrehungen die ihm zugehören, nur mit einiger Unsicherheit berechnen wie viel Umdrehungen dem Bilde einer unendlich entfernten Sache zugehören; denn diese Berechnung gründet sich auf unterschiedene Umstände bey deren jedem man einen kleinen Fehler begehen kann.

229. Daß man also einen Gegenstand von bekannter wahren Grösse und Entfernung brauche, daraus den Werth der Umdrehungen zu bestimmen, das würde ich nicht anders rathen, als wenn man den Gegenstand so weit entfernen kann, daß sein Bild ziemlich nahe bey dem Brennpuncte fällt.

230. Ich war mit der Erfahrung (202) nicht recht zufrieden, weil ich dachte, der Gegenstand hätte entfernter seyn sollen;

Hr. d. l. L. aber, hat sich bey einem grössern Fernrohre, mit einem nähern Gegenstande befriediget. (182)

Uebrigens wird man in Smiths Lehrbegriffe der

der Optik III. B. 8 Cap. 140; 141; §. meiner Ausg. finden, daß Molyneux in s. Dioptrik ein solches Verfahren wie Hr. de la Lande seins (218) lehrt, Smith aber als eine Verbesserung so was wie das zweyte Verfahren Hr. d. l. L. (221) vorschlägt. Wie es scheint, versteht Smith des Molyneux Verfahren so, daß der Gegenstand sehr weit weg ist, und sein Bild nicht beträchtlich über den Brennpunct hinaus macht.

Hr. le Monier der Sohn Mem. de l'Acad. des Sc. 1748; 389 S. hält bey einem Fernrohre von 86, 38 Zoll Brennwrite, von dem der Gegenstand 13263 Zoll war, für ziemlich gleichgültig, ob man das Mikrometer im Brennpuncte lassen, oder an die Stelle des Bildes von diesem Gegenstande bringen will, welche über den Brennpunct wie er angiebt 0,5663 Zoll (meine Rechnung giebt mir 0,57238) hinaus liegt.

## Bey dem bisherigen, die Bemerkung angebracht, daß ein Gegenstand mehrere Bilder macht.

231. Dieses geschieht, weil jeder Lichtstrahl aus Theilen von unterschiedener Brechbarkeit besteht. (Dioptr. 51) Weil nun ohne Zweifel die sieben newtonischen Farben, nur die sind, welche unsere Empfindung merklich von einander unterscheidet, und zwischen ihnen andere Farben liegen werden, durch welche der Uebergang aus jeder jener sieben

in

in die nächste durch uns unempfindliche Stufen geschieht, so kann man eigentlich eine grosse Menge Bilder, vom rothen, das vom Glase am weitesten absteht, nach dem Glase zu, bis zum violetten annehmen. Das bisher allein erwähnte Bild, entsteht von den Strahlen die die mittlere Brechbarkeit habe, und hat vor und hinter sich die andern.

232. Nachdem nun das Ocularglas weiter hineingeschoben, oder herausgezogen wird, das Auge mehr oder weniger kurzsichtig ist u. s. w. nachdem wird man dieses oder jenes von diesen Bildern sehn.

## Man sieht ein ander Bild nachdem man das Ocularglas anders stellt.

233. Bouguer hat sich hievon folgendergestalt überzeugt. (Figure de la terre; IIII. Sect. art 39.) Durch ein Fernrohr das mit einem Mikrometer mit Fäden versehen war, betrachtete er einen Stern. Bey der gehörigen Stellung des Oculars, mußte sich der Stern, (seine Bewegung beyseite gesetzt) immer an einer Stelle des Mikrometers zeigen, wie man auch das Auge hinter dem Oculare in einer Ebene senkrecht auf die Axe des Fernrohrs verrückte.

234 Nun schob B. das Ocular so weit hinein als möglich war, ohne undeutlich zu sehn. Wenn er alsdenn das Auge auf die vorerwähnte Art verrückte, so zeigte sich der Stern bald an der, bald an jener Stelle des Mikrometers. Folglich fiel die-

dieses sein Bild, das man bey der jezigen Stellung des Oculars sahe, nicht auf die Mikrometerfäden.

235 Und also sahe man durch das hineingeschobene Ocular, ein anderes Bild, als durch das Ocular wenn dieses Glas in seiner gewöhnlichen Stellung blieb.

236. Es ist leicht zu erachten, daß dieses andere Bild ohngefähr eben so weit von dem hineingeschobenen Oculare war, als das erste von dem nicht hineingeschobenen, daß es folglich zwischen dem Mikrometer und Objective lag.

237. B. giebt auch an, wie er sich verhalten, dieses Bildes Abstand vom Mikrometer zu finden.

In der 12 Fig. sey AB, das Objectiv, MR das hineingeschobene Ocular, das Mikrometer bey K; der Stern zeigte sich bey I oder H, nachdem das Auge bey N oder L war.

238. C sey das andere Bild. B. sagt er habe den Winkel der äussersten gebrochnen Strahlen $ACB = 2° 30'$ gefunden.

239: Der Unterschied beyder Stellen IH betrug 13″. Aus der Beschaffenheit seines Mikrometers wußte B wie groß die gerade Linie IH war, die auf dem Mikrometer diesen 13″ zugehörte.

240. Aus dieser geraden Linie und dem Winkel $ICH = ACH$; fand er CI oder CH, ohngefähr eine halbe Linie, oder ein wenig länger.

Das Fernrohr war $2\frac{1}{2}$ Fuß lang.

241. Wie B. den Winkel (238) gefunden sagt

er nicht. Ich stelle mir vor er hat statt OC die Brennweite genommen, und die Oeffnung des Objectivs = AB gemessen. Das Dreyeck ACB wird dürfen für gleichschenklicht angenommen werden, wenn auch C etwas auser der Axe fiele wie in B. Figur gezeichnet ist.

B V M R A O

---

242 Es sey B das Objectiv, M der Brennpunct für Strahlen von mittlerer Brechbarkeit, und also die Stelle des Mikrometers, V, R, ein paar Bilder von andern als mittlern Strahlen. (241) A das Ocular, O das Auge.

243 Wie man den Abstand der Bilder berechnet habe ich in Smiths Lehrbegriffe der Optik, in der analytischen Dioptrik 1. Cap. 6. Satz gewiesen, ingleichen in den Zugaben bey der zweyten Auflage meiner Anfangsgründe der angewandten Mathematik.

244. Wenn das Ocular nicht soll verrückt werden, so sieht der kurzsichtige, das Bild R deutlicher als M; der Weitsichtige aber V deutlicher als M. Jener wird also das Mikrometer nach R rücken, dieser nach V.

Das drückt B. a. O. 37; so aus: der kurzsichtige verlängere das Fernrohr in Absicht auf das Objectiv, der Weitsichtige verkürze es, und jeder thue also in Absicht auf das Objectiv, das Gegentheil von dem, was er sonst in Absicht auf das Ocular zu thun gewohnt ist.

Das ist richtig, wenn beyde das Ocular an einer

ner Stelle lassen. Wenn sich aber jeder das Ocular schiebt, daß er M deutlich sieht, so wird wohl diese Erinnerung wegfallen.

245. Man könnte also Hr. de la Lande Vorschrift (217) gegen meine Einwendung (219) vielleicht folgendergestalt rechtfertigen.

Das Mikrometer steht im Brennpuncte der Strahlen von mittlerer Brechbarkeit.

Das Bild einer nicht unendlich entfernten Sache, das von eben solchen Strahlen gemacht wird, steht zwischen dem Brennpuncte und Ocular.

Dieses Bild wird nicht deutlich gesehn, wenn das Mikrometer deutlich gesehen wird, und vermuthlich richtet sich das Auge ein das Mikrometer deutlich zu sehen.

Unter den andern Bildern aber, welche durch Strahlen von grösserer Brechbarkeit gemacht werden, wird wohl eines in die Stelle fallen wo das Mikrometer steht.

Dieses Bild wird also mit dem Mikrometer, vom Auge deutlich gesehen, und also gemessen.

Folglich mißt das Auge ein Bild, das sich auf dem Mikrometer befindet, nicht eines das zwischen dem Mikrometer und Oculare liegt.

246 Ich weiß gleichwohl nicht, ob diese Rechtfertigung, des Hr. d. l. L. Gedanken gemäß seyn würde, denn er sagt ausdrücklich: "Bey einer Brennweite von 9 Fuß, kann man das Bild deutlich sehen, das einen Zoll vom wahren Brennpuncte absteht." Also mißt er ein Bild das zwischen

dem Mikrometer und dem Oculare steht, nicht eines das sich auf dem Mikrometer befindet.

247. Hr. d. l. L. sagt Astr. 2022. I. Ausg. 2530; II. "Obgleich das Bild sehr deutlich ist, so vermindert sich doch immer das Maaß der Theile des Mikrometers, wenn man das Oculargas tiefer hinein schiebt, denn das Bild, etwas näher beym Objective genommen, ist nothwendig etwas kleiner."

Also setzt Hr. d. l. L. zum voraus: Wenn man das Ocular tiefer hineinschiebt, so sehe man ein Bild das näher beym Objective ist.

Dieses Bild kann also nicht das seyn das die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit machen. Dasselbe bleibt an seiner Stelle, wenn wie hier der Gegenstand an seiner Stelle bleibt.

Dieses kleinere Bild wird also von Strahlen gemacht, die sich stärker brechen als die mittlern.

Und so setzt also Hr. d. l. L. zum voraus, nachdem man das Ocular verrückt sehe man Bilder von Strahlen die unterschiedene Brechbarkeit haben.

Ich widerspreche dieser Vorausseßung nicht gänzlich, ich werde vielmehr unten (404) eine Erfahrung dafür anführen.

In so fern sie aber nicht auf Erfahrung gegründet ist, sondern etwa daraus folgen soll; daß das Bild welches die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit machen, nicht mehr deutlich gesehen würde wenn man das Ocular tiefer hineinschiebt, würde ich erinnern, daß dieses Bild, für eine Sache

angenommen, doch immer noch deutlich genug könnte gesehen werden wenn ihm gleich das Glas etwas zu nahe wäre, weil die Gränzen des deutlichen Sehens nicht ganz scharf bestimmt sind. Also könnte das Bild welches man bey hineingeschobenen Glase deutlich sieht, noch immer dieses, der Strahlen von mittlerer Brechbarkeit seyn, blos die Erfahrung müßte entscheiden, ob es ein anderes ist.

Entscheidet die Erfahrung für das andere, so muß man freylich aus dieses Bildes Abstande vom Objective, die Brennweite des Objectivs, für die Strahlen welche dieses Bild machen berechnen, denn sie wird nicht die Brennweite für mittlere Strahlen seyn.

Und so fiele ein Theil von dem weg was ich (225) gegen Hr. d. l. L. eingewandt habe. Daß aber diese Berechnung beschwerlich und unsicher seyn würde, bleibt doch noch wahr.

248. Hr. d. l. L. erwähnt auch die Bilder die durch Strahlen von unterschiedener Brechbarkeit entstehen, u. Bouguers hier angeführte Erinnerungen. Das Verfahren 221 u. f. erklärt er besonders bey achromatischen Fernröhren für nöthig, "weil, ihr Brennpunct, sich nicht so weit längst der Axe hin erstreckt, als bey einfachen Fernröhren." Das kann die Bedeutung haben, daß achromatische Objective, weil sie die Wirkungen der unterschiedenen Brechbarkeit mindern, nicht so viel von einander entfernte Bilder machen, als die gemeinen.

249. Man muß beym Hr. de la Lande selbst

nachsehen wie seine Sätze zusammenhängen. Das was ich aus ihm angeführt habe, wird meine Vorschrift (200) desto weniger unsicher machen, je entlegener der Gegenstand ist, den man braucht. Und daß man diesen Gegenstand so entfernt als möglich ist nimmt, wird man doch wohl rathsam finden.

## Unvollkommenheiten des Kirchischen Mikrometers.

250 Gottfried Kirch ein Astronome der sich zu Berlin aufgehalten, hat dieses Mikrometer 1679 ausgedacht, und zuerst in seinem 1696 herausgegebenen Calender bekannt gemacht.

Er wollte ein Werkzeug haben, das jeder mässig geschickte Arbeiter leicht machen könnte, und das also wohlfeil zu haben wäre.

Diese ökonomische Ueberlegung hat der deutsche Astronome immer anstellen, Scharfsinnigkeit und Mühe anwenden müssen, wo dem ausländischen durch kostbarere Werkzeuge mehr Bequemlichkeiten verschafft werden. Mayern kam, Mühe und Geschicklichkeit ungerechnet, sein Mikrometer noch wohlfeiler als das kirchische.

Und so ist das kirchische Mikrometer allemahl so vollkommen, als man ein Mikrometer für den Preiß verlangen kann.

Weiten der Sterne von einander zu messen, zieht Hr. Euler es allen künstlichern vor Mem. de l'Ac.

l'Ac. de Prusse 1748. pag. 121. Nur räth er, die Schrauben in Spitzen zu endigen, an denen man die Sterne genau wahrnehmen kann.

251. Man kann mit diesem Mikrometer nur eine Linie nach ihrer Richtung messen; also läßt es sich wohl nicht brauchen, Abweichungen u. Rectascensionen von zween Sternen mit einander zu vergleichen. (10. . 13.)

Bey Finsternissen der Sonne oder des Mondes, kann man damit Sehnen des verfinsterten Theils messen, weiß man nun die scheinbaren Grössen der Körper selbst, so giebt sich hieraus die Grösse der Verfinsterung, wozu Herr Reccard Anweisung gegeben hat; Abhandlung von der grossen Sonnenfinsterniß d. 1. April 1764; II. Theil 1. Abschnitt. Man s. auch seine: Beobachtungen der Sonnenfinsterniß 1764; 19 Seite.

Kirch schlug vor es sollten zweene Beobachter, jeder mit einem eignen Fernrohre und Mikrometer, einer Sehnen, der andere Perpendikel auf die Sehnen messen; oder einer, sollte dieß abgewechselt bewerkstelligen. Die Schwürigkeit, hieraus was Brauchbares herzuleiten, zeigt Hr. Nic. Popow; Method. obseruandi eclipses Luminarium. Comm. Nou. Ac. Petropolit. T. II. pag. 414.

252. Auch ist das beschwerlich, daß man bey jeder Messung die Schrauben beyde zusammendrehn, und die Umdrehungen zählen muß. Dieses erfodert Zeit, in der man was andres beobachten könnte, und es ist auch leicht sich zu verzählen.

## De la Hires Mikrometer.

253 De la Hire Mem. de l'Ac. des Sc. 1719 p. 57. ed. de Paris; braucht als Mikrometer einen Tasterzirkel mit ein paar langen geraden Schenkeln die sich um eben den Kopf drehn. Die krummen befinden sich da wo das Mikrometer hin gehört, die geraden ragen durch eine Oeffnnng des Fernrohrs heraus. So mißt er Durchmesser von Planeten, Chorden bey Sonnenfinsternissen u. s. w.

Ich finde nicht daß dieses Werkzeug in Gebrauch gekommen ist. Ihm wäre auch allemahl das kirchische Mikrometer vorzuziehn.

## Hevels, Heckers, Balthasars, Römers, Mikrometer.

254. Hecker, ein Danziger Patricius, hat ein Mikrometer unter Ueberbleibsaalen von Hevelischen Werkzeugen gefunden, und in den leipziger Actis Eruditor. 1708; M. Mart. beschrieben, auch einiges daran verbessert. Man findet es auch in Balthasars Microimetria cap. 3. §. 21

Es hat parallele Fäden, deren Weiten von einander sich vermittelst Schrauben ändern, und so das Bild sich zwischen sie fassen läßt. Hecker hat dergleichen Fäden mehrere beygefügt, um Bilder von unterschiedener Grösse bequem zu messen, auch einen Querfaden, auf jene senkrecht, und eine Vorrichtung welche angiebt um wieviel Umdrehungen die

die Fäden von einander abstehen, damit man nicht genöthiget ist sie allemahl bis zur Berührung zusammen zu drehen. (252)

Im Wesentlichen, ist dieses Mikrometer einerley mit dem, welches man izo gewöhnlich braucht, und daher will ich von jenem nicht weitläuftiger reden.

255. Balthasar hat auch ein Mikrometer angegeben Micrometria cap. III. Es hat Schrauben aber keine Fäden. Mir ist nicht bekannt daß es in Gebrauch gekommen wäre, B. selbst hat sich desselben bedient.

Römers Mikrometer, beschreibt Horrebows Basis Astronomiae cap. 13. Es hat auch parallele Fäden, davon einer nach Gefallen kann von dem andern entfernt, oder solchem genähert werden. Einen Faden welcher die parallelen senkrecht durchschneidet, findet man in Römers Beschreibung und Figuren nicht, es sey nun daß R. damahls an den Gebrauch eines solchen Fadens nicht gedacht, weil er zur ersten Absicht seines Mikrometers nur gehabt Durchmesser der Planeten zu messen, oder daß er diesen Querfaden, so wenig anzuzeigen für nöthig befunden, als andere Dinge die er auch nicht umständlich angegeben hat.

Römers Aufsatz von seinem Mikrometer, ist wie Horrebow bemerkt, zu Paris um 1676 verfaßt. Es ist von ihm u. Picard der R. Freund war, auf der Pariser Sternwarte gebraucht worden. De la Hire nennt in den Mem. der Pariser Akademie,

bey einer Nachricht von diesen Mikrometern, nur Picards Nahmen. Horrebow giebt de la Hire Schuld derselbe habe bey aller Gelegenheit Römers Lob zu vermindern gesucht.

Uebrigens ist das izo gewöhnliche Mikrometer (unten 256) von dem römerischen kaum in kleinen Nebenumständen unterschieden, den angezeigten Quersaden beyseite gesetzt.

## Das gewöhnliche Mikrometer.

256. Wegen desselben Beschreibung und Abbildung kann ich auf Smiths vollständigen Lehrbegriff der Optik 3. B. 8 Cap. 135 u. f. §. verweisen.

Das wesentliche davon, sind zweene parallele Fäden GH; IK 13 Fig. die Smith als metallene Platten angiebt, und ein Faden B E. senkrecht auf jene.

Von den beyden parallelen bleibt GH unbeweglich, aber IK läßt sich vermittelst einer Schraube, ihm nähern oder von ihm entfernen.

257. Wieviel Umdrehungen der Schraube LM der jedesmahlige Abstand der Fäden beträgt, braucht man nicht, wie beym kirchischen Mikrometer so zu erfahren daß man die Fäden zusammen bringt, sondern es wird durch Zahlen auf einer besondern Platte, wie man beym Smith findet angezeigt.

258. Es versteht sich, daß man bey dem Mikrometer welches man in Händen hat, zur Probe

die Fäden an einander bringen, und nachdem untersuchen muß ob die Zahlen auf der Platte richtig anzeigen um wieviel Umdrehungen man die Fäden von einander entfernt hat.

259. Der Werth der Umdrehungen in Bogentheilen, wird nach den vorhin gegebenen Lehren bestimmt. (152)

260. Gewöhnlich sind in der Länge eines englischen Zolls 40 Schraubengänge, und vermittelst einer Weiserplatte wie (144) wird eine Umdrehung in 40 auf der Platte bezeichnete Theile getheilt, die man gar leicht in kleinere Theile theilen kann.

Die (151) angezeigte Unbequemlichkeit ist hie vermieden, der Weiser dreht sich gleich über der Platte ohne seine Entfernung von ihr zu ändern.

261. Weil die Fäden parallel sind so fällt zwischen sie wenn sie eine gegebene Stelluug haben, überall einerley Grösse, und was man also mit ihrem Abstande messen will, muß eben nicht auf LM befindlich seyn, sondern kann sich anderswo, nur von einem Faden zum andern erstrecken.

262. Das versteht sich aber daß die Grösse die der Abstand der Fäden mißt, der Linie BE parallel ist.

Wenn man den Werth der Umdrehungen nach (171) bestimmen wollte, so wäre es nicht genug, die Zeit zu beobachten in der ein Stern aus IK in GH kömmt. Der Stern müßte wirklich an ML hinstreichen, oder dieser Faden müßte doch der

täg-

täglichen Bewegung parallel stehen, daß, ihm parallel, der Stern aus einem jener beyden in den andern ginge.

## Gebrauch dieses Mikrometers, Unterschiede von Rectascensionen und Abweichungen zu finden.

263. Man stellt es so, daß ein Stern am unbeweglichen Faden HG hinstreicht, und bemerkt die Zeit wenn er in L ist. Nun bleibt Alles so stehen.

Wenn man den andern Stern ins Fernrohr eintreten sind, nähert oder entfernt man den beweglichen Faden so lange, bis dieser andre Stern an ihm nach KI hinstreicht.

Weil der andre Stern sich dem Faden HG parallel bewegt, so erreicht man die angezeigte Absicht, nur durch Näherung oder Entfernung des beweglichen Fadens, ohne was Anders zu verrücken.

Folglich ist LM der Unterschied der Abweichungen.

Man hat auch die Zeit bemerkt, wenn der andere Stern in M war. Diese mit der verglichen, wenn der erste in L war, giebt den Unterschied der Rectascensionen.

## Wenn die Fäden nicht der täglichen Bewegung parallel sind.

264. Ein Stern dessen Abweichung = δ gehe durch

durch SV 14 Fig. in einer Zeit die dem Bogen $\alpha$ gehört; Also ist $SV = \alpha . \cos \delta$

Man hat auch bemerkt wenn er sich in S und V befand.

265 Ein Stern dessen Abweichung wenig von jenes seiner unterschieden seyn muß; gehe, da übrigens Alles unverrückt bleibt, durch

| | | |
|---|---|---|
| PR in einer Zeit die dem Bogen | a | gehört |
| PQ | b | |
| QR | c | |

wo $a = b + c$

Die Zeiten der Antritte an P, Q, R, sind auch bemerkt worden.

266. Der Abstand der Fäden ML ist dem Bogen $= \zeta$ gleich.

267. Hieraus findet sich $MQ = \frac{PQ . ML}{PR}$

$= \frac{b . \zeta}{a}$; $QL = \frac{c . \zeta}{a}$

268. Nur zu der Absicht diese Grössen zu berechnen, hat man nicht nöthig, die Zeiten welche man beobachtet hat in Bogen zu verwandeln. Denn diese Bogen würden sich doch wie ihre Zeiten verhalten, und also kömmt einerley Quotient heraus, man mag mit einander ein paar solche Bogen dividiren, oder die ihnen zugehörigen Zeiten.

269. Man verstehe also unter a, b, c; die Menge von Secunden der Uhr, welche der Stern brauchte, durch PR, PQ, QR, zu kommen, so geben sich MQ, QL; ebenfalls nach (267).

270.

270. Wenn dergleichen Bogen, deren jeder aus einer beobachteten Zeit müßte gefunden werden, multiplicirt den Zähler eines Bruchs geben, geben, und eben soviel solche Bogen mit einander multiplicirt, den Nenner, so darf man nur statt jedes Bogens die Zeit setzen, aus der man ihn berechnen sollte.

271. Sind aber dieser Factoren nicht gleichviel im Zähler und Nenner; oder kömmt im Bruche ein Bogen vor der unmittelbar gegeben ist, nicht erst aus Zeit soll berechnet werden, so kann man die Verwandlung der Zeit in Bogen, nicht ganz ersparen.

272. Der Winkel den die parallelen Fäden mit der täglichen Bewegung machen, MPQ $=$ PRL $=$ LSV heisse $\theta$;

273. So ist $\frac{MQ}{PQ} = \sin\theta = \frac{\zeta}{a.\cos\delta}$

Wo man den Bogen a muß berechnet haben (271)

274 Man ziehe QT senkrecht auf SV; dieses ist der Unterschied der Abweichungen;

275 Und wenn man die Zeit berechnen kann, die der Stern (264) gebraucht hat durch ST zu gehen, so weiß man den Unterschied der Zeiten, wenn er in $\Gamma$, und der (265) in Q gewesen ist; also die Unterschiede ihrer Rectascensionen.

276 Nun ist $VL = SV.\sin\theta = \frac{\alpha\zeta}{a}$; und

(267) $QV = \frac{(c+\alpha).\zeta}{a}$

Wo

Wo man statt c, $\alpha$, a, nur die Zeiten brauchen darf aus denen diese Bogen müssen gefunden werden.

277. Also der Unterschied der Abweichungen

$$QT = \frac{c+\alpha}{a} . \zeta . \text{col } \theta$$

278. Ferner; $ST = SV - VT$

$$= \alpha . \text{col } \delta - \frac{(c+\alpha)}{a} . \zeta . \text{lin } \theta$$

279. Aus der Verhältniß SV : ST; läßt sich also berechnen, wenn der Stern in T gewesen ist (264) Diese Zeit, mit der verglichen, wenn der andere in Q war (265) giebt den Unterschied der Rectascensionen.

280. Welcher von beyden Sternen dem Nordpole näher ist, weiß man aus der Bemerkung ob PR oder SV dem Nordpole näher sind, welches der Augenschein bey der Beobachtung zeigt.

281. Käme der andere Stern eher in QT als in S; so würde der Werth von ST (278) verneint.

282. Wenn die parallelen Fäden der täglichen Bewegung parallel stehn, so muß $\theta = o$ seyn (272) also $a = \infty$ (273) Nähmlich der Stern der in P erscheint kömmt nie in den Faden HG.

PQ bleibt endlich, aber QR wird unendlich, um das endliche Stück PQ, vom Unendlichen PR unterschieden.

283 Also wird in (277) $QT = \zeta$ und in (278) $ST = a . \text{col } \delta$; Beydes wie gehörig.

284. Aber P, S, sind keine Puncte die auf den

Fäden mit gewissen Merkmahlen bezeichnet wären; Wenn also die Sterne an den Fäden selbst hinstreichen, kan P jeden Punct des Fadens KI bedeuten, und S jeden des Fadens HG. Oder: man kann nicht einen gewissen Augenblick angeben wenn ein Stern in P oder in S war.

285. Ein solcher Augenblick läßt sich nur dadurch angeben, daß man einen Stern izo hinter dem Faden sieht, und gleich darauf nicht mehr dahinter. Wie nun der Stern, stets hinter dem Faden bleibt, wenn der Faden der täglichen Bewegung parallel ist, so wird er nicht so gar schnell hinter dem Faden hervorkommen, wenn der Faden der täglichen Bewegung beynahe parallel ist. Alsdenn nähmlich, sind des Sterns scheinbarer Weg und der Faden, ein paar Linien die einen kleinen Winkel mit einander machen.

286. Bekanntermassen ist der Durchschnittspunct von ein paar solchen Linien nicht recht genau wahrzunehmen.

Das heißt: Man wird den Augenblick nicht recht genau angeben können, wenn der Stern hinter dem Faden war. Es wird nur nach Verlauf einiger Zeit merklich werden, daß er nicht dahinter bleibt.

287. Weil nun das vorhergehende Verfahren die Augenblicke wenn die Sterne in P, Q, S, sind genau erfodert, so ist es nicht sicher wenn die Fäden beynahe der täglichen Bewegung parallel stehen, sicherer wenn sie weit von ihr abweichen.

288. Im ersten dieser Fälle wird sich auch der Stern aus P der Linie HG so langsam nähern, daß er vielleicht solche, innerhalb des Feldes das man durchs Fernrohr übersieht, nicht erreicht.

289. Im zweyten, kann V ausser dem Felde des Fernrohrs fallen.

290. Könnte man den Stern (264) auch im Faden KI bey O sehn, und doch auch bey V; so möchte nun eine zweyte Bedeutung für $\alpha$; der Bogen seyn, welcher der Zeit durch OV gehört. Das Uebrige blieb alles, und so hätte man für jeden Unterschied, den der Abweichungen (277) den der Rectascensionen (278) einen zweyten Werth, der freylich mit jedem ersten einerley seyn müßte. Man hätte also eine Probe, ob man richtig beobachtet habe, wenn die Werthe gehörig mit einander übereinstimmen.

291. Weil $OS = PR$, und beyder Sterne Abweichung wenig unterschieden ist, wird die Zeit durch OS, der durch PR gleich seyn.

292. Hätte man nur die Antritte bey O und S, an die beyden parallelen Fäden beobachtet, aber nicht den bey V an den senkrechten Faden, so liesse sich dadurch allein, die Lage der Sterne gegen einander nicht bestimmen.

293. Man hätte alsdenn, aus dem Dreyecke RQN; $RN = c.\,cos\delta.\,sec\,\theta$; $QN = c.\,cos\delta.\,tang\,\theta$

Wenn $PO = RS = x$ heißt; so ist $NS = x - RN$, und im Dreyecke NST weiß man die Winkel, also die Verhältnisse der Seiten.

Folglich fände man NT, ST, wenn man x wüßte. Aber dieses ist unbekannt.

294. Ein Mittel diese unbekannte Grösse allemahl bey der Beobachtung zu finden, wäre, noch einen Faden mit EB parallel aber beweglich zu haben, dessen jedesmalige Weite von EB eben so bekannt seyn müßte, wie die jedesmalige Weite der Fäden GH, IK.

Dadurch würde aber das Mikrometer vielmehr zusammengesetzt, ohne daß eben seine Brauchbarkeit sehr vermehrt würde.

Ein Gitter (31) könnte allenfalls hiebey dienen. Dabey aber die Bedenklichkeit (44) vorkömmt.

Wie man das Mikrometer zur angezeigten Absicht brauchen soll, wenn die Fäden der täglichen Bewegung nicht parallel stehen lehrt de la Hire Mem. de l'Ac. de Sc. 1701; p. 100; ed. de Paris. Sein Verfahren wird im wesentlichen mit dem einerley seyn, das ich wie mir mein Nachdenken es gegeben hat, vorhin vorgetragen, und auf bequeme Formeln zur Rechnung gebracht habe, dergleichen zu de la Hires Zeiten noch nicht gewöhnlich waren.

Das Verfahren, wenn die Fäden der täglichen Bewegung parallel stehn, lehrt de la Hire erst nach dem jezt erwähnten, und erinnert, es sey nicht gar zu leicht, sie so zu stellen.

# Noch einige Nachricht von der Vorrichtung zum Gebrauche dieses Mikrometers.

295. Weil Smith nicht abgebildet hat wie das Mikrometer so angebracht wird, daß man es bequem in einer Ebene senkrecht auf die Axe des Fernrohrs drehen kann, so wird dienlich seyn die Vorrichtung dazu zu beschreiben, die sich an einem Fernrohre auf hiesiger Sternwarte befindet. Hr. de la Lande hat sie auch beschrieben, und ich bediene mich seiner Abbildung.

296 AA ist ein kurzes messingenes Rohr, so weit daß es genau in die Röhre des Fernrohrs paßt. In der Röhre des Fernrohrs befindet sich nur das Objectiv, und dieses Rohr mit seinem Zubehöre das ich beschreiben will, trägt das Ocular und das Mikrometer. Man könnte daher diese ganze Maschine, den **Mikrometerhalter** nennen.

297. Das Rohr hat an seinem hintersten Ende, senkrecht auf seine Axe, eine viereckichte messingene Platte FBB; in der Mitte, für die Oeffnung des Rohrs durchlöchert.

Dieser Platte Breite BB ist so groß, daß die Breite des Mikrometers dazwischen paßt, und das Mikrometer also seiner Länge nach zwischen BF und die dieser gegenüberstehende Seite der Platte kann eingeschoben werden.

Zu dieser Absicht, hat die Platte bey BF sowohl, als an der gegenüberstehenden Seite eine Nuth,

und zwischen diesen Ruthen wird das Mikrometer gehalten.

298. Bey C sieht man Arme auf die Platte senkrecht befestiget.

299 DD ist eine Querplatte die in der Mitte eine runde Oeffnung hat, inwendig mit einer Schraubenmutter versehn.

300. NE die Fassung des Ocularglases, das Glas selbst befindet sich bey N in einem Ringe, der am Umkreise eine Schraube hat welche in die Stelle bey M paßt. E ist die Stelle des Auges.

301. So wird das Glas mit dem Ringe bey N, in M geschraubt. Und wenn nun das Rohr AA in die Röhre welche das Objectiv enthält gesteckt wird, so hat man ein gewöhnliches Fernrohr.

302. Das Querstück DD hat bey D und D, winkelrecht Stücken Messing, und die Arme C, C, haben längsthin Einschnitte, in denen sich die genannten winkelrechten Stücken Messing verschieben, und in jeder Stelle durch Schrauben befestigen lassen. So kann man DD näher an die Platte BF oder weiter davon bringen, nachdem man ein kürzeres oder längeres Ocular braucht.

303. Wird nun das Glas nach (301) eingeschraubt, und das Mikrometer nach (207) eingeschoben, so ist das Bild der Sache in der Ebene der Fäden des Mikrometers, und so lassen sich die gewöhnlichen Verrichtungen mit dem Mikrometer bewerkstelligen.

Man kann das ganze Rohr AA, mit Allem

was es enthält, um die Axe des Fernrohrs drehen, und so den Fäden eine gewisse verlangte Stellung geben.

Smith beschreibt eine Vorrichtung die Platte des Mikrometers welche die Fäden enthält, zu drehen, indem das Uebrige stehen bleibt. Bradley hat solche angegeben. An einem alten Mikrometer das Heveln gehört hat, hat Hr. de la Lande auch so was gesehn. Astron. 1878. I. Aufl. 2364 II;

304 Das Rohr A A wird in dem Rohre welches das Objectiv enthält, nur durch die Friction gehalten, und weil Ocular mit seiner Fassung, und Mikrometer, zusammen ein ziemliches Gewicht haben, so muß man darauf acht geben daß diese ganze Vorrichtung nicht etwa aus dem Rohre des Objectivs heraus rutscht, zumahl wenn der Gegenstand nach dem man sieht hoch steht. Dieser kleinen Unbequemlichkeit, ließ sich leicht, etwa durch Schrauben abhelfen.

## Von der Erleuchtung der Mikrometerfäden.

305 Wenn man Mikrometer bey Sternen gebrauchen will müssen die Fäden desselbigen sichtbar gemacht werden. Eine gewöhnliche Art hiezu ist diese:

Man stellt ein Blech oder eine mit weissen Papiere überzogene Pappe so vor das Vorderglas, daß ihre Ebene mit der Axe des Fernrohrs einen schiefen Winkel macht; In der Mitte hat sie ein

Loch durch welches die Sterne ihre Strahlen auf das Objectiv senden können.

Vor dem Fernrohre auf der andern Seite stellt man ein angezündetes Licht, so daß es nicht gerade zu auf das Objectiv scheint, sondern Strahlen von ihm, vom Bleche aufgefangen, und auf das Objectiv, ferner dadurch ins Rohr gesandt werden.

Daß man hiezu lieber eine Lampe in einer Laterne als ein Wachslicht im freyen wählen soll, wird jemand der es nicht a priori einsähe a posteriori lernen, wenn ihm die Luft die Flamme des Wachslichtes hin und her treibt oder gar auslöscht.

Die 295 u. f. beschriebene Vorrichtung, bringt das Mikrometer auser dem Fernrohre an desselben Ende an. Bey ihr also kann man ein Licht etwa seitwärts hinter sich setzen, und so die Fäden gerade zu erleuchten. Es entsteht aber dabey die Unbequemlichkeit daß die Seite der Fäden die dem Auge zugekehrt solchergestalt einen Glanz bekömmt, der durch Blenden beschwerlich seyn, und schwache Sterne unerkenntlich machen kann.

Hr. de la Lande Astron. XIV B. 2006 der I. Ausg 2512; II. räth man solle sich gewöhnen die Fäden ohne künstliche Erleuchtung zu erkennen. Hiezu wird erfodert daß das Auge für sehr schwaches Licht empfindlich ist. Man muß also dasjenige das man hiezu brauchen will ganz im dunkeln halten, nicht einmahl nach der Uhr damit sehen.

Beym Rautennetze und Dreyecke (89;132) kann man die Seiten der Figuren, statt Fäden zu brau-

brauchen, durch dünne Bleche angeben. Die Gränze des Bleches aber welche die Seite angiebt, muß sehr scharf seyn, damit die Seite als eine Linie kann angesehen werden und nicht sich in eine Fläche verwandelt, da bey unterschiedenen Stellungen des Auges Parallaxen entstehen würden.

## Bild das eine entlegene Sache durch zwey Gläser macht.

A B C D

306 Zwey Gläser, deren Brennweiten a, b, sind, stehen in A, B; ihre Entfernung ist = g. kleiner als AD; vor dem ersten befindet sich eine unendlich entlegene Sache, die durch beyde zusammen ihr Bild in C macht. Man sucht BC.

Des ersten Glases Brennpunct sey D; so bekömmt das zweyte Strahlen die nach D zu fahren;

also ist $BC = \frac{-BD.\ b}{-BD-b} = \frac{b.\ (a-g)}{a+b-g}$

$= b : \left(1 + \frac{b}{a-g}\right)$

Es versteht sich so, wenn B zwischen A u. D liegt, daß C näher als D bey B liegt, also auch näher bey A, oder daß beyde Gläser zusammen eine kürzere Brennweite geben als das vorderste allein.

Die Rechnung giebt BD—BC

oder $CD = \frac{(a-g)^2}{a+b-g}$

Um soviel fällt das Bild das beyde Gläser zusammen machen, näher bey A, als das vom vordersten Glase allein fiel.

307. Befänden sich die Gläser unmittelbar an einander, so läge das Bild hinter ihnen in der

Entfernung $\frac{a\ b}{a+b} = h$

Das könnte man ihren gemeinschaftlichen Brennpunct nennen.

308. Wie groß das Bild in C (306) ist läßt sich folgendergestalt berechnen.

Der Sache scheinbare Grösse sey $= \lambda$;

Ihr Bild in D, wie es vom ersten Objective allein gemacht würde, hätte zur wahren Grösse

a. tang $\lambda$

Zu diesem Bilde verhält sich das zweyte in C; wie sich zu einem Gegenstande ein Bild verhält, das von ihm entsteht. Also giebt die wahre Grösse des ersten Bildes, mit $\frac{BC}{BD}$ multiplicirt, des zweyten wahre Grösse.

309. Folglich ist des Bildes in C wahre Grösse $= \frac{a\ b}{a+b-g}$. tang $\lambda = k$

310. Ein einzelnes Glas, das ein Bild von eben der Grösse machen sollte, wie die beyden Gläser zusammen, müßte $\frac{a\ b}{a+b-g}$ zur Brennweite haben.

Das

Das könnte man, jenen beyden in der angenommenen Stellung, gleichgültig nennen.

311. Das Bild das beyde Gläser zusammen machen, ist am kleinsten, wenn sie an einander liegen, = h. tang λ (307)

Von dieser Grösse, wächst es bis ins Unendliche, indem der Abstand der Gläser, von o bis zur Summe ihrer Brennweiten wächst.

Der Ueberschuß jedes grössern Bildes über das kleinste, ist $\frac{k.g}{a+b-g}$

312. Wenn man, wie bisher geschehen ist, die Gläser beyde erhaben annimmt, und D hinter B, so erhellt daß ähnliche Theile der Bilder bey D u. bey C; auf einer Seite der Axe liegen; Nun ist das bey D verkehrt, also auch das bey C.

In diesem Falle ist der Nenner in 309 bejaht.

313. Stellt man aber die Gläser noch weiter von einander als die Summe ihrer Brennweiten beträgt, so fällt D zwischen A und B; und dieses erste Bild, welches verkehrt ist, giebt durchs zweyte Glas, ein zweytes Bild bey C das in Absicht seiner verkehrt steht, also in Absicht auf die Sache aufgerichtet; Oder zwey erhabene Gläser, in dieser Entfernung von einander, geben ein aufgerichtetes Bild.

314. In diesem Falle ist in 309; der Nenner verneint, also des zweyten Bildes wahre Grösse, des ersten seiner entgegen gesetzt, das heißt: das erste verkehrte, wird wieder umgekehrt.

Die Grösse (309) geht durchs Unendliche, (311) ins Entgegengesetzte.

315. Das hintere Glas sey ein Hohlglas, also bedeute b eine verneinte Grösse; aber doch so, daß a + b bejaht ist.

316. Ist dieser beyden Gläser Abstand so klein daß der Nenner in (309) bejaht ist, so ist die dortige wahre Grösse des Bildes bey C; der wahren Grösse dessen bey D entgegengesetzt, denn ihr Zähler ist verneint. Da nun das erste Bild allemahl verkehrt ist, so ist das zweyte aufgerichtet.

317. Sind aber diese beyden Gläser (315) so weit von einander entfernt, daß der Nenner in (309) verneint wird, so ist die wahre Grösse des zweyten Bildes, des ersten seiner nicht entgegengesetzt, und das zweyte ist verkehrt wie das erste.

## Helioskop.

318. Man zieht ein astronomisches oder holländisches Fernrohr, etwas weiter aus einander, als man es braucht dadurch zu sehn. Dieses richtet man gegen die Sonne, und fängt das Sonnenbild das so entsteht, mit einer Ebene, in einem dunkeln Orte auf, es sey nun daß man ein Zimmer zu dieser Absicht verfinstert, oder daß man nur das Fernrohr in ein dunkles Behältniß steckt, welches statt des Bodens, Papier in Oel getränkt, oder ein matt geschliffenes Glas hat, darauf sich die Sonne abbildet. Dergleichen Maschine hat den in der Ueberschrift angezeigten Nahmen.

319. Das Bild ist aufgerichtet beym astronomischen Fernrohre, (313) verkehrt beym holländischen (317). Man kann dieses leicht so merken: Das Fernrohr durch welches man die Sache aufgerichtet sähe giebt ein verkehrtes Bild, und das, durch welches man sie verkehrt sähe ein aufgerichtetes.

Ich habe von dieser Maschine in ein einer Anmerkung zu Smiths Lehrbegriffe der Optik, 3 B. 13 Cap. 343. S. gehandelt und Schriftsteller die solche Maschinen beschreiben angeführt. Wie man aber die Grösse des Bildes berechnet, habe ich dorten nicht gezeigt, und besonders deßwegen bringe ich es hie bey.

320. Wenn die Entfernung der Gläser und ihre Brennweiten in (309) gegeben sind, so berechnet man die Grösse des Sonnenbildes, aus dem jedesmaligen scheinbaren Durchmesser der Sonne; und kann solchergestalt auf der Ebene die das Bild auffängt, einen Kreis beschreiben den es gleich ausfüllt.

321. So hat man sonst diese Maschine zu Beobachtung der Sonnenflecken, und Sonnenfinsternisse gebraucht, der Kreis (Circulus obleruatorius) kann in die hieben gewöhnliche Zolle eingetheilt werden; Rost, astr. Handb. III. Th. II. Cap. redet umständlich hievon, lehrt aber nicht wie man die Grösse dieses Kreises berechnen soll.

322. Vermuthlich hat er ihn nur durch die Erfahrung gesucht. Die vorherigen Vorschriften aber sind wohl bey Einrichtung einer solchen Maschine

schine nöthig, um voraus zu wissen wie groß ein solcher Kreis nach den Umständen der Maschine etwa aufs höchste werden kann, oder nothwendig werden muß.

323 Scheiner hat sich einer solchen Maschine zu Beobachtung der Sonnenflecken bedient, und dabey das holländische Fernrohr brauchen müssen, weil damals kein anderes bekannt war. Jezo richtet man sie lieber mit einem astronomischen zu, worauf ich das Nachfolgende anwenden will.

324. Wenn die Gläser nach (313) stehen, so nimmt $\frac{a\,b}{g-a-b}$ ab, je weiter man sie aus einander rückt. Folglich giebt das astronomische Fernrohr ein kleineres Bild, je weiter man es aus einander zieht. Das Bild nimmt nähmlich von der unendlichen Grösse (311) ab.

325 Zugleich aber indem g wächst, nimmt BC ab; (306) von einem unendlichen Werthe, bis auf b wenn die Entfernung der Gläser unendlich würde.

Das Bild fällt also allemahl weiter vom Ocularglase als desselben Brennpunct.

326. Man entschliesse sich also, wie nahe die Gläser beysammen seyn sollen, wenn sie einander am nächsten sind, und berechne das Sonnenbild für diesen ihren Abstand, und die größte scheinbare Grösse der Sonne. Der Kreis den dieses Sonnenbild ausfüllt, kann bey jedem andern gebraucht werden, wenn man die Gläser etwas weiter aus ein-

einander zieht, und das Ocularglas der Ebene auf welcher sich dieser Kreis befindet näher bringt.

Diese Veränderungen wird man freylich jedes mahl bequemer und sicherer durch die Erfahrung machen, als berechnen.

Umgekehrt hätte man k in eben dem Maasse, in dem man die Brennweiten der Gläser und ihren Abstand hat, so gäbe (309) die scheinbare Grösse der Sonne. Und so wäre dieses Werkzeug ein Mikrometer.

327. Das gäbe aber nicht vollkommen die Genauigkeit die man jezo verlangt, unter andern, weil die Theile des Bildes gegen seine Gränzen zu verzerrt werden, diese Gränzen immer nicht mit größter Schärfe anzugeben sind, selbst des Bildes Grösse sich einiger maassen ändern läßt, indem man das Fernrohr von der Fläche die das Bild auffängt, entfernt oder ihr näher bringt, ohne daß sich dadurch die Deutlichkeit merklich ändert.

328. De Heliometri structura et vsu, ist der Titel einer zu Venedig auf Kosten ihres Verfassers herausgek. Schrift 1760; 52 Quartseiten 21. Kupfertafeln.

Was der ungenannte Verfasser Heliometer heißt, ist das Helioskop (318) mit dem astronomischen Fernrohre. Er hat nur einige Aenderungen zu bequemern Gebrauche angebracht. Er macht die Röhre von Messing, nicht von Pappe, weil die Feuchtigkeit in der Pappenröhre, von der Sonnenhitze in Dünste verwandelt würde, davon das

Ocu-

Ocular trübe würde. Den Observirkreis (321) theilt er in 4 Quadranten u. 360 Grade. Um desselben Mittelpunct dreht sich eine Regel, so lang als sein Durchmesser; sie ist in zwölf Theile, und jeder in Viertheile getheilt, giebt also die gewöhnlichen Zolle. Die Regel zu drehen ist ausen am Boden des Helioskops ein Griff. Dieser Boden kann also wohl nicht Papier, oder Glas seyn, sondern er ist vermuthlich ein Bret, obgleich der V. nichts davon sagt. Man sieht auch in die Maschine nicht, wie sonst gewöhnlich ist, von hinten, sondern, von der Seite hinein, ohngefähr wie in eine Camera obscura, und betrachtet so das Sonnenbild auf dem Boden nach des V. eignem Ausdrucke, wie in einem Spiegel, zu welcher Absicht eine Vorrichtung angebracht ist, das Auge ins Dunkle zu bringen.

Dieses Helioskop liegt auf einer beweglichen Scheibe, so, daß das Fernrohr nach einem Durchmesser der Scheibe befestigt ist. Die Ebene der Scheibe kann vermittelst einer Schraube ohne Ende, in unterschiedene Neigungen gegen den Horizont gestellt werden, welche Neigungen ein kleiner, an die Scheibe befestigter Quadrant angiebt. Die Scheibe ruht auf einer Säule, welche selbst, um ihre vertical stehende Axe kann gedreht werden. So bringt man, durch diese doppelte Bewegung der Scheibe, das Fernrohr in den Scheitelkreis der Sonne, und richtet es nach der Höhe der Sonne. Hat er auf diese Art das Bild der Sonne im

Observationskreise, und sieht einen Flecken darinnen, so dreht er die Regel um den Mittelpunet, an den Flecken. Der Abstand des Fleckens vom Mitielpuncte, den die Regel angiebt, und die Stelle des Umfanges wo die Regel einschneidet, bestimmen des Fleckens Ort in der Sonnenscheibe; und Beobachtungen auf diese Art wiederhohlt, geben des Fleckens scheinbaren Weg durch die Sonnenscheibe.

Merkurs Durchgang durch die Sonne, den 6 May 1753 hat er auf eben die Art beobachtet.

Das Werk enthält Beobachtungen der Sonnenflecken vom April 1754; bis in den May 1757 mit dem Heliometer. Weil das Fernrohr dazu nur etwa 3 Fuß lang ist, so betrachtet er die Flekken, ihrer Gestalt und anderer Umstände wegen mit einem längern Fernrohre oder Spiegelteleskope. Seine Beobachtungen sind auf den zahlreichen Kupfertafeln abgebildet. Es wäre zu wünschen, daß der V. mit seiner Geschicklichkeit und seinem Fleisse ein ander Werkzeug gebraucht hätte, als das zu eigentlichen Beobachtungen nach dem jezigen Zustande der Astronomie nicht mehr dienliche Helioskop.

Uebrigens hat Bouguer schon Mem. de l'Ac. 1748; mit besserm Rechte ein anderes Werkzeug Heliometer genannt, daher der V. diesen Nahmen, dem seinigen, das weiter nichts als ein etwas bequemer eingerichtetes Helioskop ist nicht hätte geben sollen.

In

In 309. g aus dem übrigen zu finden.

329. Es ist $g = a + b - \frac{a.b}{k} . \text{tang } \lambda$

330. Und (306); $BC = b.(1 - \frac{k}{a} . \cot \lambda)$

331. Der Gebrauch hievon wäre folgender: Man hätte einen Observirkreis (321) mit einem gegebenen Halbmesser verzeichnet, oder sonst ein Gitter (30) von gegebener Grösse. Dieses wäre nun nicht für die gegenwärtige scheinbare Grösse der Soune eingerichtet, sondern für eine andere: Man fragt, wie die Gläser müssen gestellt werden, daß das Sonnenbild, bey der jezigen scheinbaren Grösse, den Kreis oder das Gitter ausfüllt.

332. Die Grösse k; könnte das Bild des Durchmessers der Sonne durch das erste Glas allein seyn, wenn die Sonne die scheinbare Grösse $= \mu$ hat. So wäre $k = a. \text{tang } \mu$

333. Und, statt der Tangenten dieser kleinen Winkel, die Winkel selbst gesetzt;

$$g = a + b - \frac{b.\lambda}{\mu}$$

$$BC = b.\left(1 - \frac{\mu}{\lambda}\right)$$

## Römers Gitter hinter zwey Objectiven.

334. Das Gitter welches man bey Betrachtung

tung des Mondes brauchte (31) konnte freylich nicht allemahl gleich vom Monde ausgefüllt werden. War es eingerichtet, den Mond in der Erdnähe zu fassen, so füllte der Mond in der Erdferne, dasselbe nicht ganz aus, und war es für diesen gemacht, so faßte es den in der Erdnähe nicht.

335. Auch wächst, wegen der Parallaxe, des Mondes scheinbare Grösse mit der Höhe, und in einer Nacht, ohne seine Entfe nung vom Mittelpuncte der Erde zu ändern, bekömmt der Mond vom Aufgange, bis an den Meridian immer grössere und grössere scheinbare Durchmesser, und vom Meridiane bis zum Untergange wieder kleinere und kleinere.

336 Wenn er also beym Aufgange in seiner Bahn unweit der Erdnähe ist, und nach derselben zugeht, so wächst sein scheinbarer Durchmesser bis an den Meridian aus zwo Ursachen zusammen, wegen der Parallaxe und wegen seiner eignen Bewegung.

337 Hieraus wird man begreifen, daß seine scheinbare Grösse, in wenig Stunden einer Nacht, sich stark ändern kann, und ein einzig Gitter also, nicht einmahl diese kurze Zeit über brauchbar war.

338. Mehr zu verfertigen, und damit abzuwechseln, war höchst mühsam und unbequem. Daher hat sich Römer eines Verfahrens bedient, das sich auf die bisherigen Lehren gründet. Man findet die Beschreibung in Horrebows Weke Basis Astronomiae. (Kopenhav. 1735) cap. 11.

239. A und B (306) sind bey Römrern Glä. ser von 6 u. von 5 Fuß Brennweite, also beydes Objectivgläser, so nennt er sie auch.

340 Ihre Entfernung von einander, ist kleiner als die Summe ihrer Brennweiten, darinnen unterscheidet einmahl, sich dieses Werkzeug vom Helioskope (318)

Ferner aber darinnen, daß das Bild auf dem Gitter, nicht, wie beym Helioskope mit blossen Auge, sondern durch ein Ocular betrachtet wird.

341 Römers Werkzeug nähmlich, ist ein Fernrohr mit zwey hinter einanderstehenden Objectiven, und einem Oculare, die zwey Objective dienen, daß man durch ihre Verrückung, allemahl ein Bild von gegebener Grösse bekommen kann.

342. R. Gitter war so eingerichtet daß es, blos mit dem ersten Glase gebraucht, das Bild eines entfernten Gegenstandes faßte, welcher 25 Minuten Durchmesser hätte. Also, ist (333) $\mu = 25'$, $a = 6$, $b = 5$; daraus sich die dort gesuchten Grössen leicht berechnen lassen.

343 Sollen z. E. bie beyden Objective so gestellt werden daß das Bild eines Gegenstandes dessen scheinbare Grösse $35' = \lambda$ ist das das Gitter ausfüllt, so ist $g = 6 + 5 - 7 = 4$

$$BC = 5.(1 - \tfrac{5}{7}) = 1\tfrac{3}{7}$$

Die Brennweite eines Glases das den beyden gleichgültig wäre (nach 310) $= \frac{6.5}{6+5-4} = 4\frac{2}{7}$

Statt dieser leichten Rechnung, giebt R. eine Construction. 344.

344. De la Hire hat eben dergleichen Maschine beschrieben. Mem. de l'Ac. des Sc. 1701 117 S. der pariſ. Ausg. Er erinnert ſelbſt, daß er nach Vollendung ſeines Aufſatzes, in der Geſchichte der Akademie gefunden, wie Römer ſie ſchon vor ihm angegeben. Was ihm alſo noch eigen bleibt, ſchränkt er darauf ein, daß er nicht Fäden brancht wie Römer, ſondern Striche aufs Glas mit Diamante reißt.

Auſerdem ſchlägt er auch Fäden von Glaſe, ſtatt der ſeidenen vor.

345. Mich deucht nicht, daß gegenwärtig dergleichen Werkzeug zu verfertigen und zu brauchen, die Mühe belohnen würde, da man deſſelben Abſicht mit den jezo gewöhnlichen Mikrometern bequemer erreichen kann. Hr de Fouchy hat auf dem kön. Obſervatorio zu Paris, bey der Mondfinſterniß d. 8 Aug. 1748 une lunette garnie du reticule de M. Roemer gebraucht die Zolle zu meſſen. Mem. de l'Ac. des Sc. 1748. p. 343. Ich vermuthe daß es die hie beſchriebene Vorrichtung geweſen, weil er meldet die Flecken zu beobachten habe er ſich eines gewöhnlichen Fernrohrs von ſieben Fuß bedient. Wenn ein Werkzeug einmahl vorhanden iſt ſo braucht man es vielleicht, ob man es gleich nicht veranſtalten würde.

346 Selbſt die mechaniſche Vorrichtung von R. Gitter würde wohl jezo nicht nachgemacht werden. Es war ein Quadrat in einen Ring gefaßt, jede Seite des Quadrats in 12 Theile getheilt, alſo

das ganze Quadrat in 144 kleine. Die Materie des Gitters waren seidene Fäden, R. bestimmte ihre Stellen mit der größten Sorgfalt und durchs Mikroskop, zog auch zweene Diagonalfäden, um alles desto schärfer zu berichtigen.

347. Horrebow versichert übrigens, daß solche Fadengitter, viel Jahre lang brauchbar bleiben, ohne durch Feuchtigkeit der Luft u.. d. g. unrichtig zu werden.

## Das Heliometer.

348. Der Sonne oder des Mondes scheinbare Grösse genau zu messen, sind die gewöhnlichen Mikrometer nicht recht bequem, weil man beyde entgegengesetzte Ränder eines so grossen Gegenstandes nicht zugleich vollkommen deutlich jeden an seinem Faden sieht; Und da der Gegenstand fortrückt, so verliehrt man den einen Rand an seinem Faden, indem man einen Faden an den entgegengesetzten zu bringen sucht.

349. Dieses hat ein Werkzeug veranlaßt, auf welches, oder eigentlich auf zwey Werkzeuge die im wesentlichen einerley sind, fast zu einer Zeit, mehr als ein Astronome scheint gekommen zu seyn. Ich will von dieser Geschichte nachgehends etwas beybringen wenn ich zuerst von der Sache selbst werde geredet haben.

350. Man stelle zwey Objectivgläser, von gleichen Brennweiten, so neben einander, daß ihre

Axen parallel liegen, und die Linie durch beyder Mittelpuncte, auf die Axen senkrecht ist.

Diese beyden Mittelpuncte sind in der 17 Fig. A und B.

351. So gefaßt bringe man die beyden Objective in eine Röhre, wie bey Fernröhren gebräuchlich ist, und ans andere Ende dieser Röhre, in gehörigem Abstande ein erhabenes Ocular.

352. So bekömmt man ein astronomisches Fernrohr, das statt eines Objectivs, zwey nebeneinander hat, jedes macht sein Bild wie gewöhnlich, und durchs Ocular sieht man, beyde Bilder zugleich, also sieht man, nicht wie Jemand dem ich die Wirkung dieses Werkzeuges beschrieb vermuthete: nachdem man von einer, in mehr als einem Verstande vollen Tafel aufgestanden ist, sondern ganz nüchtern

geminam Theben, geminasque lucernas.

353. Wer dieses Werkzeug nach der Sonne richtet, der hat ein Objectiv zu. E. A der 17 Fig; vor seiner linken Seite, das andere B vor seiner rechten. Das Sonnenbild vom linken Objective, stellt den Sonnenrand, welchen der Beobachter gerade zu zur linken Hand, ihm zur rechten Hand vor, und eben so, sieht er den Sonnenrand den er zur Rechten hat, im Bilde vom rechten Objective, nach seiner linken Seite gekehrt; Also sieht er den linken Sonnenrand im linken Bilde und den rechten im rechten, nahe beysammen, kann sie selbst zur Berührung bringen, wenn er die Mit-

telpuncte der Gläser zu dieser Absicht nahe genug an einander bringen kann.

354 In dieser Berührung stellt die 17 F. die Sache vor; DE ist das Bild vom linken Objective, EF vom rechten; in jenem D der Sonne rechter Rand, in diesem F ihr linker; E die Stelle, wo der rechte Rand der Sonne wie ihn A bildet, und der linke wie ihn B bildet zusammenstossen.

355. Eigentlich sind in der Figur DE, EF, Bilder desjenigen Durchmessers der Sonne, in welchem die Ebene durch die beyden Axen (350) die scheinbare Sonnenscheibe schneidet. Man stellt sich aber leicht beyde Bilder als Scheiben um diese Durchmesser vor.

356. Wegen der gleichen Brennweiten (350) ist DE = EF; Aber DE steht wie die Dioptrik lehrt auf die Axe von A und EF auf die von B senkrecht, und diese beyden Axen sind auf AB senkrecht (350) Also sind DE, EF, mit AB parallel.

358 Nun sind DAE = EBF, der scheinbaren Grösse der Sonne gleich; auch ist D in dem Bilde von A eben der Punct, welcher E im Bilde von B ist, daher, wegen der gleichen Brennweiten, AD = BE; und eben so AE = BF; Also AB = DE = EF.

359. Wenn also die Bilder einander berühren, so beträgt der Abstand zwischen beyder Gläser Mitteln, soviel als das Bild vom Sonnendurchmesser.

360. Man sieht leicht daß ich die Sonne nur ge-

gebraucht habe, weniger abstract zu reden. Eigentlich liegt in dem Bisherigen, Folgendes:

Jedes Objectivs Brennweite sey $= l$;

Einer weitentlegenen Sache scheinbare Grösse sey $= \varkappa$

Ich nehme sie weit entlegen an, damit sie sich in jedes Objectivs Brennpuncte abbildet.

So ist ihr Bild $DE = EF = l . \tang \varkappa$

Und so groß ist alsdenn auch die Weite der Mittelpuncte A B; wenn sich nähmlich beyde Bilder der Sache berühren.

361. Weiß man also, wieweit die Mittel der Gläser, für eine entlegene Sache von einer gewissen scheinbaren Grösse von einander stehen, so kann man berechnen, wie weit sie für eine entlegene Sache von einer andern gegebenen Grösse, entfernt seyn müssen.

Sie sie sind nähmlich jedesmahl um die wahre Grösse des Bildes von einander entfernt, und die wahren Grössen der Bilder, verhalten sich, wie die scheinbaren der Gegenstände.

362. Man begreift leicht, daß die Objective in ein Behältniß gefaßt werden, wo etwa eines unbeweglich bleibt, das andere, in einer Ebene die auf beyde Axen senkrecht ist, sich verschieben läßt, daß man so die Weite AB ändern kann.

363. Dieses bewegliche Objectiv wird also wohl bequem durch Umdrehung einer Schraube verschoben werden, wie sonst bey Mikrometern der bewegliche Faden (256) Man wird den Abstand der

Mittelpuncte. gleichfalls durch Umdrehungen der Schrau e ausdrücken, und eine solche Umdrehung wieder in Theile eintheilen.

364. Aber noch bleibt die Frage übrig: wie man für eine gewisse scheinbare Grösse, den Abstand der Mittelpuncte findet?

Nähmlich, die Objectivgläser, sind entweder jedes ganz rund, wie man es einzeln brauchen würde, oder, es ist von jedem an der Seite die sich g gen das andere kehrt ein Stück abgeschnitten, daß jedes aussieht, wie der grössere Abschnit eines Kr ises über seiner Chorde. Solchergestalt kann man die beyden Mittelpuncte nicht an einander bringen wie die beyden Fäden (258) daher weiß man auch nicht, wieviel Schraubengänge sie bey einer andern Stellung, aus einander sind.

365. Und da sie auf den Oberflächen der Gläser nicht als bezeichnete Puncte kenntlich sind, so kann man ihre Weite auch nicht etwa mit dem Zirkel, oder sonst auf eine Art, unmittelbar an den Gl sern selbst messen.

366. Nun wird a er doch an dem Werkzeuge eine Vorrichtung angebracht seyn, durch die sich zählen läßt. wieviel Umdrehungen weiter von einander, oder näher beysammen, die Mittelpuncte einmahl als das andere sind.

Das ganze Werkzeug nähmlich, kann ohngefähr so beschaffen seyn:

367 In der 18 Fig ist B das unbewegliche Objectiv, vermittelst des Ringes CD an der Platte RRR befestigt.

Die

Die Platte hat an der Stelle welche schwarz schattirt ist, eine Oeffnung.

Ueber dieser Oeffnung schiebt sich das bewegliche Objectiv E.

Es ist nähmlich in eine Platte FGHI gesetzt, die sich zwischen den Leisten K K, in Nuthen hin und her schieben läßt. Die Leisten sind an der Platte RRR fest.

An der Platte FGHI ist in L eine Schraubenmutter fest, in welche eine Schraube eingreift, deren Kopf bey N zu sehn ist. So verschiebt sich diese Platte mit dem beweglichen Objective durch Umdrehungen der Schraube.

Die Theile einer Umdrehung giebt die eingetheilte Scheibe M.

Ganze Umdrehungen aber werden folgendergestalt gezählt:

Auf der untersten Leiste K; ist bey P eine Länge in gleiche Theile getheilt. Ich will sie den Maaßstab P nennen.

An diesem Maaßstabe verschiebt sich auf der Platte die das bewegliche Objectiv enthält der Weiser I, und nachdem er bey dem oder jenen Theile des Maaßstabes steht, zeigt er an, wieviel Umdrehungen mehr oder weniger die Mittel der Gläser von einander stehen.

368. Diese Beschreibung und Abbildung befindet sich in H. de la Lande Astron. 1942 u. f. Fig 186 der 1. Ausg 2433; II.

369. Hr. d. l. L. erinnert noch, man könne

die Platte in der sich das bewegliche Objectiv befindet, zwischen L u. O, wie die Figur zeigt ausschneiden; Man müsse aber damit die Schraube von der Feuchtigkeit der Luft nicht roste, diesen Ausschnitt wieder mit einem Messingbleche bedecken, das durch Schrauben an die Leisten K; K, befestiget werde.

370. Um sich die Bewegung der Gläser nach dieser Vorrichtung, geometrisch bestimmt vorzustellen, so bemerke man, daß man statt jedes dieser Objective seinen Durchschnitt mit einer Ebene die auf seine Axe senkrecht ist vorstellen kann; Und das ist ein grösserer Abschnitt eines Kreises, in dem sich nähmlich der Mittelpunct befindet.

Die Sehnen dieser Abschnitte bey E, B, sind parallel, die letzte bleibt unbeweglich, und die erste wird von ihr so entfernt, daß sie sich immer parallel bleibt.

So entsteht zwischen B u. E ein Raum durch den Licht zwischen den Gläsern in das Rohr fallen kann.

Dieses verhindert man so, daß man ein Stück schwarz Papier, Tuch, oder ein Kartenblatt zwischen beyden Gläsern so anbringt, daß es diesen Zwischenraum beständig bedeckt, ob es sich gleich, wenn man die Gläser näher zusammenbringt, muß zusammen krümmen lassen.

371. Nach 367. ist mir ein solches Werkzeug von dem hiesigen Universitätsopticus Hr. Baumann verfertigt worden. Die Brennweite jedes Objectivs

ctivs ist 109 leipziger Zoll Jeder Theil des Maaßstabes P; beträgt 2 Umdrehungen, man muß nähmlich die Schraube zweymahl umdrehen wenn der Weiser I von einem Theilungsstriche zum nächsten kommen soll. Die Scheive M ist in 32 Theile getheilt, die man nach dem Augenmaasse gar leicht halbirt, auch wohl in noch kleinere Theile theilt.

372 So kann ich sogleich die Theile des Maaßstabes P in Umdrehungen ausdrücken. Ich zähle diese Theile vom unbeweglichen Objective nach dem beweglichen hin, von B gegen E.

373 Wenn z. E. der Weiser I zwischen dem Anfange u. dem Ende des dritten Theiles von P steht, und näher beym Ende als beym Anfange; so heißt dieß zwischen 5 und 6 Umdrehungen der Schraube; steht nun der Weiser auf der Platte M bey 31 so heißt es $5\frac{31}{32}$ Revolutionen.

374 Das heißt aber nicht: so weit stehen die Mittel der Gläser von einander, denn aus 364 erhellt, daß es nicht anging den Anfang des Maaßstabes P genau unter die Stelle zu bringen, wo beyder Gläser Mittelpunct beysammen wären, oder unter den Mittelpunct des unbeweglichen Glases.

Also heißt es soviel: Die Weite der Mittelpuncte beträgt eine unbekannte Zahl von Revolutionen x und dazu die $5\frac{31}{32}$; oder sie ist $= x + 5\frac{31}{32}$

Stünde nun bey einer andern Erfahrung der Weiser I bey 38 Rev; so wäre da die Weite der Mittelpunete $= x + 38$; Und x für beyde Erfahrungen einerley.

375

375 Wäre aber die scheinbare Grösse des Gegenstandes dessen Bilder sich bey der ersten Erfahrung bekannt, und eben so die scheinbare Grösse dessen, dessen Bilder sich bey der zweyten Erfahrung berührten, so wären die beyden Entfernungen der Mittelpuncte, den Bildern dieser scheinbaren Grössen gleich (360) Diese Entfernungen verhielten sich also wie die scheinbaren Grössen; und so fände man x durch die Auflösung folgender Aufgabe.

Man hat von ein paar unbekannten Grössen ihre geometrische Verhältniß und ihren Unterschied, wie groß sind sie?

376. Eine bequeme Formel zu gegenwärtiger Absicht findet sich so:

Bey der scheinbaren Grösse a; sey der Mittelpuncte Abstand $x + m$ Revolutionen, um $x + n$ bey der scheinb. Gr. b.

Also $a : b = x + m : x + n$

$a : b - a = x + m - n - m$

$a.(n - m). = (b - a).(x + m)$; giebt

$$x = \frac{a}{b - a}.(n - m) - m$$

Wo man unter b, n, die beyden größten Grössen ihrer Art versteht.

377. Wenn also R den Werth einer Revolution bedeutet, so ist

$$a = (x + m).R = \frac{a.(n - m)}{b - a}.R$$ Daher

$$R = \frac{b - a}{n - m}$$

378. Man kann die Mittelpuncte der Gläser nicht an einander bringen, nur bis auf eine gewisse Gränze einander nähern. Wenn sie einander so nahe als möglich gebracht sind so gehört diese Entfernung der kleinsten scheinbaren Grösse die sich durch das Werkzeug messen läßt.

Diese kleinste scheinbare Grösse beträgt desto mehr, je grössere Kreissegmente die Gläser vorstellen. Nur wenn jedes ein halber Kreis wäre, könnte sie bis auf nichts abnehmen.

Also kann man durch das Werkzeug auf die beschriebene Art vorgerichtet, nicht so ganz kleine Winkel messen wie mit dem gewöhnlichen Mikrometer.

Diese Unvollkommenheit ist indessen erträglich, weil man es eben um solcher Winkel willen hat, die nicht ganz klein sind.

Bouguer hat ihr selbst folgendergestalt abzuhelfen gesucht:

In Fig. 18 * sey der Kreis zwischen AB ein Objectivglas.

Man beschreibe zweene demselben concentrische Kreise O p; m n;

Was zwischen beyden Kreisen schwarz schattirt ist, schleife man ab.

So läßt sich das Stück m E n nach O oder nach p nach Gefallen bewegen.

Dieß Stück ist also aus der Mitte eines Objectivglases, und das andere noch vorhandene, zwischen AB u. O p, ein Ring, eben des Glases.

Das

Das mittlere Stück kann also nach Gefallen so gestellt werden, daß sein Mittelpunct auf den Mittelpunct des Ringes fällt, oder wenig, oder mehr von demselben absteht.

Diesen Gedanken, hat der K. Observator zu Upsala, Hr. Mallet, bey seinem Aufenthalte zu Paris, von Hr. Bouguer bekommen, wie in der unten (471) angeführten Disputation 2 § erzählt wird.

Wie groß der Winkel seyn kann den das Werkzeug mißt bestimmt sich daraus, wie weit man durch die Schraube das bewegliche Objectiv von dem festen abrücken kann.

Mit der Bedingung, daß dieß nur so weit geht, als das was bey der Theorie des Werkzeugs zum Grunde liegt noch beynahe wahr bleibt.

## Nutzen grosser Objective.

379. Wenn die Bilder vollkommen scharf umgränzt sind, so kann man ihre Berührung desto schärfer wahrnehmen und aus dem zugehörigen Abstande der Mittelpuncte der Gläser von einander, die scheinbare Grösse desto genauer in kleinen haben, je grösser die Bilder, das ist je grösser der Gläser Brennweiten sind.

Daher wird man zum Heliometer gern Gläser von langen Brennweiten wählen.

380. Exempel Hr. de la Lande Astr. 1961; I Ausg. 2453 II; sagt; $\frac{1}{200}$ eines Zoll sey ohngefähr die geringste Grösse, von der, man sich bey

einer

einer Eintheilung versichert halten könnte, und die betrage bey einem Objective von 40 Fuß, etwa 53 Tertien.

Nähmlich diese Grösse am Brennpuncte des Objectivs, macht am Glase einen Winkel dessen

$$\text{Tangente} = \frac{1}{500.\ 12.\ 40} \text{ — wo der Nenner} = 240000$$

$$-\log 1 \text{ Secunde} = +\ 5,3144251$$
$$-\log 240000 = -\ 5,3802112$$
$$0,9342139 - 1$$

giebt den Winkel = 0, 85943 Secunden, oder, dieses mit 60 multiplicirt 51, 5658 Tertien.

381. Wenn man also, in Abtheilung des Zolles nicht weiter als Hr. d. l. L. meldet, mit Sicherheit gehen kann, so lassen sich, selbst mit einem so grossen Heliometer, die Winkel nicht viel genauer als höchstens bis auf einzelne Secunden zu messen.

382. Ein wesentlicher Umstand bey diesem Heliometer ist, daß die beyden Objective sehr genau einerley Brennweite haben, damit ihre Bilder, genau in gleichen Entfernungen hinter ihnen liegen. Dieses ist, wie eine mässige Kenntniß der praktischen Optik lehrt nicht gar zu leicht zu erhalten, und man muß unter Gläsern die aus einer Schale geschliffen sind, immer noch auslesen.

## Wie man den Werth der Schraubengänge, durch wirkliche Erfahrungen bestimmt.

383. Hiezu liessen sich die Formeln 376; 377: ohne weitere Umstände anwenden, wenn man zu diesen beyden Erfahrungen, ein paar unendlich entlegene Gegenstände, von bekannten scheinbaren Grössen haben könnte.

Zu einem solchen Gebrauche, kann jemanden die Sonne einfallen, die um unsere kürzesten Tage, grösser aussieht als um die längsten.

Allein erstlich, wäre es nicht recht methodisch, ein Werkzeug mit welchem man der Sonne scheinbare Grösse genauer als durch andere messen will, erst dadurch sich brauchbar zu machen, daß man der Sonne scheinbare Grösse als bekannt annähme.

Zweytens ändert sich die scheinbare Grösse der Sonne nur ohngefähr um eine Minute. (Astron. 230) Man begreift aber leicht daß es besser ist, wenn a u. b beträchtlich unterschieden sind, eins etwa nahe bey dem kleinsten das andere nahe bey dem größten Winkel ist den das Werkzeug messen kann.

Den Mond oder andere Gegenstände am Himmel zu dieser Absicht zu brauchen, würden sich auch allerley Schwürigkeiten finden, besonders weil immer die Frage wäre, woher man derselben scheinbare Grössen, genau genug zu gegenwärtiger Absicht wüßte.

Also bleibt wohl nichts übrig, als ein paar Ge-

genstände auf der Erde zu wählen, deren wahre Grössen, und Entfernungen von den Objectiven man messen kann, daraus sich ihre scheinbaren Grössen berechnen lassen.

Aber diese Gegenstände sind nicht unendlich entfernt, Ihre Bilder nicht in den Brennpuncten der Objective. Also fragt sich, wie dieser Umstand hiebey in Betrachtung zu ziehen ist?

384 Hr. de la Lande Astr. 2024. I. Ausg. 2532 II. befiehlt, man soll berechnen, um wieviel das Bild des Gegenstandes der eine bestimmte endliche Entfernung hat, über den Brennpunct der Objective fällt, und das Ocular um soviel weiter von den Objectiven entfernen.

Eben wie er bey einem Gegenstande der wenig entfernt ist, das Mikrometer weiter vom Objective abrückt (220)

Bey einem Heliometer von 18 Fuß und einer Entfernung von $915\frac{3}{4}$ Fuß, sagt er, betrage diese Grösse 4 Zoll.

Durch die Logarithmen findet sich $= 4{,}323$ Zoll.

Also braucht Hr. d. l. L. die vorhin gegebene gewöhnliche Regel, nnd unter den 18 Fuß kann man wohl nichts anders verstehn, als die Brennweite für Strahlen von mittlerer Brechbarkeit.

Dieses Verfahren hält Hr. d. l. L. beym Heliometer für wesentlich. Wenn man auch gleich das Ocular in der Stellung in welcher es sich für unendlich entfernte Gegenstände befindet, lassen, und das Bild des nähern Gegenstandes recht deutlich

(très distinctement) sehen könnte soll man das Ocular doch zu Bestimmung der Schraubengänge des Heliometers, weiter herausziehen.

Bey dem Mikrometer hielt er dieses Verfahren nicht nöthig, wenn man die Sache deutlich sieht(218)

Ich habe ihn einmahl in einem Briefe gefragt, warum er zwischen beyden Werkzeugen diesen Unterschied mache, und zur Antwort nur erhalten es sey beym Heliometer nöthiger auf den Abstand des Bildes vom Brennpuncte zu merken, als beym Mikrometer.

385 I In s. Astron. a. a. O. sagt er folgendes als Beweis seiner Vorschrift: "Wenn man auch gleich den Gegenstand sehr deutlich sehen könnte, ohne das Ocular herauszuziehn, so würde man doch in dem Werthe der Schraubengänge einen beträchtlichen Irrthum finden. In der That, da die unterschiedenen Bilder der Gegenstände, die man ansieht, durch eine Länge von 2 bis 3 Zollen längst der Axe eines Fernrohres von 18 Fuß aus einander stehen, so sieht man durchs Ocular ein Bild das 18 Fuß vom Objective ist, wenn man eine Sache am Himmel betrachtet, aber eins das 18 Fuß 2 Zoll vom Objective absteht, wenn man einen Gegenstand der sich auf der Erde befindet betrachtet. In dem letzten Falle, werden die beyden Bilder, eines über das andere gehen, wenn sich gleich die beyden Bilder die 18 Fuß entfernt sind, nur berühren.

Also ist es nothwendig, die gewiesene Propor-

tion

tion hier anzubringen, und dadurch zu finden, wie viel man das Fernrohr verlängern muß, wenn man die Zeichen betrachtet, derer man sich bedient. Dieses beträgt 4 Zoll bey einem Heliometer von 18 Fuß, davon die Gegenstände 915¾ entfernt waren.

II. In den Mem. de l'Ac. des Sc. 1760; p. 46. beschreibt Hr. de la Lande, mit was für Sorgfalt er eine Linie abgemessen habe, so daß er 916 Fuß vom Heliometer, zwey Zeichen 8 Fnß 4 Zoll von einander stellen können, die nach gehörigen Verbesserungen, einen Winkel von 31 M 14½ S am Heliometer machen, den er nachgehends mit der scheinbaren Grösse der Sonne vergleicht.

Ob er zweene Winkel auf der Erde mit seinem Heliometer gemessen, und daraus, oder auf was für eine Art sonst, er den Werth der Schraubengänge bestimmt hat, und überhaupt was der Werth der Schraubengänge beträgt, davon findet sich in diesem, sonst sehr lehrreichen Aufsatze nichts. Also kein Exempel zu den Formeln 376; 377.

III. An diesem Orte der Mem. pag. 80. hat Hr. de la Lande seinen Beweis für seine Vorschriften, etwas ausführlicher gegeben. (Ich dächte es wäre wohl gethan gewesen diesen Beweis in den Lehrbegriff der Astronomie zu rücken.)

Sein Beweis, auf meine 19 Fig. angewandt ist folgender: Wenn die Bilder KL, LM von einem Gegenstande PQ der nicht unendlich entfernt ist, einander in L berühren, so muß man das Ocular so stellen, daß desselben Brennpunct in L fällt.

Denn alsdenn wird man die beyden Bilder sich in L berühren sehen, ohne der Objective Abstand von einander AB zu ändern; Und so gehört dieser Abstand der scheinbaren Grösse des Gegenstandes, der sich in einer bestimmten Entfernnng befindet, und auch der gleichen scheinbaren Grösse eines unendlich entfernten.

386. I. Hr. d. l. L. ganzer Beweis beruht also auf der Voraussetzung:

Man sieht die Bilder die sich in L befinden nicht durch das Ocular, wenn sich des Oculars Brennpunct nicht in L befindet.

II Ich finde nichts das mich nöthiget diese Voraussetzung anzunehmen.

Wenn L so weit von des Oculars Brennpuncte absteht, daß man eine Sache die sich in L befindet durchs Ocular nicht deutlich sieht, so gebe ich freylich zu, daß man durchs Ocular die Bilder die in L stehen nicht sieht, wenigstens nicht deutlich.

Aber dieß schließt Hr. d. l. L. ausdrücklich aus. Er giebt zu, man könne das Bild das sich in L befindet deutlich sehen, ohne das Ocular weiter von den Objectiven zu entfernen, als für unendlich entlegene Gegenstände steht; und doch befiehlt er, soll man es so weit entfernen, daß sein Brennpunct in L kömmt.

III Also muß er folgendes annehmen:

L ist näher beym Oculare als dessen Brennpunct. Ich kann das Bild das sich bey L befindet, durchs Ocular recht/sehr„ deutlich sehen, gleich

gleich wohl aber sehe ich nicht dieses Bild sondern ein anders das weiter vom Oculare weg liegt, und muß also das Ocular weiter herausziehen, damit sein Brennpunct in L fällt, wenn ich das Bild sehen will das sich bey L befindet.

IIII Wenn aber, L vom Oculare noch weit genug entfernt ist, daß ich das Bild das sich in L befindet deutlich sehe, so begreife ich nicht was mich hindert dieses Bild zu sehen, und mich nöthiget ein anderes zu sehn?

Ich weiß nicht ob in irgend einer Dioptrick der Satz bewiesen ist: Von den unterschiedenen Bildern die ein Objectiv von einer Sache macht, sieht das Auge allemahl nur das, welches sich in des Oculars Brennpuncte befindet.

V. Es ist mir etwas dunkel was Hr. d. l. L. in der 385; I angeführten Stelle, für unterschiedene Bilder u. s. f. meynt.

Meynt er die unterschiedenen Bilder die ein einziger Gegenstand, wegen der Strahlen von unterschiedener Brechbarkeit macht, so braucht solche Bilder durch 2 bis 3 Zoll zerstreuet zu machen, nicht eine Sache am Himmel, die andere auf der Erde genannt zu werden. Jede dieser Sachen für sich macht sie.

Meynt er Bilder von Strahlen von einerley Brechbarkeit, das eine aber eines unendlich entfernten Gegenstandes, das andere eines nähern, so sind, erstlich, solche Bilder nicht nur durch 2 bis 3 Zoll aus einander, sondern viel weiter, nach-

dem, sich der Gegenstand nähert, Hr. d. l. L. selbst berechnet bey seinem Heliometer 4 Zoll

Es sey aber auch diese Zahl von Zollen nur ohngefähr angegeben, und setze zum voraus, daß man den Gegenstand nicht eben sehr nahe bringt.

So könnte man freylich für einen Gegenstand dessen Bild 18 Fuß weit vom Objective fiele, und für einen dessen Bild 2 Zoll weiter fiele, das Ocular nicht wohl an einer Stelle lassen; denn man sähe sie nicht, eines wie das andere, deutlich.

Aber, wenn des irrdischen Gegenstandes Bild so wenig über den Brennpunct fiele, daß man es deutlich sehen könnte ohne das Ocular weiter herauszuziehen, so liegt doch in diesen Sätzen des Hr. d. l, L. nichts das zeigte warum man dem ohngeachtet für das Heliometer, das Ocular weiter herausziehen sollte.

VI. Also, wenn Hr. d. l. L Recht hat, so hat er die Gründe seiner Lehre, mir wenigstens, nicht deutlich und überzeugend genug vorgetragen, und ich werde Verzeihung verdienen, wenn ich anders als er und dabey vielleicht irrig denke; Ich will meinem Irrthume gern absagen, wenn ich besser belehrt werde, ob ich gleich unten (450) mich auf einen Beyfall der mir ziemliches Gewicht zu haben scheint, berufen kann.

VII. Mich deucht Hr. de l. L. hätte seine Lehre durch die Uebereinstimmung mit Beobachtungen über die Undeutlichkeit u. Zweifel erheben sollen, denen blos theoretische Schlüsse oft ausgesetzt bleiben,

VIII.

VIII. In der Absicht den Leser in den Stand zu setzen, daß er meine Schlüsse leicht prüfen, und wenn ich gefehlt habe es entdecken kann, bringe ich nachstehendes bey.

Meinen Irrthum, wofern es ein Irrthum ist, hätte ich vermieden, wenn ich nicht selbst hätte denken wollen, sondern nur eines grossen Mannes Vorschriften, ohne fernere Untersuchungen nachgeschrieben hätte. Diese Art Irrthümer zu vermeiden ist doch für manche Gelehrte sehr leicht.

## Ueber das Heliometer bey einem Gegenstande in bestimmter Entfernung.

387 A, B, sind der beyden Objective Mittelpuncte, P Q = c der Gegenstand, in der Entfernung b vor den Objectiven, Jedes Objectivs Brennweite = l; Ich nehme an, welches wenigstens beynahe, leicht durchs Augenmaaß zu erhalten seyn wird, daß eine Linie senkrecht auf AB die AB halbirt auch PQ halbire u. so der Gegenstand ohngefähr eben die Lage gegen ein Objectiv wie gegen das andere hat.

388. Seine beyden Bilder sind KL, LM; in den Weiten $\frac{b\,l}{b-l} = f$ hinter den Gläsern.

389. Des Gegenstandes scheinbare Grösse PAQ = PBQ sey = $\eta$. Sie ist auch = KAL = LBM.

390. Weil die Bilder in Vergleichung mit ihren Weiten von den Gläsern klein sind, so lassen

sich KAL; LBM für gleichschenklichte Dreyecke mit kleinen Winkeln an ihren Spitzen annehmen; Und die gleichen Schenkel, sind ohne grossen Irrthum so lang als die Weiten (388)

Auch ist $QL = f + b = \frac{bb}{b - l}$

Und $QL : QB = b : b - l$

391. Kann man auch $KL = AB$ annehmen? Das entscheidet sich so: $KL : AB = QL : QB = b : b - l$ also $KL.(b - l) = AB.b$ oder

$KL = \frac{b}{b - l}.AB$ und $KL - AB = \frac{l}{b - l}.AB$

392. Also ist $KL - AB$ gegen $AB$ nicht ganz unbeträchtlich, wenn $l$ gegen $b - l$ nicht ganz unbeträchtlich ist.

Es sey $AB = 2$ Zoll, $b = 22500$; $l = 109$;

$b - l = 22391$ also $KL - AB = \frac{218}{22391}$ Zoll

$= 0,009758$ Zoll

Da übertrifft das Bild, die Weite der Gläser, beynahe um $0,01$ eines Zolls, welches bey solchen Kleinigkeiten nicht unbeträchtlich, selbst, durch Schrauben, sehr merklich zu machen ist.

393. Daß $KL$ grösser als $AB$ ist, rührt daher weil der Winkel $APB = AQB$, nicht ganz $= 0$ ist.

394 Dieser Winkel heisse $\zeta$; Weil er doch klein ist, und $AB$, $KL$, gegen die übrigen Grössen klein sind, so kann man die Dreyecke $AQB$, $QKL$, für gleichschenklicht annehmen, und da ist ohne merk-

lichen

lichen Irrthum AB = b. tang ζ; KL = (f+b).tang ζ
Also KL — AB = f. tang ζ

395. Wenn AB = u; also tang $\zeta = \frac{u}{b}$; so

ist $KL - AB = \frac{l.\ u}{b - l}$ (aus 391 oder 394).

396 Für eine unendliche Entfernung verschwindet ζ also auch KL — AB.

397. Nun ist auch KL = f. tang η; (388; 390)

398. Also AB, oder (391)

$\frac{b-l}{b} . KL = \frac{b-l}{b} . \frac{bl}{b-l} . \text{tang } \eta = l. \text{ tang } \eta$

399. Wenn nun ein Gegenstand von eben der scheinbaren Grösse, unendlich entfernt ist, so sind AK, BL, parallel, auch AL, BM; und AB ist jedem Bilde gleich.

Jedes Bild aber ist alsdenn = l. tang η

400. Die Weite der Mittelpuncte der Objective von einander, wenn beyde Bilder einander berühren, kömmt blos auf des Gegenstandes scheinbare Grösse an, und bleibt einerley, wenn diese scheinbare Grösse einerley bleibt, der Gegenstand mag mässig, oder unendlich entfernt seyn.

401 Wenn also bey einem Gegenstande in bestimmter Entfernung der die scheinbare Grösse α hat, die Gläser m Umdrehungen von einander stehn, so stehn sie auch so viel Umdrehungen von einander wenn ein Gegenstand von gleicher scheinbarer Grösse unendlich entfernt ist.

402 Zum vorausgesetzt daß man durchs Ocularglas die Bilder sieht die im ersten Falle um $\frac{b\,l}{b - l}$ im zweyten um l hinter den Objectiven stehen, das ist: daß man beydemahl Bilder aus Strahlen von einerley Brechbarkeit sieht.

403. Setzt man dieses nicht voraus, kann das eine Paar Bilder aus einer Art Strahlen, das andere aus einer andern bestehn, oder bestehn beyde Paare aus einerley Art, aber nicht von der mittlern Brechbarkeit, sondern von einer andern, die man so genau nicht weiß, ob sie gleich von der mittlern nicht so gar viel unterschieden seyn mag — Ja da weiß ich von Dingen wo ich keine gegebenen Grössen habe, nichts zu berechnen.

## Erfahrungen, mit geänderter Stellung des Oculars beym Heliometer.

404. Ich bringe bey meinem Heliometer, das Ocular in den Abstand von den Objectiven in dem nen es sich für entlegne Sachen befinden muß.

So richte ich das Werkzeug nach der Sonne, und bringe nun die Objective in die Entfernung von einander, daß die Sonnenbilder einander berühren.

405. Alsdenn ziehe ich die Röhre welche das Ocular enthält, etwas weiter heraus, so daß das Ocular weiter von den Objectiven absteht.

Nun

Nun gehen die Sonnenbilder merklich über einander, ob ich sie wohl noch mit zulänglicher Deutlichkeit sehe.

406 Schiebe ich nach der Stellung 404; die Röhre mit dem Oculare tiefer hinein, so gehen die Sonnenbilder die ich in 404 sahe aus einander, daß ich zwischen ihnen durchsehen kann, ob ich sie gleich beyde noch zulänglich deutlich sehe.

407. Man begreift leicht, daß ich die Objective aus der Stellung (404) für 405 aus einander bringen, für 406 einander nähern muß, wenn nun die Bilder einander berühren sollen; Und diese Aenderung ist in Umdrehungen der Schraube sehr merklich.

408. Was ich von der Sonne beschrieben habe, zeigt sich bequemer und mit geringerer Beschwerlichkeit für das Auge, an einer nicht gar zu nahen Sache auf der Erde, z E. dem Dache des Jacobithurms der sich beym nordlichen Ende von Göttingen befindet, wie das Observatorium wo ich das Heliometer brauche, beym südlichen.

409. Bey einem Gegenstande also, der seine Entfernung nicht ändert, sehe ich, ohne sehr merkliche Aenderung der Deutlichkeit, merklich grössere Bilder, wenn ich das Ocular von den Objectiven entferne, merklich kleinere wenn ich es ihm nähere.

410. I Ich kann mir von dieser Begebenheit folgende Erklärung machen.

II Ich sehe vielleicht allemahl das Bild das in einer

einer gewissen Entfernung vor dem Oculare steht; Nicht eigentlich in des Oculars Brennpuncte, denn ich bin etwas kurzsichtig, ob wohl nicht so sehr kurzsichtig als ein grösserer Astronome, der seelige Mayer war, und als viel andere Gelehrte sind.

III Da nun der Gegenstand durch jedes Objectiv, unterschiedene Bilder macht, jedes aus einer andern Art Strahlen, so sehe ich, wenn ich das Ocular herausziehe zwey Bilder die weiter von ihren Objectiven abstehn, folglich grösser sind, folglich übereinander gehn, wenn sich die die ich vor dem Herausziehen des Oculars sahe, nur berührten. Und so, beym Hineinschieben des Oculars sehe ich Bilder die näher an ihren Objectiven liegen und kleiner sind.

IIII) Eben die Erfahrung (409) haben andere die ich dazu veranlaßt habe, und solche die gut in die Ferne sehn.

V) Warum nun Jeder von uns, allemahl gerade die Bilder sehe, die in einer bestimmten Entfernung vor dem Oculare liegen, davon könnte ich nach meinen bisherigen Einsichten keine Rechenschaft geben. Denn wenn man eine Sache durch ein Glas betrachtet das, wie ein Ocularglas pflegt, nicht eine gar zu geringe Brennweite hat, so kann man doch, ohne sehr merkliche Aenderung der Deutlichkeit, die Sache ein wenig näher ans Glas, oder ein wenig weiter davon bringen. Also verstehe ich nicht, warum beym Heliometer die Bilder die ich bey einer gewissen Stellung des Oculars sahe,

gar nicht mehr von mir gesehen würden, sondern ganz andere, wenn ich die Stellung des Oculars ändere.

411. Vielleicht sehe ich auch durchs herausgezogene Ocular eben die Bilder die ich in der ersten Stellung des Oculars sahe, aber ich sehe sie nicht vollkommen mit eben der Deutlichkeit. Dieser Unterschied kann vielleicht meiner Seele nicht merklich genug seyn, und doch in meinem Auge statt finden. Jedes Bild nähmlich, für einen Gegenstand angenommen, macht in meinem Auge ein Bild, das in diesem Falle etwas undeutlich wird. Eine Folge dieser Undeutlichkeit kann seyn, daß die Gränzen des einen Bildes im Auge in die Gränzen des andern hineintreten, wie die Zerstreuungskreise in einander gehen können, von den Jurin geredet hat (vom deutl. u. undeutl. Sehen 9 §. in meiner Ausg. v. Smiths Opt. 485. S.)

So erklärt man insgemein eine Erfahrung, die ich auch selbst gehabt habe. Ich sahe vor viel Jahren noch in meiner Vaterstadt, bey Tage, eine Bedeckung der Venus vom Monde, sie zu beobachten hatte ich keine Werkzeuge, oder, wie sich manche Naturlehrer ausdrucken: ich beobachtete sie physikalisch, durch ein Fernrohr. Sehr deutlich sahe ich eine merkliche Zeit, die Venus, innerhalb des Mondrandes, als wenn der Mond durchsichtig gewesen wäre. Natürlicher Weise hat das eigentliche Bild des Mondes, in meinem Auge einen falschen Rand um sich gehabt, in welchen

das

das Bild der Venus gefallen ist, und so mir die Venus im Monde dargestellt hat.

Auf diese Art wäre man leicht mit den Bildern beym Heliometer fertig die übereinander gehen; und man müßte nur versuchen, ob sich auch das Abstehen der Bilder von einander aus ihrer Undeutlichkeit herleiten liesse.

412. Ich habe mein Fernrohr mit dem kirchischen Mikrometer, nach vorerwähntem Thurme gerichtet, einen Theil davon zwischen die Schrauben gefaßt, und nun, bald das Ocularglas weiter vom Mikrometer u. Objective entfernt, bald Ocular u. Mikrometer zusammen weiter vom Objective entfernt. Es ist mir aber vorgekommen, als befände sich immer eben der Theil des Thurms zwischen den Schrauben. Indessen hat es bisher mir an Zeit gefehlt diese Versuche mit diesem, und einem andern Mikrometer zu vervielfältigen.

413. Daher setze ich Alles von 404 an beygebrachte hieher, nur fernere Untersuchungen, und Verbesserungen zu veranlassen.

414. 1. Weil ich nun aber, nach meiner Empfindung, nicht anders sagen kann, als, daß beym Heliometer, die Bilder eines und desselben Gegenstandes, der in ungeänderter Entfernung bleibt bey einem gewissen Abstande des Oculars von den Objectiven einander berühren, und bey einem grössern, über einander gehen, so glaube ich an Hr. de la Lande Vorschrift (384) für jezo noch zweifeln zu dürfen.

II In diesem Zweifel bestätiget mich, daß die Weite der Objective von einander, bey der die Bilder einander berühren, auf die scheinbare Grösse des Gegenstandes, ohne Betrachtung seiner Entfernung ankömmt, wofern meine Schlüsse (387 . . . 397) richtig sind.

III Wenn also ein unendlich entfernter, und ein näherer Gegenstand, beyde gleiche scheinbare Grösse haben, und wenn ich den nähern Gegenstand durchs Heliometer deutlich genug sehe, obgleich das Ocular so stehen bleibt, wie für den unendlich entfernten:

IIII So fragt sich nun: Bestehen die Bilder des nähern Gegenstandes die ich sehe, aus Strahlen von eben der Brechbarkeit, aus welchem die Bilder des unendlich entfernten die ich sehe bestehn?

V Ist dieses, so gehört einerley Abstand der Objective von einander, dazu daß mir jene u. diese Bilder einander berühren. (402)

VI Nimmt man aber an, ich sehe allemahl nur die Bilder, die eine bestimmte Entfernung vom Oculare haben, so muß ich freylich für den nahen Gegenstand das Ocular weiter herausziehen, wenn ich von ihm Bilder sehen will, die aus eben solchen Strahlen bestehn, wie die Bilder des entfernten, die ich durchs Ocular in seiner gewöhnlichen Stellung sehe.

VII Dieses anzunehmen, könnte mich zwar die Erfahrung (409) veranlassen, (410; I) und da wäre ich mit Hr. de la Lande eins.

VIII

VIII Indessen scheint diese Voraussetzung mir noch nicht ganz ausgemacht, (410; V) Und so überlasse ich sie, und die Folgen daraus fernern Untersuchungen.

VIIII Und lasse das Ocular, wenn ich nur den nähern Gegenstand, meiner Empfindung nach ganz deutlich sehe, in der Stelle stehen, in der es sich für unendlich entlegene Gegenstände befindet.

X In den Gedanken, daß die Bilder die ich von ihm deutlich sehe, aus Strahlen von eben der Art bestehen werden, aus denen die Bilder eines entfernten Gegenstandes den ich nur eben so deutlich sehe bestehen.

XI. Aber, wenn mein Verfahren nicht ganz unrichtig ist, wie kann Hr. de la Lande nach dem seinigen, die scheinbare Grösse der Sonne, wo nicht in vollkommener Schärfe doch der Wahrheit ungemein nahe gefunden haben? Man sehe unten (475)

XII. Bey ihm war der Gegenstand auf der Erde den er brauchte ziemlich nahe, das Bild desselben fiel so weit über den Brennpunct, daß Hr. d. l. L. vermuthlich diesen Gegenstand nicht recht deutlich würde gesehen haben, wenn er das Ocular an der Stelle für entfernte Gegenstände gelassen hätte. (384) Er that also recht daran, daß er das Ocular weiter herauszog. Aber, daß man dieses auch thun soll, wenn gleich der Gegenstand so weit entfernt ist, daß man ihn deutlich sehen kann, ohne das Ocular weiter herauszuziehen, das beweist wenigstens diese seine einzige Erfahrung nicht.

415 Daß der nahe Gegenstand ein grösser Bild macht, muß nothwendig bey dem gewöhnlichen Mikrometer bemerkt werden, wo man dieses Bild mißt.

Dieses grössere Bild, ist in der Verhältniß entfernter von seinem Objective in welcher es grösser ist, und man sieht leicht, daß dieses die Ursache ist warum nach (400) wenn ein unendlich entfernter, und ein naher Gegenstand gleiche scheinbare Grösse haben, einerley Abstand der Objective von einander erfodert wird, damit sich jenes beyde kleinen, oder dieses beyde grössern Bilder berühren.

Also ist meinen Einsichten nach, der Unterschied zwischen nahen und entlegenen Gegenständen, beym Mikrometer wesentlicher zu betrachten als beym Heliometer; Und ich bin so unglücklich, hierinnen Hr. d. l. L. gerade entgegengesetzt zu denken. (384)

## Beyspiel des Verfahrens den Werth der Schraubengänge eines Heliometers zu bestimmen.

416 Hiebey habe ich mich, meinen erklärten Einsichten gemäß, folgendergestalt verhalten.

Ich maaß auf einer ebenen Wiese eine Linie MN. Ihr Anfang M war lothrecht unter einer Stelle zwischen den Objectiven. Durch ihr Ende N; ließ ich eine Linie auf sie senkrecht abstecken. Ich hatte zweene Stäbe, da einer schwarz der an-

dere weiß war, sie in der Ferne desto besser zu unterscheiden; diese ließ ich über dem erwähnten Perpendikel lothrecht einstecken, einen in P, den andern eben so weit von N, in Q.

417 Aus PQ und MN ließ sich der Winkel PMQ berechnen, die scheinbare Grösse ihres Abstandes von einander.

418. Jedes Objectiv, machte Bilder von beyden Stäben und ihren Abstande, daß man also vier Stäbe sahe.

419. Von PQ war das Bild hinter dem linken Objective pq und hinter dem rechten $\pi\varkappa$; p das Bild von P hinter dem linken Objective, $\varkappa$ das von Q hinter dem rechten.

420 Wenn also p u. $\varkappa$ einander bedeckten, so hatte man eine Erfahrung wie 375 erfodert.

421. Solcher Erfahrungen, konnte man soviel haben, soviel Abstände PQ man nehmen konnte. Zweene waren nothwendig. Ich ließ aber mehr nehmen, die Erfahrungen zu vervielfältigen.

422. Hiebey ließ ich das Ocular immer in dem Abstande von den Objectiven stehen, wo es für die Sonne steht.

423. Das ist die allgemeine Vorstellung meines Verfahrens. Die besondern Umstände waren folgende.

Ich maß die Linie mit einer Meßkette, die fünf Ruthen Leipziger Maaß, die Ruthe in zehn Fuß getheilt, enthielt. Ein solcher Fuß beträgt $1\frac{1}{2}$ gewöhnlichen Leipziger Fuß.

Ich

Ich wollte die Linie gern so lang haben als möglich; Also machte ich sie wie der Platz zuließ,

MN = 1390 Fuß der Kette = 2085 Leipziger Fuß

424. Diesen Weg hatte ich nicht Lust oft hin u. her zu spazieren; Man konnte auch von einem Ende ans andere nicht mit einander sprechen.

Ich berechnete also, aus trigonometrischen Tafeln die ich zu dem Ende bey mir hatte, was dem und jenen Abstande PQ; für Winkel bey M zugehörten.

Diese Winkel wählte ich ziemlich von einander unterschieden, und so daß sie innerhalb der Gränzen fielen, in welchen ich die Entfernungen meiner Objective von einander ändern konnte; (378) Diese Gränzen kannte ich schon zuvor ohngefähr.

Also ließ ich von denenjenigen meiner Zuhörer die als Gehülfen mitgegangen waren, einige bey N; und verordnete, in was für Entfernungen sie die Stäbe, nach und nach stecken sollten.

Darauf begab ich mich wieder ans Heliometer, und stellte bey jedem Abstande der Stäbe von einander, die Objective, daß die Bilder, mir, und auch denen die sich beym Heliometer befanden, einander nach 420; bedeckten.

425. Da gab sich folgendes, wo die zweyte Columne aus 373 zu verstehn ist:

| NP = NQ | Weiser |
|---|---|
| Fuß der Kette | bey |
| I) 8 | $11\frac{1}{3}\frac{2}{2}$ Rev. |
| II) 6 | 2; 24 |
| III) 10 | 20; 13 |
| IIII) 12 | 28; 30 |

## 426. Berechnung der scheinbaren Grössen.

Wenn MN = b; PQ = 2.NP = c; PMQ = $\eta$

So ist $\eta = \frac{c}{b}$;

Die Rechnung führe ich so;

Allemahl ist b = 1390; also

| | |
|---|---|
| — log 1″ | = + 5,3144251 |
| — log 1390 | = — 5,1430148 |
| beständiger Logarithme L = | 2,1714103 |

Nun für I) ist c = 16

log 16 = 1,2041200

L = 2,1714103

log $\eta$ = 3,3755303

giebt $\eta$ = 2374″,2 = 39′ 37″,2

So findet sich für

| | c | $\eta$ |
|---|---|---|
| I | 16 | 2374″,2 = 39′ 37″,2 |
| II | 12 | 1780,7 = 29 40, 7 |
| III | 20 | 2967,8 = 49 27, 8 |
| IIII | 24 | 3561,4 = 59 21, 4 |

427. Berechnung wieweit die Bilder über die Brennpuncte der Objective gefallen sind.

Die Formel $\frac{l\ l}{b - l}$ giebt hie folgendes:

b = 2085. 12 = 25020 leipziger Zoll;
l = 109 leipz Zoll;
b — l = 24911
2 log l = 4, 0748530
log (b — l) = 4, 3963911

0, 6784619 — 1

gehört zu 0, 47693

428 Um soviel hätte ich also nach Hr. de la Lande Vorschrift (383) das Ocular herausziehen sollen; ohngefähr um einen halben Zoll; welches ich nicht gethan habe. (422)

429. Aus den vier Erfahrungen (426) lassen sich sechs Paare nehmen, und aus jedem Paare die gesuchten Grössen 376; 377; berechnen.

Also bekömmt man sechs Werthe für jede dieser Grössen, und kann diejenigen weglassen, die sich zu weit von den übrigen entfernen, darnach die Erfahrungen beurtheilen, die solche entfernte Werthe geben, und aus den Werthen die nahe genug zusammen fallen ein Mittel nehmen.

430. Zum Exempel, will ich die Rechnung für die I u. IIII; Erfahrung hersetzen.

$b = 3561,4$
$a = 2374,2$

$b - a = 1187,2$
$n = 28; 30$
$m = 11; 12$

$n - m = 17; 18$
$= 17,5625$

Der letzte Werth von dem Unterschiede der Zahlen der Revolutionen, giebt ihn in Ganzen, und Decimaltheilen. Ich habe zur bequemern Verwandlung der zweyunddreyssigtheile in Decimaltheile mir eine kleine Tafel gemacht.

$\log a = 3,3755173$
$\log (n - m) = 1,2445740$

$4,6200913$
$\log (b - a) = 3,0745239$

$\log (x + m) = 1,5455674$
gehört zu 35, 121
$m = 11,375$

$x = 23,746$
$\log (b - a) = 3,0745239$
$\log (n - m) = 1,2445740$

$\log R = 1,8299499$
giebt $R = 67'', 600$

431. Hr. d. la Lande hat bey seiner Linie (385 II) die Neigung gegen den Horizont die ein paar Grad betrug, durch Abwägen gefunden; die Linie selbst, mit Stangen, und zu wiederhohlten mahlen gemessen.

Diese

Diese Vorsichtigkeiten die allerdings zu empfehlen sind, verstattete mir die Zeit nicht, da ich zu meiner Verrichtung nicht eher einen Tag frey hatte, als in den Herbstferien, und die ganze Arbeit auf einmahl vollenden mußte, weil die eintretende Witterung einzelne Fortsetzungen unterbrochen hätte.

Meine Absicht war auch vornehmlich, nur einen Versuch zu machen, wie ein solches Verfahren die Werthe der Umdrehungen bestimmte, und seine Bestimmungen mit Beobachtungen am Himmel zu vergleichen, mit Vorbehalte es ein andermahl zu wiederhohlen, wenn sich zeigte daß des Verfahrens geometrischer Theil, oder auch sein dioptrischer (428) Verbesserungen nöthig habe.

432. Wenn man das Heliometer nach irrdischen Gegenständen richtet, fallen ein paar Begebenheiten vor bey denen man ein wenig theoretische Bemerkungen nöthig hat, sich dabey gehörig zu verhalten.

Die beyden Bilder, z. E. eines Daches von einem Thurme u. d. g. erscheinen manchmahl nicht in einer Horizontalfläche, eines viel tiefer als das andere.

Die beyden Bilder eines Punctes nähmlich, befinden sich in der Ebene, durch den Punct, und die beyden Axen der Objective (355) Ist also diese Ebene nicht horizontal so steht eins der Bilder niedriger als das andere.

Das niedrigste Bild befindet sich hinter dem

Objective dessen Mittelpunct am niedrigsten steht, und man begreift also leicht wie die Linie durch beyder Objective Mittelpuncte muß gedreht werden, daß die Bilder in eine Horizontalfläche kommen.

433 In 19; 21; Fig. bedeuten einerley Buchstaben, einerley. H sey des Oculars Mittel, dadurch KHk; MHm gezogen sind.

Weil sich die Bilder im Brennpuncte oder nahe dabey befinden, so gehen die Strahlen die von K aufs Ocular fallen, nach der Brechung mit Hk völlig, oder beynahe parallel, und eben so die von M mit Hm.

Durch jene sieht man Q durch diese P (19 F.)

Wenn sich das Auge also hinter dem Oculare, ohne seine Entfernung davon zu ändern, von der linken gegen die rechte, von m gegen k bewegt, so bekömmt es immer weniger u. weniger Strahlen, von dem Gegenstande zur rechten Q.

Und, wenn es sich von der rechten gegen die linke bewegt, weniger und weniger von dem Gegenstande zur linken P.

Also erscheint bey dieser Bewegung dem Auge das sich gegen die rechte Seite bewegt der rechte Gegenstand immer dunkler u. dunkler, u. so umgekehrt der linke dem Auge das sich gegen die linke bewegt.

434. Stünden also die beyden Gläser zu weit aus einander, daß die beyden Bilder von PQ einander nicht in L berührten, sondern von einander abstünden, so könnte z. E. M so weit seitwärts lie-

gen

gen, daß von den Strahlen die hinter dem Oculare mit HM parallel gehen, nur wenige ins Auge kämen, und da würde man P durch diese Strahlen sehr matt sehen; lebhafter, wenn man die Gläser näher zusammenbringt.

## Historische Nachrichten vom Heliometer.

### Bouguer.

435. Hr. Bouguer hat das Werkzeug nach der bisher beschriebenen Einrichtung, in den Mem. de l'Ac. des Sc. 1748 bekannt gemacht; p. 11. Seine Abhandlung ist: Von der Art, Diameter der größten Planeten zu messen, überschrieben.

Er scheint zwey ganze Objective zu brauchen, und hat im Brennpuncte ein gewöhnliches Mikrometer, durch das er den Theil mißt, in welchem die Bilder übereinander gehen.

436 Die letztere Vorrichtung finde ich beym Hr. de la Lande u. a. neuern Schriftstellern nicht angezeigt. Sie ist auch entbehrlich wenn man die Bilder in die Berührung bringt.

Bey Erfahrungen wie 404 wäre sie nützlich.

### Savery.

437. Im 48 Bande der Philosophical Transactions 1. Th. für 1753. hat der 26 Art. die Aufschrift: Schreiben von Hr. Jac. Short, M. d. k. G. an den Grafen v. Macclesfield Präsidenten, einen Aufsatz weiland Servington Savery Esqu.

betr. der sich auf desselben Erfindung eines neuen Mikrometers bezieht.

Als Short Nachricht von Bouguers Heliometer erhielt, erinnerte er sich Saverys Aufsatz von eben so einem Gegenstande in der k. engl. Soc. 1743 gehört zu haben. Im Protocolle der Soc. fand sich unter dem 27 Octob. 1743; daß ein Aufsatz vom Savery vorgezeigt worden, welcher eine neue Methode enthalte, den Unterschied zwischen den Durchmessern der Sonne in der Erdnähe u. Erdferne zu messen.

Auf dem Originalaufsatze vom Savery hat der vorige Präsident Mart. Folkes, d. 26 Oct. 1743 aufgezeichnet, daß ihm derselbe vom Verfasser versiegelt, von Hr. Graham sey übergeben, und in dessen Gegenwart erbrochen worden.

438. Dieser Nachricht folgt Saverys Aufsatz selbst, dessen Aufschrift, die erwähnte Abmessung der Sonnendurchmesser verspricht, obgleich das Fernrohr daran sich das Mikrometer befände, so stark vergrösserte, daß man den ganzen Durchmesser der Sonne nicht auf einmahl sähe.

Savery hat das letzte beygefügt, um Aufmerksamkeit auf seine Erfindung durch die anscheinende Unmöglichkeit zu erregen.

439 Wem dieses Räthsel aufgegeben würde, der könnte darauf fallen, den Durchmesser der Sonne aus der Zeit zu bestimmen, die er braucht durch einen Stundenkreis zu gehn. Und wenn dieser Stundenkreis die Mittagsfläche ist; wenn

sich

sich ein Faden im Fernrohre genau in der Mittagsfläche befindet, so braucht man nur die beyden Sonnenränder die nach einander an ihn antreten, jeden auf einmahl zu sehn.

Aber die Zeit in so kleinen Theilen als hie erfodert wird genau genug zu bemerken, wäre schwer Bouguers hie dienliche Vorschriften stehn (138)

440. Saverys Auflösung läßt sich so vorstellen: A, B; 22 F. sind die Mittelpuncte zweyer Objective, die ihre Lage gegen einander nicht ändern. Der Objective Axen AS; BT; Die Objective werden in ein Rohr gefaßt, und mit einem Oculare versehn.

Die beyden Sonnenbilder haben ihre Mittelpuncte allemahl in S, T, in einer ungeänderten Entfernung von einander.

Der Halbmesser Bilder sind also in der Erdnähe SN; Tn, in der Erdferne SM, Tm;

S. nimmt bey ST ein gewöhnliches Mikrometer an. Damit mißt er Mm; Nn; und hat folglich MN = Mm — Nn den Unterschied zwischen dem größten und kleinsten Durchmesser der Sonne.

Man könnte also zu den Objectiven, ein so stark vergrösserndes Ocular nehmen, daß in das Feld welches man übersieht, weder S noch T fielen wenn nur M und m nicht allzunahe an dieses Feldes Gränzen fallen.

441 S. schränkt sich darauf ein, die Unterschiede zwischen den Sonnendurchmessern scharf anzugeben. Die Sonnenscheibe selbst in grosser

Schär-

se abzumessen, das übersteigt wie er glaubt die menschliche Kunst.

442 S. hat ein Objectivglas durch sein Mittel halbirt; jede Hälfte wieder in zwey Stück getheilt, nach Linien die mit dem Durchmesser parallel giengen. So hat er zwey Paar Stücken bekommen, eins, wo jedes Stück einen Kreisbogen u. eine gerade Linie zu Gränzen hatte wie ein gewöhnliches Segment eines Kreises, und eins wo die Gränzen zwo Parallelen, und zweene Kreisbogen zwischen ihm waren.

Das erste Paar hat er mit ihren geraden Seiten zusammen gefügt, das andere, mit den Gränzen, die am weitesten von einander abstunden, als sich seine beyden Stücken im ganzen Objective befanden, so daß die gemeinschaftliche Gränze beyder Stücken als das Objectiv noch ganz war, jezo bey einem Stücke die äuserste Gränze zur rechten, bey dem andern die äuserste Gränze zur linken ausmacht.

Man leite sich selbst, aus den bekannten Lehren der Dioptrik her, was solche Zusammenfügungen für Bilder machen, oder man lese es bey dem Verfasser nach.

Das lezte kann man leicht thun, denn dieser Aufsatz, so wie einige die ich zu nächst anführen werde, befindet sich in einem der Bände der Transactionen von denen etliche wittenbergische Gelehrte mit rühmlichen, und von Deutschland nicht genug

nug unterstützten Eifer, eine neue Ausgabe besorgen (*).

## Vergleichung von B. und S. Erfindungen.

443. Die Engelländer haben das Angeführte bekannt gemacht, als sie von B. Heliometer Nachricht bekamen. Diese Nachricht erhielt Short anfangs schriftlich vom P. Pezenas, und darauf erschien in 1753 der Band der Memoires für 1748.

Es ist billig daß S. Erfindung hiedurch in Andenken ist erhalten worden. Wie indessen nirgends angegeben wird daß B. einige Kenntniß davon gehabt hätte, so bleibt diesem auch wohl völlig die Ehre seiner Erfindung.

Sie ist auch in dem wesentlichen Umstande von S. seiner unterschieden daß B. die Entfernungen der Objective von einander ändert, und dadurch ein Mittel zeigt, etwas zu leisten, daß S. nicht für thulich hielt, nähmlich den Durchmesser der Sonne selbst genau anzugeben, (441)

Das letzte zwar, hat nun auch Dollond wie ich zunächst beybringen werde, geleistet, aber nicht eher als bis Bouguers Erfindung schon bekannt war. Dollonden konnte freylich, seine beyden Hälften eines Objectivs, beweglich zu machen, eben so leicht selbst einfallen, als es Bouguern von seinen beyden

(*) Philosophical Transactions; Vol. 48; P. I. for 1753. Reprinted according to the London Edition, Wittenberg by C. C. Dürr 1769.

den Objectiven eingefallen ist, aber daß es ihm ohne Bouguers Veranlassung eingefallen ist, zeigt sich gleich wohl nicht.

Also erinnert Hr. de la Lande mit Rechte, diese Erfindung sey erst nach Hrn. Bouguer in Engelland, wenigstens gebraucht und ausgebreitet worden. Astr. 1945; I. Ausg. 2437; II.

## Dollond.

444. In dem angeführten Bande der Transactionen, befindet sich im 27. Artikel, Joh. Dollonds Verfahren kleine Winkel zu messen; und im 74; eine fernere Erläuterung dieses Verfahrens.

Dollond halbirt ein Objectivglas. Diese beyden Hälften sind ihm das was Bouguern die beyden ganzen, oder bey dem Heliometer das ich beschrieben habe die beyden Stücken gleicher Objective sind.

445. Weil also jede Hälfte den Mittelpunct des ganzen Objectivs in sich hat, so machen beyde Hälften so zusammengefügt daß ihre Durchmesser einander decken, ein ganzes aus, wo der Abstand der Mittelpuncte der beyden Hälften $= o$ ist.

Stehen sie nicht so beysammen, so kann man den Abstand ihrer Mittelpuncte messen.

Hierinnen ist Dollonds Vorrichtung bequemer als Bouguers seine. Bey jener findet man den Werth der Schraubengänge aus einem Winkel wie

bey

bey dem gewöhnlichen Mikrometer, da man beym Bouguer zweene braucht. (375)

Auch kann Dollond ganz kleine Winkel messen, welches Bouguer nicht so leicht kann (378)

446. Zum voraus gesetzt, daß das Objectiv genau durch sein Mittel getheilt ist. Ich stellte sonst mir dieses nicht gar zu leicht vor. Ein Künstler den ich darüber befragt habe, glaubte auch: dieser Ausdruck würde nur gebraucht die Wahrheit zu verstecken, und erdachte sich einen Handgriff wie er ein solches Glas aus zwey gleichen Stücken zusammen fügen wollte. Ein anderer aber, der mehr Erfahrung besitzt, hält die Halbirung eines Objectivs nicht so gar schwer.

Wenn sich dieses leicht und sicher bewerkstelligen läßt, so entweicht man dadurch der Nothwendigkeit zwey vollkommen gleiche Objective zu haben. (382)

Soviel ich aus Beschreibungen solcher Werkzeuge sehe, verliert man eigentlich den Mittelpunct in jedem halben Objective. Denn man schleift sie längst des Durchmessers glatt, und setzt sie da in ihre Fassungen.

Als ich an der deutschen Ausgabe von Smiths Optik arbeitete (diese Ausgabe ist zu Altenburg bey Richtern 1755 herausgek.) und bey der Veranlassung mit dem Verfasser in Briefwechsel gerieth, meldete mir derselbe, Dollond habe eine neue Art Mikrometer, mit einem zerbrochenen Objectivglase, verfertiget; with a broken Objectglass waren

seine

seine Worte. Der Ausdruck war etwas befremdend, denn zerbrochne Objectivgläser weiß man sonst nicht so gut zu brauchen. Aus dem Angeführten wird man die Bedeutung verstehn.

447. Die beyden Hälften bewegt Dollond nicht wie Bouguer, (370) sondern sucht den Zwischenraum der Gläser zu vermeiden, welcher bey der angezeigten Bewegung entsteht.

Dieser Absicht gemäß, bewegt er die beyden Hälften so wie die 23 Fig zeigt. Man stelle sich vor sie liegen anfangs dergestalt an einander daß sie ein einziges Ganze ausmachen. So fallen ihre beyden Durchmesser in einem einzigen zusammen. In der Linie nun die sich solchergestalt giebt, schiebe man der beweglichen Hälfte Durchmesser fort.

448. Auf die Platte welche die unbewegliche Hälfte enthält verzeichnet D. einen Maaßstab von gleichen Theilen, und einen Vernier, welcher sich am Maaßstabe hinschiebt, auf den Theil des Behältnisses, welcher die bewegliche Hälfte fortführt. So läßt sich der Abstand der Mittelpuncte genau angeben.

449. Dollond erinnert diese Vorrichtung lasse sich auf dreyerley Art brauchen.

Zum ersten, als ein Objectivglas das aus zwo Hälften besteht, mit seinem Ocular; also völlig wie Bouguers Heliometer.

Hievon giebt er die Theorie, wie ich sie im vorhergehenden vorgetragen habe, obwohl in etwas andern Ausdrückungen.

450. In dieser Theorie sind folgende Behauptungen merkwürdig. (558 Seite der Transactionen; nach der londner Ausgabe) Der Winkel welcher am Objective dem Durchmesser des Gegenstandes zugehört, findet sich, ohne die Entfernung des Gegenstandes, oder den Abstand seines Bildes von dem Brennpuncte in Betrachtung zu ziehen, denn das Maaß dieses Winkels beruht, gänzlich auf dem Brennpuncte der Parallelstrahlen, und der beyden halben Objective, Abstande von einander. Hieraus läßt sich auch eine Regel für die Grösse dieses Winkels herleiten, ohne daß man des Glases Brennweite betrachtet. Man stelle einen Gegenstand, dessen Durchmesser bekannt ist, in eine bekannte Entferuung, der Winkel der ihm am Glase zugehört, läßt sich trigonometrisch finden. Man messe ihn alsdenn mit diesem Mikrometer, und der Abstand der Mittelpuncte, durch die vorhin (448) angezeigte Maaßstäbe gefunden, wird das beständige Maaß, eben desselben Winkels, in allen andern Fällen seyn. Denn die Entfernung des Gegenstandes, ändert, wie gewiesen worden ist, nichts in dem Maasse des Winkels. Hat man so den Abstand zwischen den Mittelpuncten, der einem bekannten Winkel zugehört so findet man die übrigen durch die Regel Detri.

451. Den Satz aus welchem Dollond dieses folgert, brauche ich wohl nicht he zuschreiben. Man sieht leicht, daß er so was ist wie (400).

Wer ihn beym Dollond nachlesen will, wird aus der unterschiedenen Art wie wir uns beyde seine Gründe vorstellen, es glaublich genug finden, was ich beyfüge, daß mir diese Uebereinstimmung nicht eher bekannt geworden ist, bis jezo da ich der Geschichte des Heliometers wegen Dollonds Schrift aufmerksamer durchgehe. Ich habe die übele Gewohnheit, wenn ich mir von einer Sache eine Theorie machen will, zuerst für mich selbst darüber zu denken, und darnach zu lesen was andere gedacht haben.

Also hat mein Satz (401) und mein darauf gegründetes Verfahren (428) Dollonds völligen Beyfall.

Dieser Dollond, hat die achromatischen Fernröhre erfunden; Nicht durch einen Zufall, sondern auf Veranlassung eines tiefen theoretischen Streites mit Hr. Eulern. Er hat also zuverlässig die unterschiedenen Bilder gekannt, die ein Gegenstand durch Strahlen von unterschiedener Brechbarkeit macht. Und daher ist es mir nicht gleichgültig, daß ich ihn auf meiner Seite habe, wenn Hr. de la Lande auf der entgegengesetzten ist.

Hr. d. l. L. an dem 385; II; angef. Orte der Memoires, nachdem er seine Vorschriften vorgetragen hat, setzt hinzu: "Dieses ist es was Dollond in den Transf 1754; sagen will, wenn er beweist, der Maaßstab des Mikrometers bleibe für alle Entfernungen des Gegenstandes einerley, oder man muß ihn wenigstens so verstehn."

Je-

Jemanden, der ausdrücklich sagt: Man braucht des Glases Brennweite, nicht zu wissen, den kann ich doch wirklich nicht so verstehn: Man muß aus Brennweite und Entfernung des Gegenstandes berechnen, wie weit das Ocular herausgezogen werden soll.

453. Bey dem bisher beschriebenen Gebrauche des Heliometers, kann die Länge beschwerlich seyn wenn es eine grosse Brennweite hat.

Und eine grosse Brennweite wird man ihm gern geben, um grosse Bilder zu bekommen (379)

Die Länge abzukürzen, schlägt Dollond vor, man solle hinter die beyde halben Objective ein ganzes setzen, z. E. von 12 Fuß, wenn jene 40 Fuß wären.

Wie weit man es hinter sie stellen soll, wie es sich hie mit Verkürzung der Brennweite u. den Bildern verhält, giebt er nicht umständlicher an.

Er bedient sich vielmehr, eben weil er sich nicht die Mühe geben wollen, diese Theorie umständlicher aus einander zu setzen einiger Ausdrückungen, die Zweifel erregen können.

Z. E. Wiederhohlte Brechungen und Reflexionen, änderten die Stellungen der Bilder gegen einander nicht, und daher bliebe bey einer solchen Verkürzung des Fernrohrs doch der Maaßstab für die Messung der Winkel eben derselbe.

Hiebey kann einem wohl einfallen, daß sich allerdings durch wiederhohlte Brechungen u. Reflexionen, die Lagen der Mittelpuncte der Bildtr gegen einander ändern, diese Mittelpuncte näher zusammen, oder weiter aus einander kommen.

Daß ferner die Grössen der Bilder dadurch geändert werden, und der Maaßstab der Winkel beym Heliometer, ist die Grösse der Bilder auf welche der Abstand der Mittelpuncte der halben Objective ankömmt.

454 Also wird es nicht unnütz seyn, folgende Theorie dieser zweyten Vorrichtung des Heliometers zu geben.

In der 24 F sind A, B, die Mittelpuncte der beyden halben Objective, die Brennweiten AS = BT = a; also in S, T, die Mittelpuncte der Bilder eines unendlich entfernten Gegenstandes, z. E. der Sonne.

In C sey der Mittelpunct des ganzen Objectivs, das hinter jene beyden halben gesetzt wird. Seine Axe jenen beyden parallel.

Desselben Brennweite sey = c; sein Abstand von der Linie AB sey = g = AE wenn CE senkrecht auf AS ist.

455. Jezo, die Untersuchung zu erleichtern, nehme ich an, C befinde sich mitten zwischen der halben Objective Axen, daß ein Perpendikel von C auf BT, so groß als CE wäre

Wenn der Sonne die ich zum Exempel brauche, scheinbarer Halbmesser = λ; so ist des Bildes um S wahrer Halbmesser = a. tang λ welchen ich p nennen will.

Dessen um T Halbmesser ist eben so groß, und also, wenn das hintere Objectiv nicht da ist, AB = 2p wie bekannt.

Nun

Nun bringe man das hintere Objectiv an die angezeigte Stelle.

Man ziehe CS, so bricht dieses Objectiv, die Strahlen die es nach S zufahrend auffängt, nach

$$\text{f: so daß } Cf = \frac{-c.CS}{-CS-c} = \frac{+c.CS}{CS+c}$$

Wie also der Mittelpunct des einen Sonnenbildes aus S in f gebracht wird, so entsteht um f ein zweytes Sonnenbild in Vergleichung mit dem ersten um S.

Die Ebene dieses zweyten Bildes ist senkrecht auf die Axe des Glases C von dem es gemacht wird; Also der Ebene des ersten parallel, weil das erste auf die Axe AS senkrecht steht, und die Axen parallel sind.

Diese beyden parallelen Ebenen, mit der Ebene CST durchschnitten, geben also parallele Durchmesser der beyden Bilder.

Diese Durchmesser verhalten sich wie die Weiten der Mittelpuncte der Bilder von C;

Oder, des Bildes um f; Halbmesser ist $\frac{Cf}{CS} \cdot p$

Völlig eben so, bekömmt man aus dem Bilde um T, eines um t, dessen Halbmesser $= \frac{Ct}{CT} \cdot p$

456 Wenn C mitten zwischen beyden Axen oder halben Objective liegt, ist $CS = CT$; $Cf = Ct$; und der beyden Bilder um f, t, Halb-

messer sind völlig gleich, u. ihre Summe ist

$$= \frac{2.Cf}{CS} \cdot p$$

Zieht man aber die geraden Linien ST, ft, so sind solche, unter der angenommenen Voraussetzung parallel. Die erste ist 2p; also die letzte

$$= \frac{2.Cf}{CS} \cdot p$$

Also haben die Bilder um f u. t, kleinere Halbmesser, als die um S u. T, aber in der Verhältniß Cf: CS kleiner.

Man stelle sich also Anfangs die beyden halben Objective allein vor, ohne das ganze. Da entstehen die Bilder um S u. T. Man bringe sie in Berührung. Das giebt einen gewissen Abstand der Mittelpuncte AB = 2p.

Nun bringe man des ganzen Mittelpunct auf die erwähnte Art in C. So entstehen nun statt der Bilder um S u. T, andere um f u. t.

Und diese berühren einander ebenfalls bey eben dem Abstande der Mittelpuncte AB, bey dem die vorigen einander berührten.

So erhellt Dollonds Behauptnng: das Werkzeug wird verkürzt, aber der Maaßstab für die scheinbaren Grössen, bleibt eben derselbe.

457 Dieses etwas allgemeiner zu betrachten, nenne man den Winkel ESC = φ. Er ist aus der Stellung des Puncts C gegeben. Seine Tangente ist $\frac{CE}{a - g}$.

So

So ist CS = (a — g). sec φ; und

$$Cf = \frac{c.(a-g)}{a-g+c.\cos\varphi}$$ und

$$Sf = \frac{(a-g)^2}{\cos\varphi.(a-g)+c.\cos\varphi)}$$ und

$$Sf.\ \text{col}\ \varphi.\ \text{oder}\ Se = \frac{(a-g)^2}{a-g+c.\cos\varphi}$$

$$\text{Daher}\ a-Se\ \text{oder}\ Ae = \frac{(a-g).g+a.c.\cos\varphi}{a-g+c.\cos\varphi}$$

Dieses gäbe die Länge des Werkzeuges mit dem ganzen Objective.

Um Se wäre es kürzer als das Heliometer ohne ganzes Objectiv.

Es versteht sich daß man hie die Länge schätzt wie bey andern Fernröhren, ohne den Zusatz welchen das Ocular macht in Betrachtung zu ziehn.

458 Wäre aber C einer Axe näher als der andern, so setze man CTB = ψ

Da ist CT = (a — g). sec ψ.

$$\text{Und}\ Ct = \frac{c.(a-g)}{a-g+c.\cos\psi}$$

Sind also die Winkel φ, ψ nicht gleich, so sind es auch Cf, Ct, nicht, und verhalten sich auch nicht wie CS : CT.

Wenn C mitten zwischen beyden Axen ist, so hat jeder dieser Winkel zur Tangente $\frac{p}{a-g}$ die ich q nennen will.

Von diesem mittlern Werthe, der für beyde gleich ist, kann der eine am weitesten unterschieden seyn, wenn der andere $= o$ ist, oder C sich in einer beyder Aren befindet.

Da ist dessen der nicht $= o$ ist, Tangente $= 2q$.

Und die Tangente des Unterschiedes zwischen diesem größten Werthe und dem mittlern

$$= \frac{q}{1 + qq} = \tfrac{1}{2} \sin 2q$$

Aber AB wird allemahl nur wenig Zoll seyn, und ES viel Fuß.

Also werd n diese Winkel immer so klein seyn, daß selbst der größte von ihnen dessen Tangente $= 2q$ nicht sehr beträchtlich ist.

Und so wird keines sein Cosinus, beträchtlich von 1 unterschieden seyn.

Also wird man immer beynahe $Cf = Ct$ und $Cf : Ct = CS : CT$ annehmen dürfen.

Setzte man zum Exempel $a = 40$ Fuß $= 480$ Zoll, $\lambda = 16'$; $c = 12$ Fuß; $g = 8$ Fuß also $a - g = 32$ Fuß $= 384$ Zoll. So bekäme man

| | | |
|---|---|---|
| log 480 | = | 2,6812412 |
| log tang $\lambda$ | = | 0,6678492 — 3 |
| log p | = | 0,3490904 |
| — log 1″ | = + | 5,3144251 |
| | | 5,6635156 |
| — log 384 | = — | 2,5843312 |
| | | 3,0791843 |

gehört zu 1200″,0 = 20′

So

So groß ist jeder der beyden Winkel wenn sich C in der Mitte zwischen beyden Axen befindet.

Und einer von ihnen, noch einmahl so groß = 40′ wenn sich C in einer der beyden Axen befindet.

So viel wird von der Vorrichtung, zulänglich seyn da hinter zwey halben Objectiven ein ganzes gesetzt wird.

Sie weiter auszuführen, wäre überflüssig, weil Dollond selbst sie nicht brauchen will.

459 Er bemerkt bey ihr die Unbequemlichkeit, daß die Bilder nicht deutlich genug würden, und die Berührung der Ränder, nicht so scharf zu bestimmen sey, als bey einem längern Fernrohre.

460. Dieserwegen erklärt er unter allen Vorrichtungen die dritte, für die beste, wenn die halbirten Objective an ein Spiegelteleskop gebracht würden. Er erzählt nur die Vortheile, giebt aber keine Abbildung oder fernere Erläuterung, wie dieses geschehe.

461. Beschreibungen und Abbildungen von wirklichen Teleskopen an welche dieses Objectivmikrometer angebracht worden, giebt Hr. de la Lande Astr. 1945...1960 I. Ausg. 2438.... 2452; II.

462. Das halbirte Objectiv wird an die vorderste Oeffnung des Rohrs vom Teleskope gebracht. Die Sonne also, die ich als ein Exempel eines Gegenstandes brauchen will, würde durch das Teleskop allein, wie gewöhnlich gesehn werden,

wenn der grosse Hohlspiegel gerade zu die Strahvon ihr bekäme.

Nun aber fängt das halbirte Objectiv diese Strahlen auf.

Wäre dasselbe allein da, so machte es, ein Bild von der Sonne wenn seine beyden Hälften beysammen wären, oder jede Hälfte machte ein Bild wenn die Hälften aus einander gerückt wären.

Diese Bilder lägen so weit hinter dem halbirten Objective, als seine Brennweite beträgt.

Diese Brennweite soll nun viel grösser seyn, als die Brennweite des grossen Hohlspiegels welche ohngefähr so lang ist als das Rohr des Teleskops.

Denn man nimmt eben ein Objectiv von einer langen Brennweite als Objectivmikrometer zu einem Teleskope.

463 Nun fängt der grosse Hohlspiegel die Strahlen auf die nach diesen Bildern zu fahren, also nach Puncten die ziemlich weit hinter ihm liegen.

So macht er von diesen ersten Bildern, zweyte vor sich.

Derselben Abstand vor ihm kann man aus meiner Analytischen Katoptrik, 1. Cap 11. Zus. (Smiths Lehrbegr. d. Opt. 90 Seite) berechnen.

464. Von diesen zweyten Bildern, macht der kleine Hohlspiegel, dritte deren Stellen man auch aus dem angeführten Orte berechnen kann.

465. Diese dritten, müssen weiter vom zweyten Hohlspiegel fallen, als das forderste Ocular (wenn das Spiegelteleskop wie gewöhnlich zwey Ocula-
re hat, von ihm steht.

So

So fängt dieses forderste Ocular die Strahlen auf, welche nach diesen dritten Bildern zu fahren, und macht aus ihnen vierte Bilder.

466 Diese vierten kommen in den Brennpunct des hintersten Oculars zu stehn, und werden vom Auge das sich hinter dem hintersten Oculare befindet betrachtet.

467. In Smiths Optik wird die Vergrösserung optischer Werkzeuge, nach einem Lehrsatze Cotesens berechnet, dessen Allgemeinheit Smith aus Induction annimmt, ich habe sie bewiesen, (Analyt. Dioptr. II. Cap.)

Die Formeln die man solchergestalt findet, sind so beschaffen, daß, was man für Gläser berechnet hat auch für Spiegel gilt.

Erhabene Gläser sind Hohlspiegeln, Hohlgläser, erhabenen Spiegeln gleichgültig.

Die Formeln, stehen am angeführten Orte vollständig, für vier Spiegel oder Gläser; für mehrere müßten sie nach dem dort angegebenen Gesetze fortgeführt werden.

Der Gegenstand ist in einer bestimmten Weite angenommen. Setzt man diese Weite unendlich, so bekömmt man Formeln für Fernröhre.

468. Wäre mir daran gelegen, die Vergrösserung eines Spiegelteleskops mit dem Objectivmikrometer zu berechnen, so würde ich mich so verhalten.

Aus des halbirten Objectivs Stelle und Brenn-

weite

weite würde ich berechnen wie weit die ersten Bilder (462) hinter den grossen Spiegel fielen.

Diese Entfernung nähme ich für die bestimmte Weite des Gegenstandes in den Formeln (467) an; sie müßte aber als eine verneinte Grösse angesehen werden, weil sie hinter den grossen Spiegel fällt.

Da ich nun, im Teleskope selbst, zweene Spiegel und zwey Gläser habe, so kann ich die erwähnte Weite, in den Formeln für vier Gläser oder Spiegel brauchen, und nach diesen Formeln berechnen, wie sich wahre nnd scheinbare Entfernung des Gegenstandes, gegen einander verhalten, welches die Vergrösserung giebt.

So käme ich mit den Formeln für vier Gläser, hie aus, wo eigentlich eine Formel für fünf nöthig wäre.

Es liessen sich auch die Grössen der Bilder nach einander berechnen.

469. Hierin aber, und überhaupt in eine fernere Vorstellung des Objectivmikrometers am Spiegelteleskope mich einzulassen, habe ich hie keine Lust.

Ueberhaupt wird man einsehen, daß sich des Teleskops grosser Spiegel gegen die beyden halben Objective ohngefähr verhält, wie vorhin (454) das ganze Objectiv.

Der kleine Hohlspiegel nähmlich dient nur die Strahlen gegen die Oculare zu reflectiren, und wäre entbehrlich wenn man die Oculare gerade vor den grossen setzen dürfte.

Also dient, was ich von der Theorie der zweyten Vorrichtung gesagt habe, gegenwärtige, noch mehr zusammengesetzte wenigstens im Allgemeinen begreiflich zu machen.

Es kömmt mir nicht vor, als ob Hr. de la Lande dieses geleistet hätte.

Die Weite der halben Objective von einander, bleibt für eine gegebene scheinbare Grösse einerley man mag die halben Objective, als ein einfaches Heliometer, nach der ersten Vorrichtung brauchen, oder sie als Objectivmikrometer ans Teleskop bringen.

Dieses zu erklären sagt Hr. d. l. L. Astr. 1960. I. Ausg. 2452. II. "Die Spiegel des Teleskops, eben so wie die Oculare eines gewöhnlichen Fernrohrs, thun das ihrige, die Bilder zu vergrössern, zu erweitern, aber sie ändern nichts in dem Maasse der Winkel die zwischen den Theilen eines Gegenstandes enthalten sind."

Gewiß verhält sich das ganze Teleskop nicht zu den beyden halben Objectiven vor ihm, wie das Ocular eines astronomischen Fernrohrs zu seinem Objective.

Denn durch dieses Ocular, betrachtet man nur das Bild wie es vom Objective gemacht wird.

Das Teleskop aber, läßt die Bilder nicht entstehen, die von den beyden halben Objectiven allein wären gemacht worden. Es macht statt ihrer andere.

Soll man Hrn. de Lande von einem Fernrohre verstehen das mehrere Oculare hat, (denn er drückt

sich

sich hie nicht so bestimmt aus, wie man sonst von Geometern fodert) so ist bekannt, daß das Maaß der Winkel zwischen den Theilen eines Gegenstandes allerdings mit auf die vordern Oculare ankömmt. Wer in ein gemeines Erdrohr, ein gewöhnliches Mikrometer anbringen wollte, müßte es in den Brennpunct des hintersten Oculars setzen, und der Werth seiner Schraubengänge, bestimmte sich nicht allein aus dem Objective, sondern auch mit aus den Brennweiten und Stellungen der drey vordern Oculare.

470. Hr. de la Lande, nachdem er zweyerley solche Objectivmikrometer an ihren Teleskopen, umständlich beschrieben, und abgebildet hat, lehret doch die Art nicht, wie man den Werth der Schraubengänge finde, (Astr. 2024; I. Ausg. 2533 II.) Die Rechnung dazu sagt er sey auserordentlich verwickelt, und er verweiset deßwegen auf einen Aufsatz des P. Pezenas in den Memoires redigès à l'Oblervatoire de Marseille. 1735.

471. De Micrometro obiectiuo handelt eine Disputation die Hr. M. Dan. Hallencreuz u. Hr. Nic. Insulin 1767 zu Upsala vertheidigt haben; 29 Quartf. 1. Taf. Fig. Sie enthält gute historische Nachrichten, von diesen Werkzeugen, auch das Allgemeine ihrer Theorie, Formeln zur Berechnung der Vergrösserung des Spiegelteleskops ohne u. mit Objectivmikrometer, Abmessungen eines solchen Werkzeuges das auf der upsalischen Sternwarte gebraucht wird — aber nichts von

der

der Bestimmung des Werths der Schraubegänge oder was sonst zum Gebrauche des Objectivmikrometers, nöthig ist.

472. Bey den Spiegelteleskopen läßt sich fast das gewöhnliche Mikrometer, im Brennpuncte des hintersten Oculars nicht anbringen, weil das dasige Bild so klein ist. In der angeführten Disputation 1. §. wird erzählt, Hr. Mallet habe zu London ein Spiegelteleskop von 3 Fuß gesehen, daran Short ein gewöhnliches Mikrometer angebracht, das nur 2 Zoll groß gewesen.

Dieses ist vielleicht die Ursache, warum die Engelländer den Spiegelteleskopen Objectivmikrometer beygefügt haben.

## Veränderungen des Objectivmikrometers von früh bis Mittag.

473. Hr. d'Arquier hat zu Toulouse 1761 astronomische Beobachtungen angestellt, die sich in den Memoires presentés à l'Ac. des Sc. T. V. p. 367. u. f. befinden, davon gehört folgendes hieher.

Er hat ein Spiegelteleskop von Short mit einem Objectivmikrometer aus einem halbirten Glase, dessen Brennweite 32 Fuß ist. Er maaß damit im May Sonnendurchmesser. Um 9 Uhr des Morgens hatte er den horizontalen Durchmesser mit aller möglichen Sorgfalt gemessen, die beyden Sonnenbilder schienen ihm rein u. scharf abgeschnitten. Zu Mittage suchte er wie-

der

der eben den Durchmesser zu nehmen, fand ihn aber zu seiner Verwunderung merklich grösser als früh, ohne daß er in der Schärfe der Bilder einen Unterschied merkte. Er wiederhohlte das Verfahren die folgenden Tage; ließ das Heliometer so stehn wie es früh war gestellt worden, u. fand alsdenn allemahl zu Mittage die Bilder über einander gehn. Endlich, bey vielem Forschen, nach der Ursache dieses Unterschiedes, glaubte er wahrzunehmen, daß die Bilder zu Mittage nicht vollkommen so scharf abgeschnitten wären als des Morgens, näherte den kleinen Spiegel dem grossen, u. sah mit Vergnügen, daß die Bilder netter wurden, und nun einander berührten, ohne daß er was am Objectivmikrometer geändert hatte.

Also vermuthete er, die Brennweiten der Objective litten von früh bis Mittag eine Aenderung; Oder vielmehr, weil er die Brennweiten für unveränderlich hält, der kleine Spiegel, ändere durch eine unbekannte Ursache seine Weite vom Brennpuncte.

Er fiel auf die Wärme, welche um Mittag das messingene Rohr des Teleskops ausdehnte, und dadurch den am Rohre befestigten kleinen Spiegel vom grossen entfernte, denn er mußte allemahl den kleinen Spiegel zu Mittage merklich näher an den grossen bringen wenn er die Bilder eben so nett, und eben den Durchmesser haben wollte.

Er räth diesen Umstand auf mehr Arten zu untersuchen, auch bey andern Werkzeugen.

Hr.

Hr. de la L. der in s. Astr. diese Abhandlung angezeigt hat, erwähnt nichts weiter von fernern Untersuchungen darüber.

Da man ziemlich weiß, nach was für Gesetzen die Wärme Metalle ausdehnt, so liessen sich wohl hierüber entscheidende Versuche anstellen. Ich muß gestehen daß mir die Sache jezt oben hin betrachtet, diese Würkung etwas zu stark für das vorkömmt was ich von der Wärme erwarte, denn es gehört doch ein ziemlicher Grad der Wärme dazu, ein Metall beträchtlich auszudehnen und hie müßte das ganze Rohr diese Wärme angenommen haben, man setzt es aber doch wohl nicht so der Sonne aus daß es heiß wird.

## Hrn. de la Lande Heliometer.

474. Hr. de la Lande bedient sich eines einfachen Heliometers von 18 Fuß, wovon schon hie ist geredet worden (384) Er erwähnt solches auch in andern seiner Schriften. In der Exposition du Calcul Astronomique 222 §. zeigt er wie es gebraucht werde, Weiten zwischen einem Fixsterne und dem ihm nächsten Mondrande zu messen.

Auch da empfiehlt er als sehr wesentlich die Vorschriften 384, 385.

## Der Sonne scheinbarer Durchmesser.

475 Durch sein Heliometer hat Hr. d. l. L. zu

oft wiederhohlten mahlen, der Sonne scheinbaren Durchmesser in der Erdferne 31′ 30″, 5 gefunden. Astron. 1069. I. Ausg. 1388; II.

Aber, wie er eben daselbst anführt, hat ihm Hr. Short in Engelland nachgehends gesagt, er habe mit einem achromatischen Objectivmikrometer von sehr grosser Vollkommenheit, an einem Spiegelteleskope von 2 Fuß, diesen Durchmesser nur 31′ 28″ gefuden.

Hr. de la L. sieht nicht als unmöglich an daß bey seinem, sonst sehr guten Heliometer, der Abweichungskreis 2 bis 3 Secunden betragen können. Also giebt er, mit der Billigkeit, die einen sehr schätzbaren Theil von seinem Charakter ausmacht, Shorts Beobachtungen etwas nach.

Wenn ein Heliometer von 40 Fuß nicht genauer als auf etwa eine Secunde zuverlässig ist, (379) welches Hr. d. l. L. selbst erinnert hat, so konnte seines das nur 18 Fuß hat, nicht auf einzelne Secunden zuverlässig seyn.

Wenigstens nicht bey einer einzelnen Beobachtung. Ein anders ist es, wenn wie Hr. d. l. L. wird gethan haben, unterschiedene mit einander verglichen werden.

## Mittel, die Stellung der Objective gegen einander, bequem zu ändern.

476. Bey dem einfachen Heliometer, muß man die Objective in ihren gehörigen Abstand von ein-

ander

ander zu bringen, unterschiedene Versuche machen. Man sieht nähmlich ob die Bilder einander berühren, und wenn das nicht ist, geht man an die Objective und ändert ihre Stellung, und das wiederhohlt man so lange bis die Bilder einander berühren.

Dieses Hinundhergehen vom Oculare an die Objective ist beschwerlich, zumahl wenn das Heliometer lang ist, und nach einem hohen Gegenstande gerichtet ist, da man nicht nur gehen sondern auch steigen muß. Es verursacht einen Zeitverlust bey dem man manchmahl wohl eine Beobachtung verfehlen kann.

Ein Gehülfe den man an die Objective stellt, und ihm sagt wie er die Schraubengänge drehen soll, hebt diese ganze Schwürigkeit, und weil hiezu sonst keine Geschicklichkeit gehört, so ist ein Gehülfe hiezu wohl leichter zu haben als zu manchen andern astronomischen Geschäfften, z. E. zum Secundenzählen.

Des Gehülfen Stelle könnte etwa eine Stange vertreten die von der Schraube des Heliometers bis an den Beobachter reichte und ihn in den Stand setzte die Schraube umzudrehen indem er durchs Ocular sieht; ohngefähr wie bey Spiegeltelescopen, eine Stange vorhanden ist, mit der man den kleinen Spiegel stellt, bis man die Sache deutlich sieht.

Eine Vorrichtung zu dieser Absicht, hat Hr. de la Lande beschrieben. Mem. de l'Ac. des Sc. 1754; p. 597.)

## Hr. Lamberts Anwendung auf Kometen.

477. Das Heliometer kann wie schon erwähnt ist, überhaupt zu Messung kleiner Weiten am Himmel dienen. So beschreibt Hr. Lambert ein solches Werkzeug, das weil es nicht groß zu seyn braucht, nicht hoch kommen kann, und Abstände eines Kometen von Fixsternen zu messen, von ihm ist gebraucht worden. Beyträge zum Gebrauche der Mathematik III. Theil VII. 25.

## Des Hr. P. Helfenzrieder durch Ocularfensterchen erweitertes Mikrometer.

478 Tubus astronomicus, amplissimi campi, cum Micrometro suo, et fenestellis ocularibus; ist die Aufschrift einer Disputation welche der Hr. P. Joh. Eb. Helfenzrieder Prof. d. Math. zu Ingolstadt, u. Hr. Joh. Bapt. Frueth vertheidigt haben; im August 1773; da sie sich beyde noch Jesuiten nennen konnten. Sie beträgt 50 Quartf. mit einer Kupfertafel.

Hr. P. H. sucht das Mikrometer weiter zu erstrecken, als mit einem gewöhnlichen, gehörig vergrössernden Oculare angeht. Also hat er die Absicht des Hr. v Segner. (VI. Abhandl. 92)

Er hat auch dazu anfangs fast eben so ein Mittel erwählt, ein bewegliches Ocular. Da befürchtete er, die Bewegung des Ocular möchte das ganze Fernrohr verrücken, und dachte auf eine Vorrich-

richtung bey der sich das Ocular ganz gelind verrücken ließ.

Endlich fiel ihm ein, mehrere Oculare zugleich anzubringen.

479 Die Röhre seines Fernrohrs ist ein Parallelepipedum, dessen Flächen lauter rechte Winkel mit einander machen, die beyden kleinsten Flächen einander gegenüber kann man als Grundflächen ansehn, in eine kömmt das Objectiv, in die andere die Oculare.

480 Zu dieser Absicht ist das Rohr an diesen beyden Seiten nicht verschlossen, sondern offen.

Das Objectiv befindet sich mitten in einer rechtwinklichten Platte, welche als ein Querschnitt des Rohres mit den erwähnten Grundflächen parallel, ins Rohr paßt.

So kann man ein Objectiv mit dieser Platte, gleich vornen ans Rohr bringen; oder ein anderes kürzeres, in einer ähnlichen Platte, tiefer hinein schieben, und so ein Rohr zu unterschiedenen Objectiven brauchen.

Jedes Objectiv muß so gestellt werden, daß sein Brennpunct auf das Mikrometer fällt, welches im Rohre seine bestimmte Stelle hat.

Durch diese vorderst' Oeffnung des Rohrs setzt er auch nach Erfodern Blendungen ein.

481 Sein Mikrometer ist ein Gitter ohngefähr wie (31) aus feinen Silberfäden, in einem messingenen Rahmen, welchen selbst wieder ein eiserner

einfaßt. Die Fäden machen also eine Menge kleiner Quadrate.

Vermittelst einer Schraube läßt sich ein beweglicher Faden quer über das Gitter führen; denen parallel über die er weggeht, und senkrecht auf die andern.

482 Die Fäden, die ohngefähr von oben herunter gehn, wenn man sich das Mikrometer ins Fernrohr gesetzt vorstellt, kann man: Verticalfäden nennen, ihrer sind 16.

Also heissen die Fäden, welche diese senkrecht durchschneiden, horizontale.

483 Hinter dem Mikrometer, stehen in einer Reihe, den Horizontalfäden parallel, sechszehen gleiche Oculargläser. Sie sind in einer Fassung so breit u. lang als ihre Grösse erfodert neben einander gesetzt, und so an einem Rahmen vermittelst dessen sie hinter das Mikrometer können gebracht werden befestigt. Diese Reihe Oculargläser, steht hinter des Mikrometers obersten Theile, und ist unbeweglich. Hr. P. H. heißt sie: ein Fensterchen.

484 Eine gleiche Reihe von 16 solchen Ocularen, befindet sich in einem andern Rahmen, so angebracht, daß sie sich immer parallel, von oben herunter u. umgekehrt kann bewegt, also hinter jeden der horizontalen Fäden kann gestellt werden. Dieses ist also ein **bewegliches** Fensterchen.

485 Man kann sich auch, (und das wird der gewöhnliche Gebrauch dieses Werkzeugs seyn) vorstellen,

stellen, daß die Fäden die ich horizontale genannt habe, der täglichen Bewegung parallel stehn, so sind die verticalen, Theilchen von Stundenkreisen.

486 So hat das was man durch ein Ocular der beweglichen Reihe sieht, eine andere Abweichung, als das was man durch ein Ocular der unbeweglichen sieht.

Dieser Unterschied der Abweichungen beträgt nach dem unterschiedenen Abstande der beweglichen Reihe von der unbeweglichen, mehr oder weniger.

487 Was man durch ein Ocular einer Reihe sieht, hat eine andere Rectascension, als was man durch ein anderes Ocular eben der Reihe sieht, oder durch eines der andern Reihe, das mit dem ersten voriger beyden nicht in einem Stundenkreise ist.

488 So wird begreiflich seyn, wie sich ziemlich grosse Unterschiede der Rectascensionen u. Abweichungen bestimmen lassen.

489 Hr. P. H. braucht als Exempel, ein Objectiv von 7, 267 pariser Fuß Brennweite, Oculare deren jedes 0, 27 F breit ist, durch ein einziges solches Ocular übersieht man 12 M 45 S. Aber eine Reihe Oculare ist vier Zoll lang, und so kann man durch die beyden äussersten 3 Gr 9 M 10 S. übersehn. So grosse Unterschiede der Rectascensionen lassen sich hiedurch angeben.

Und, wenn man die bewegliche Reihe auf die vorbeschriebene Art von der unbeweglichen ab-

rückt, eben so grosse, oder noch etwas grössere Unterschiede der Abweichungen.

491 Man begreift leicht, daß zu diesem, so ziemlich zusammengesetzten Werkzeuge, eine Menge von kleinen Maschinen als Schrauben u. d. g. und unterschiedene Handgriffe gehören. Die Oculare z. E. läßt er nicht ganz, sondern schneidet aus ihnen Stücken die sich bequem neben einander ins Fensterchen setzen lassen. Dieses muß ich in der Schrift selbst nachzusehen überlassen, weil ich keine Lust habe solche ganz abzuschreiben, u. die Kupferplatte copiren zu lassen.

492 Da dieses Werkzeug ein so grosses Feld faßt, so ist offenbahr daß man dadurch fast jede Nacht wird Lagen eines Planeten oder Kometen gegen Sterne die innerhalb 3 Gr. von ihm stehen bestimmen können.

493 Es erfodert auf einer guten parallatischen Maschine zu liegen, die sich bey dem Verschieben der Ocularreihen nicht verrückt.

494 Die Seiten des Rohres zwischen dem Micrometer, u. den Ocularen, sind geöffnet u. da befinden sich Spiegel die sich um Axen drehen lassen. Vermittelst dieser Spiegel, werden die Fäden von Lampen erleuchtet. Die Lampe hängt in einer Laterne welche nur durch eine Oeffnung das Licht auf den Spiegel läßt; Zwischen ihr und dem Spiegel befindet sich vor dem Spiegel ein dünnes Blech mit einer Spalte, welche das Licht auf den Spiegel läßt. Durch zwo Lampen kann ein Fa-

den auf beyden Seiten erleuchtet werden. So befindet sich der Beobachter in einem dunkeln Plaze, wo nur die Fäden erleuchtet sind.

495 Das sieht man leicht, daß diese sinnreiche Erfindung, anfangs, mit nicht gemeiner Mühe und Geschicklichkeit muß bewerkstelliget, und geprüfet werden. Wenn man sie aber hat, und sich auf sie verlassen darf, so wird sie allerdings brauchbar seyn, in soweit sich ihre Verrichtungen nicht durch ein einfacheres Werkzeug in eben der Vollkommenheit bewerkstelligen lassen.

496. Blos Weiten zu messen diente wohl das Heliometer eben so gut (477) Hr. Lambert hat das seinige bis auf 7 Grad erstreckt. Aber gegenwärtiges Fernrohr giebt auch Unterschiede der Abweichungen und Rectascensionen.

497 Ein Fernrohr das wenig vergrösserte könnte auch viel fassen. Hat es eine kurze Brennweite, wie Rosts seines (164) so macht es ein kleines Bild, und da werden sich mit dem Mikrometer, geringe Theile der scheinbaren Grössen nicht gar zu scharf messen lassen.

498 Man könnte aber zu einem langen Objective auch ein langes Ocular nehmen, welches man also auch breit machen dürfte. Da hätte man ein grosses Bild und könnte auch viel übersehen. Nur würden alsdenn an den Rändern des Feldes das man übersieht Farben entstehen.

499 Bey dem gewöhnlichen Fernrohre mit dem Mikrometer, nimmt man die Abweichung des bekann-

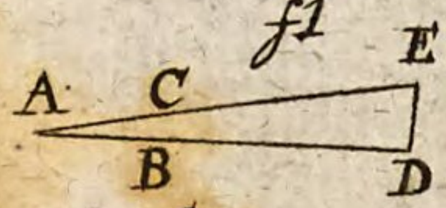
kannten Sterns, anfangs statt der Abweichung des unbekannten, und berechnet daraus beyder Unterschied. (106) Das möchte wohl bey diesem Werkzeuge nicht angehen, wo der Unterschied der Abweichungen 3 bis 4 u. mehr Grade betragen kann.

500 Man wird mich entschuldigen daß ich von einem Werkzeuge welches selbst zu brauchen ich mir keine grosse Hoffnung mache, die Theorie nicht mit größter Sorgfalt untersuche. Ich führe also nur an, daß in des Hr. P. H. Schrift der 71 Absatz sich auf das was ich jezo erinnert habe zu beziehen scheinet. Er beschreibt die Ordnung der Rechnung für einen Fall, giebt aber davon keine Formel, und überläßt dem Leser die Veränderungen die andere Fälle erfoderten daraus herzuleiten. Diese Theorie müßte also erst, ausgearbeitet werden, damit man dadnrch zu bequemen Gebrauche des Werkzeuges vorbereitet wäre. Wahre Exempel von Beobachtungen, wodurch der Gebrauch am besten erläutert würde, bringt Hr. P. H. nicht bey, und entschuldigt sich deßwegen mit der Kürze der Zeit.

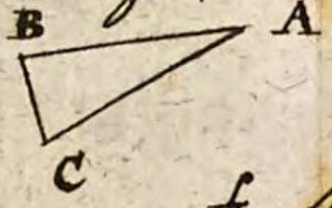
# Einige Druckfehler.

| S. | Z. | statt | lies |
|---|---|---|---|
| 165 | 21 | oxiva | opea |
| 317 | 14 | wahren Sternen | Sternen. |
| 318 | 5 | einer | wenigen. |

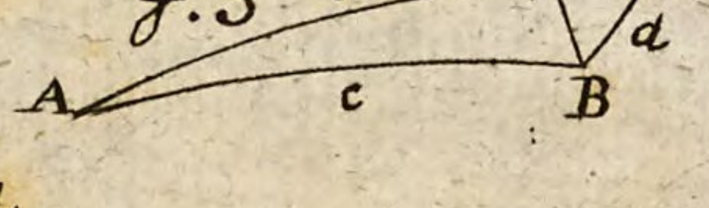
f1



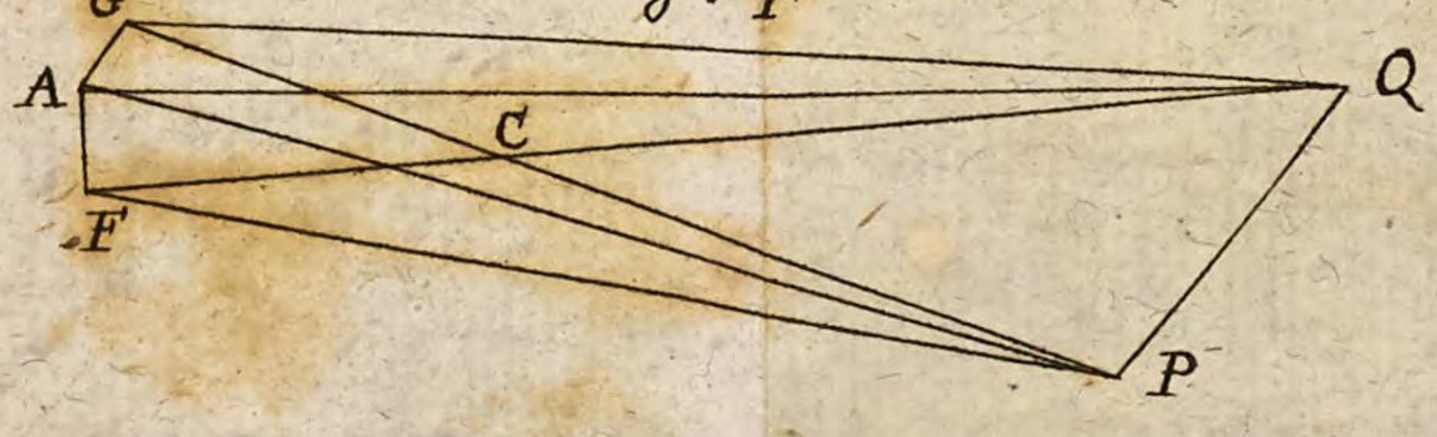

f.2



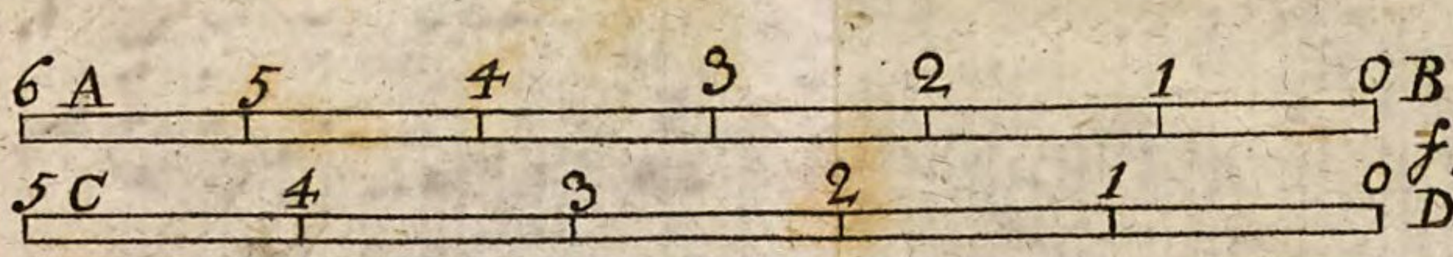

f.3



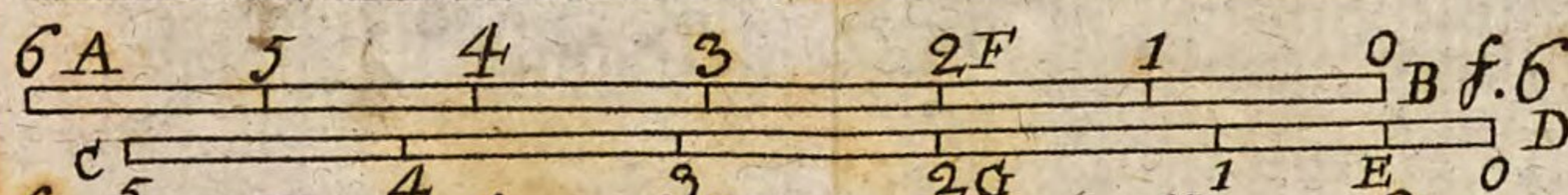

f.4



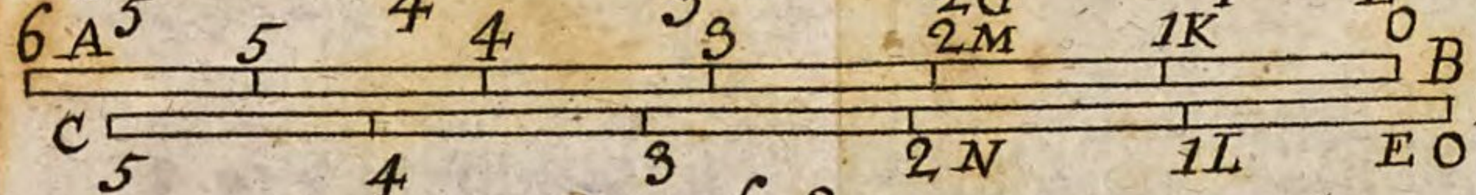

f.5



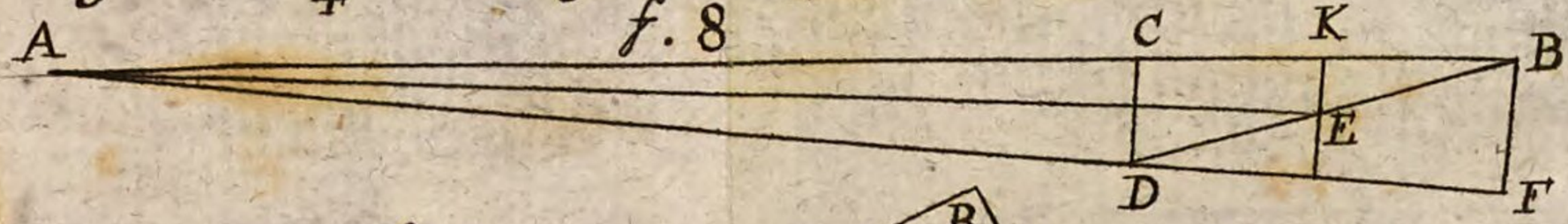

f.6



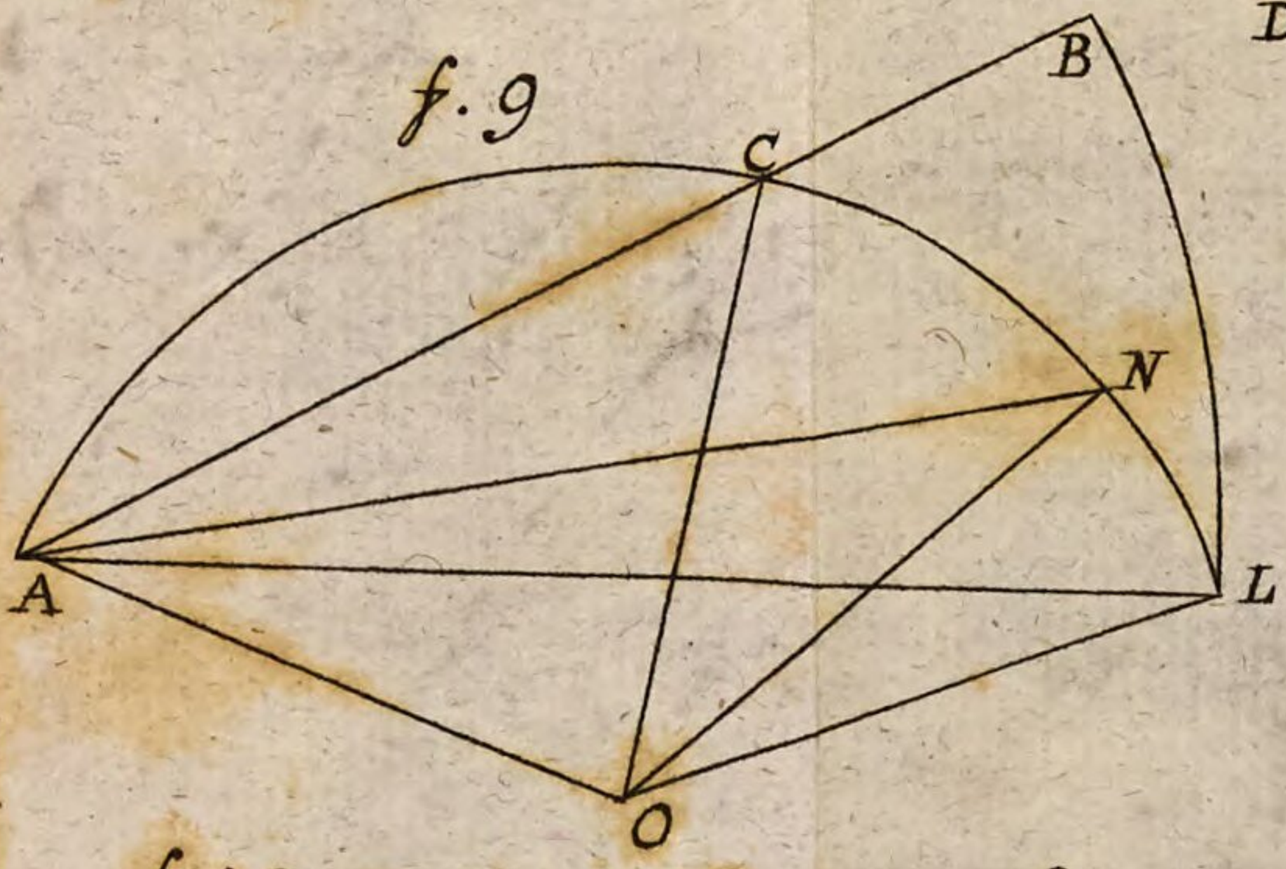

f.7



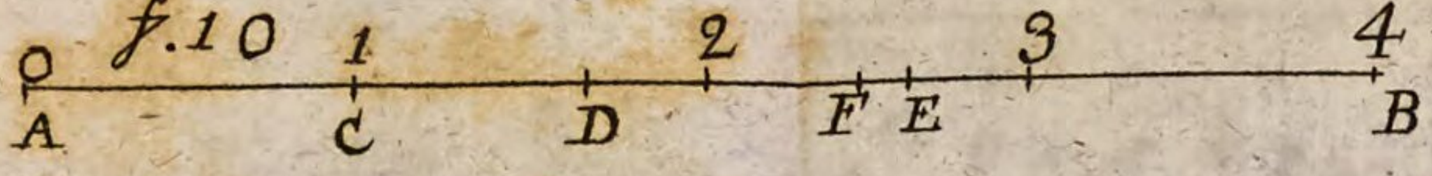

f.8




f.9



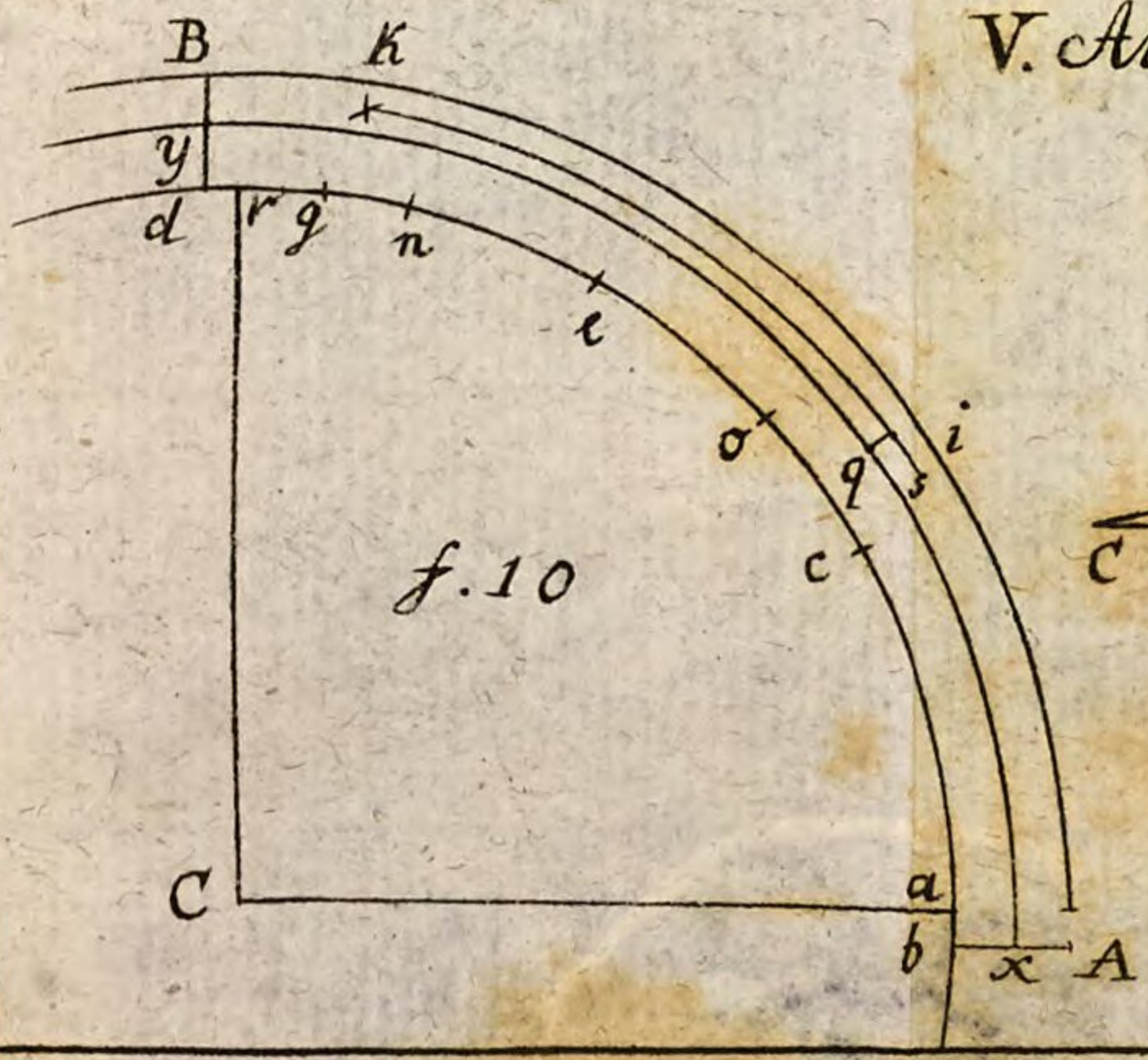

f.10




V. Abh.

## V. Abh.

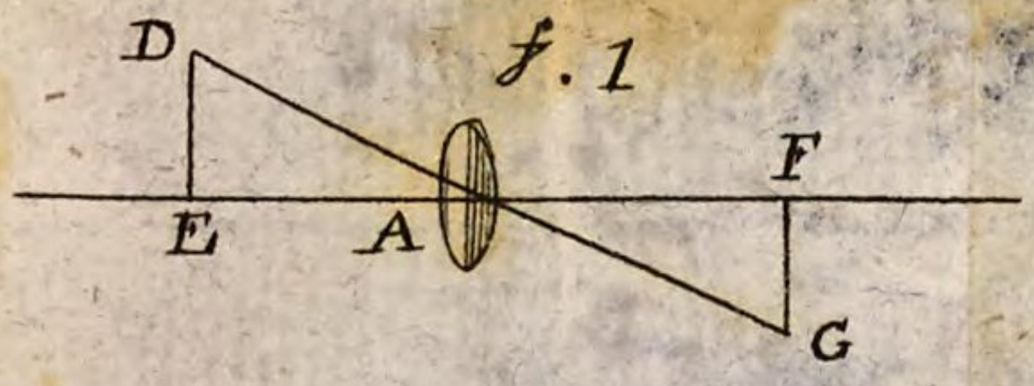
f. 10



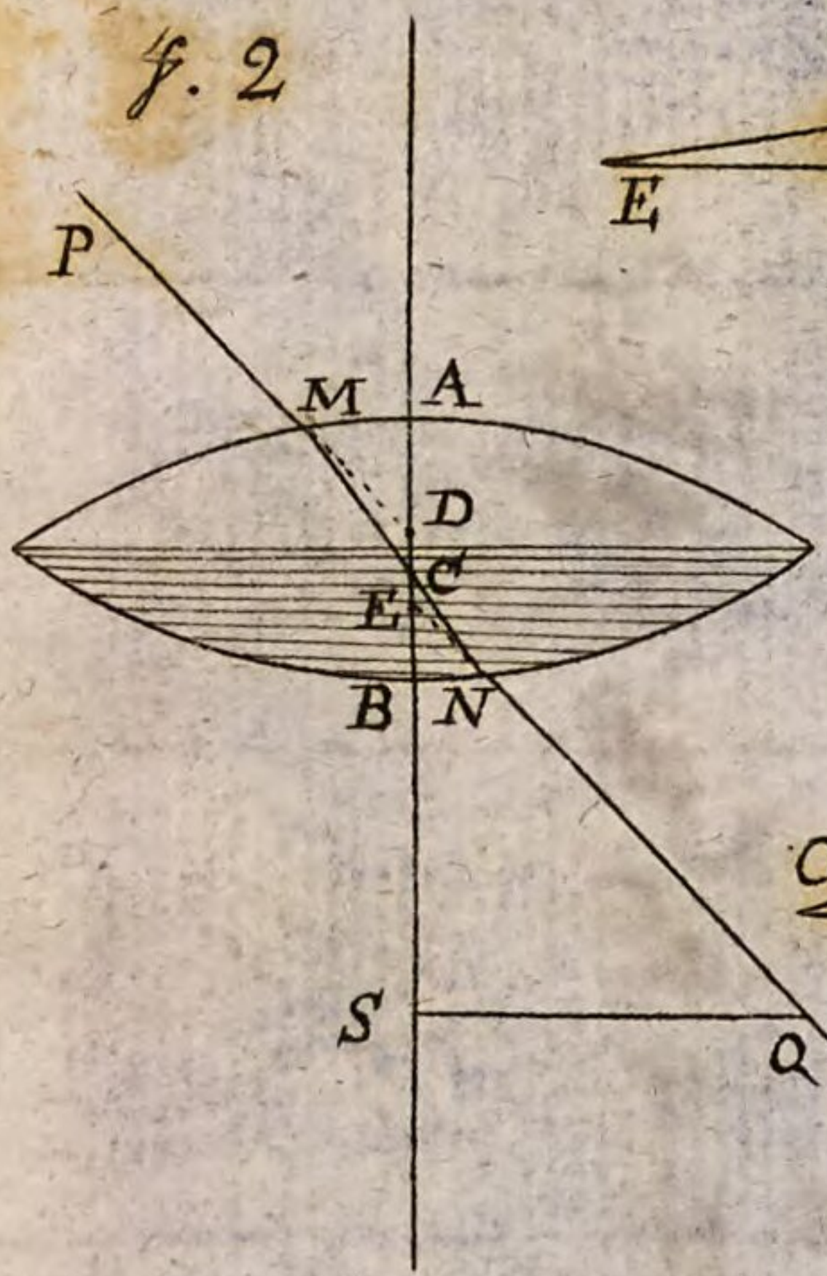

f. 11

## VI. Abh.

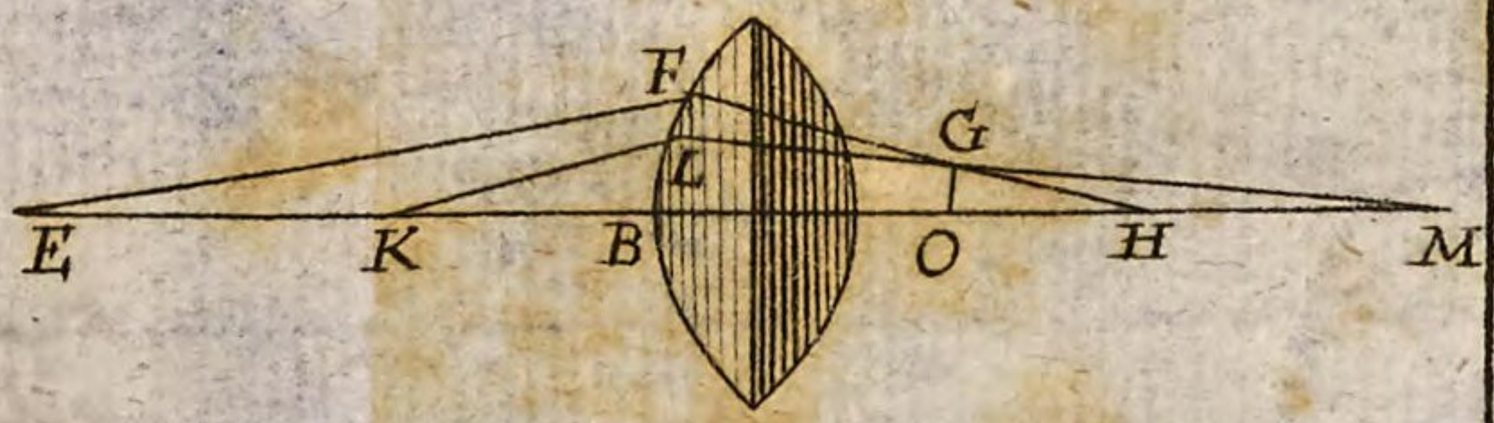
f. 1

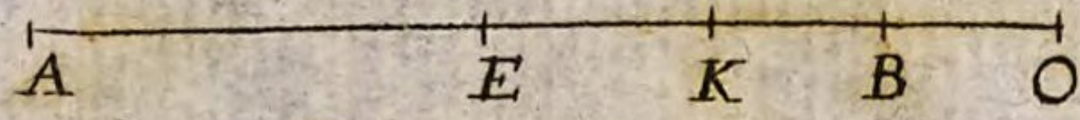


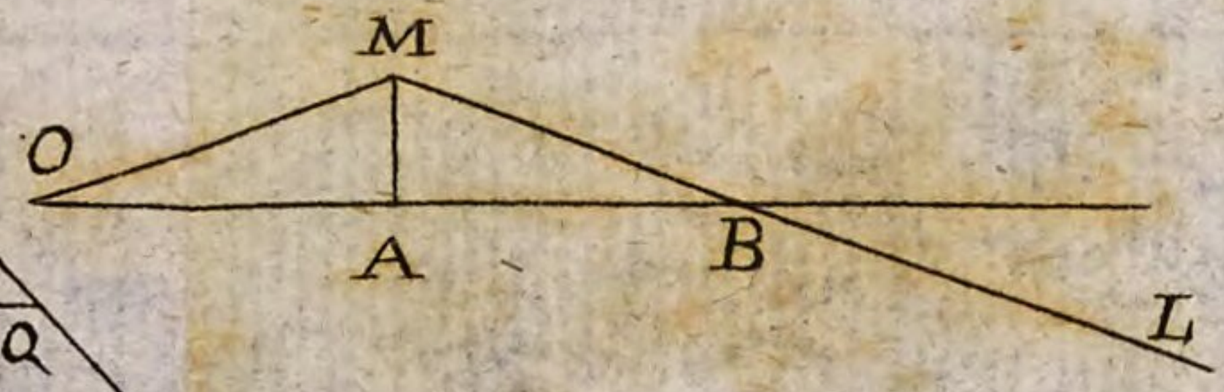

f. 2

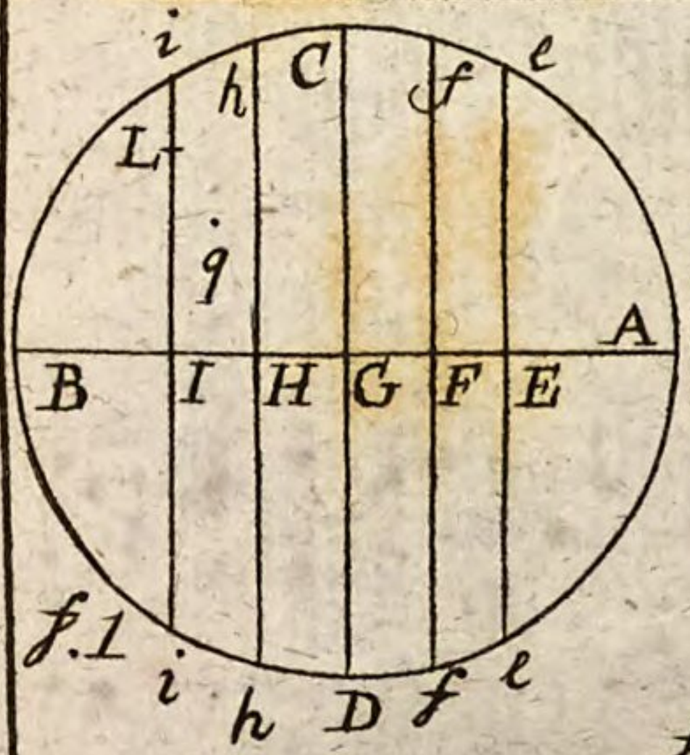



f. 3

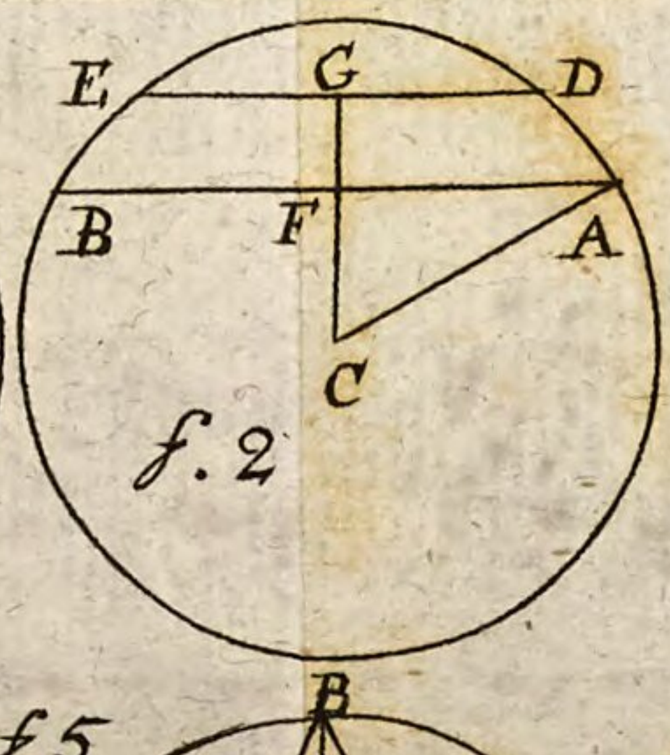


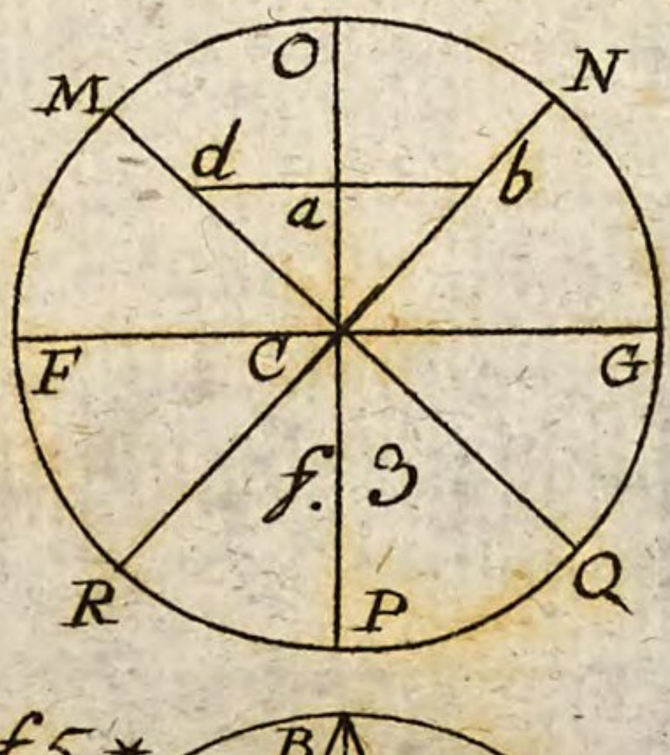





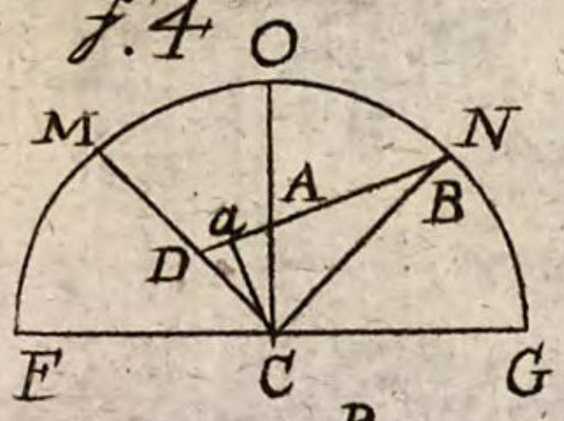
f. 1



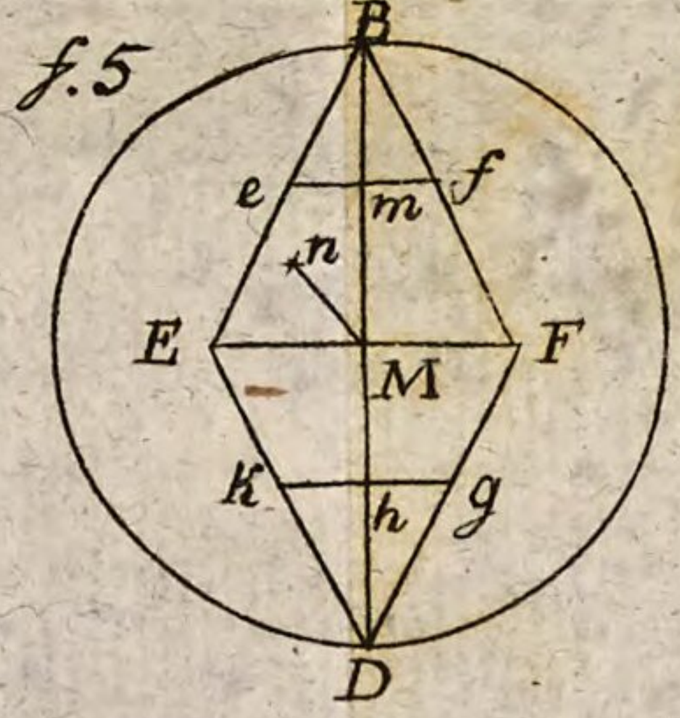
f. 2



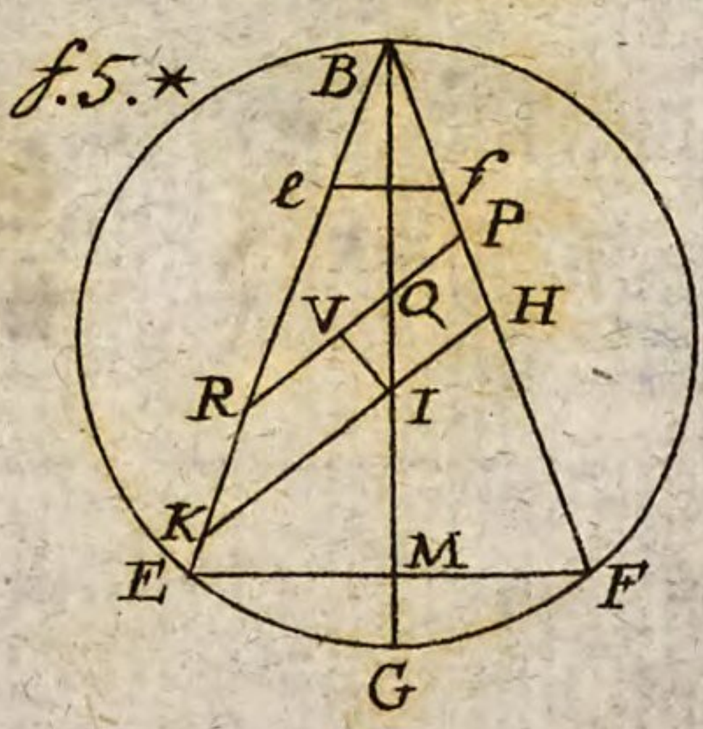
f. 3



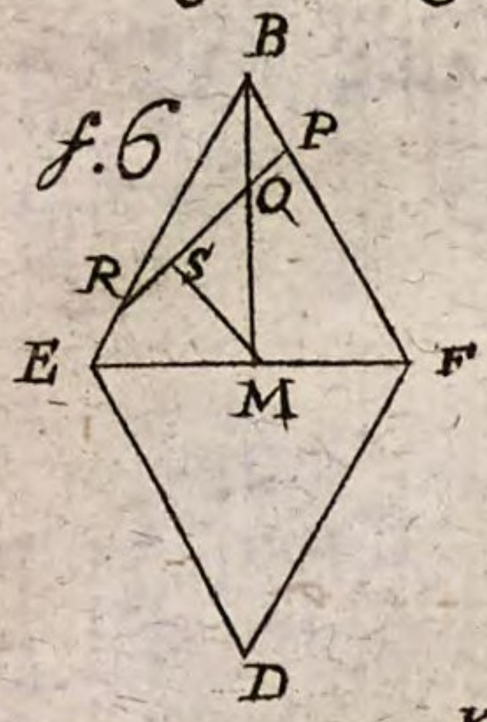
f. 4



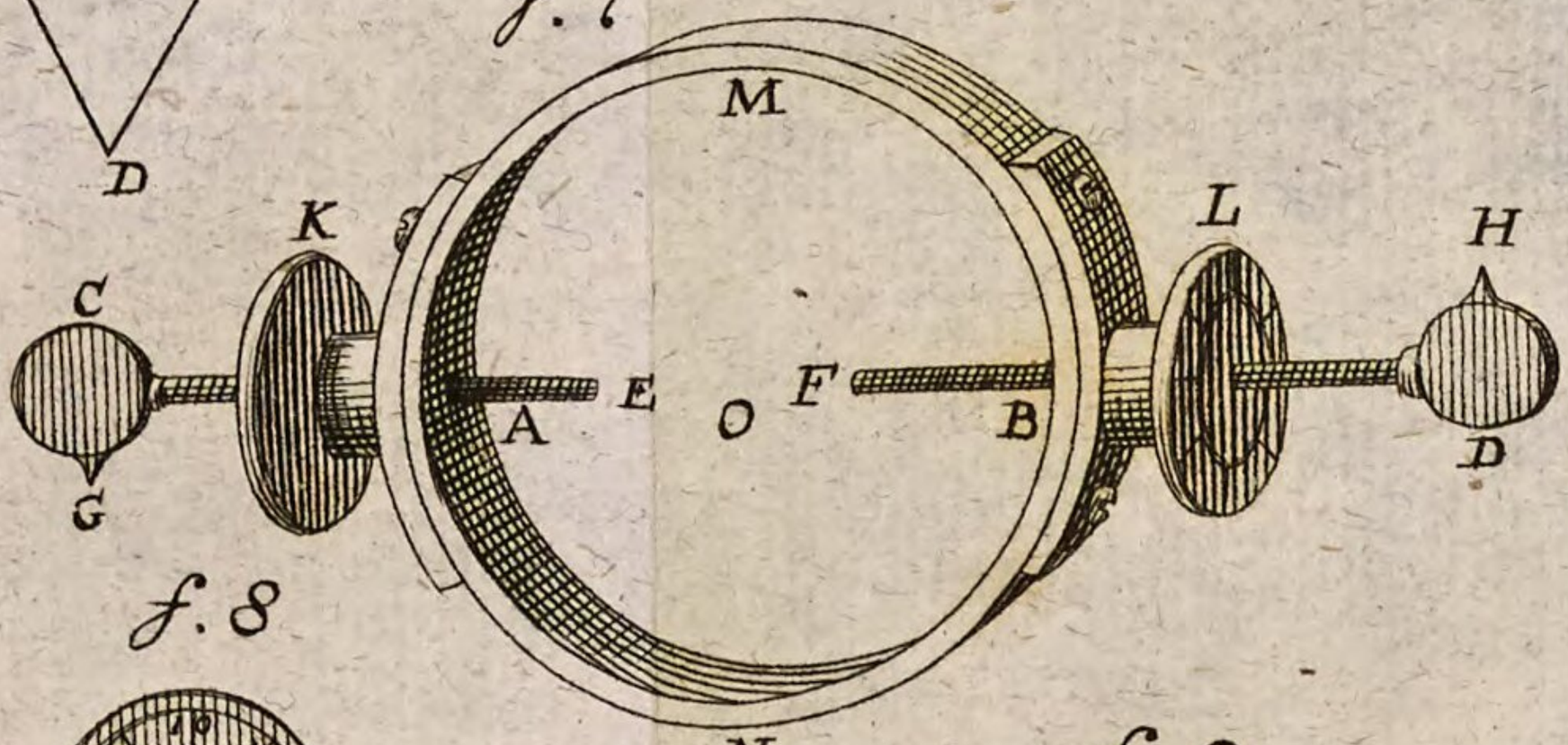
f. 5



f. 5.*

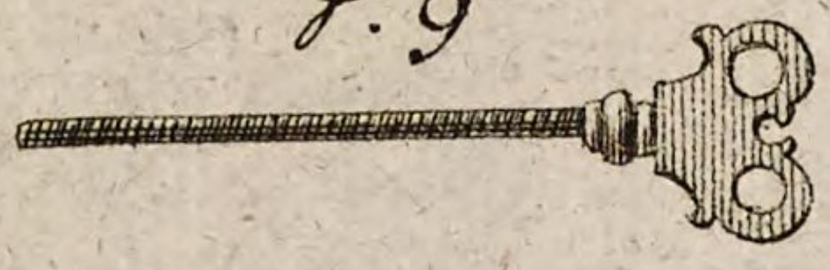


f. 6



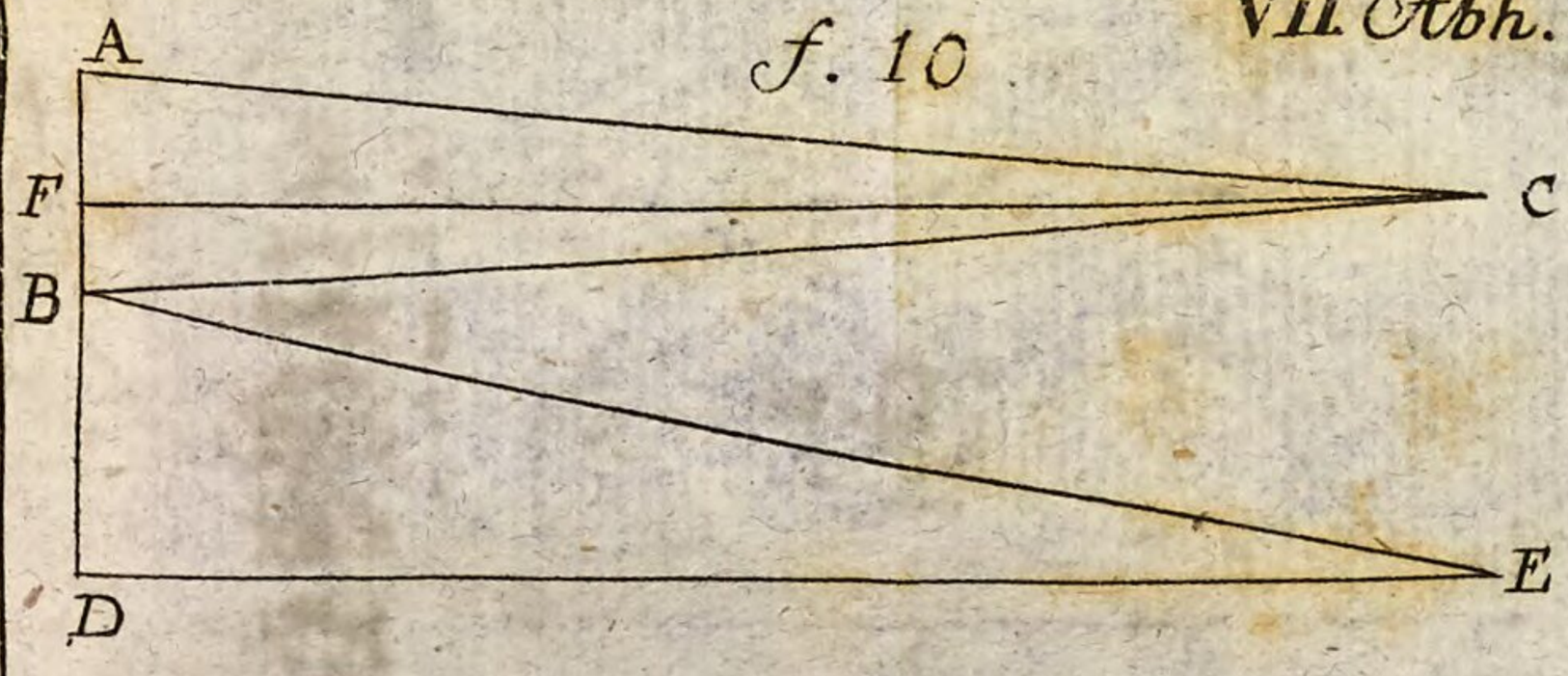
f. 7

f. 8

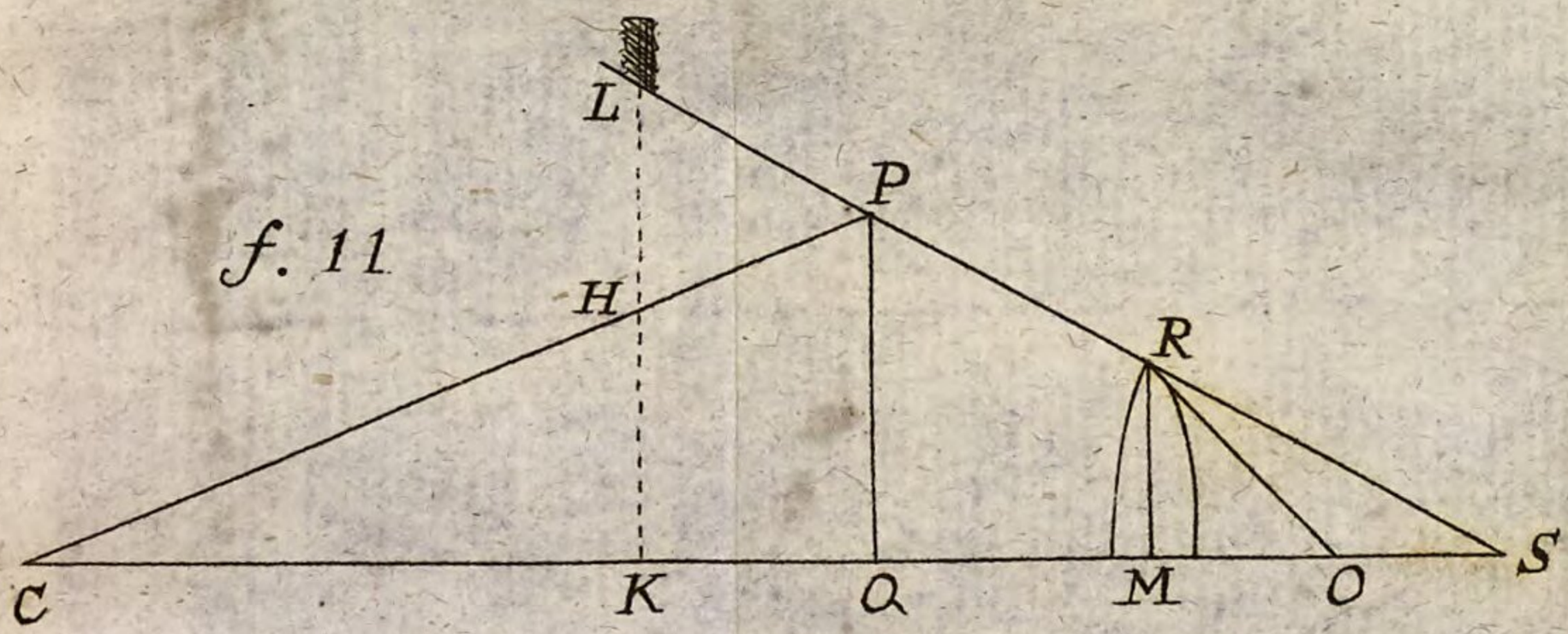

f. 9

VII Abh.

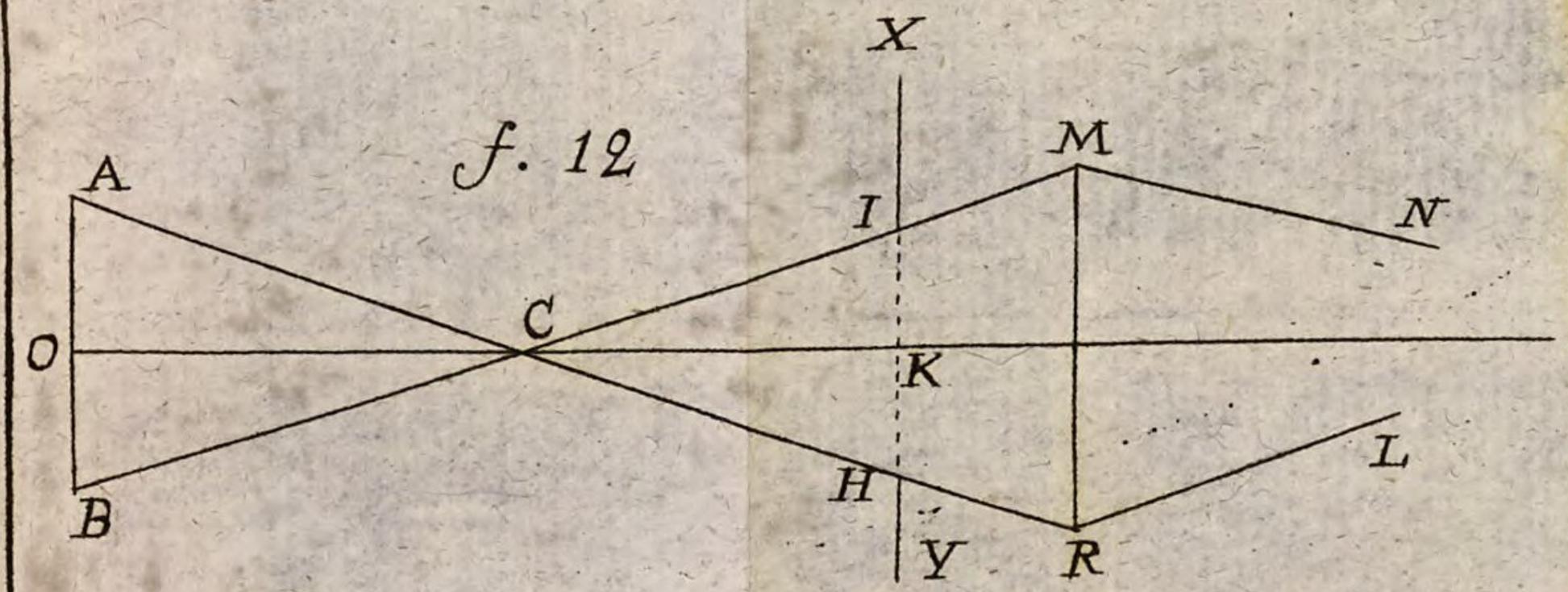
f. 10



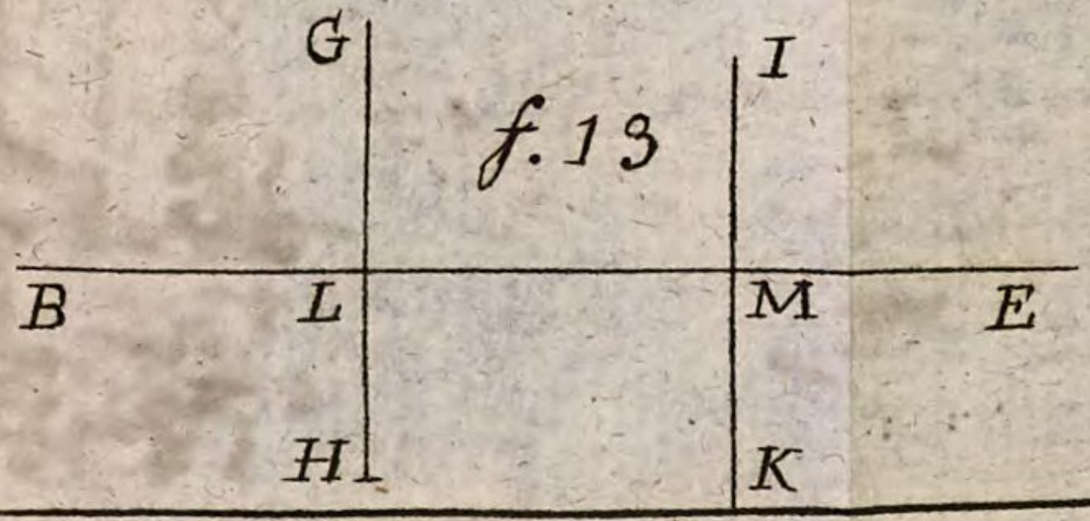

f. 11



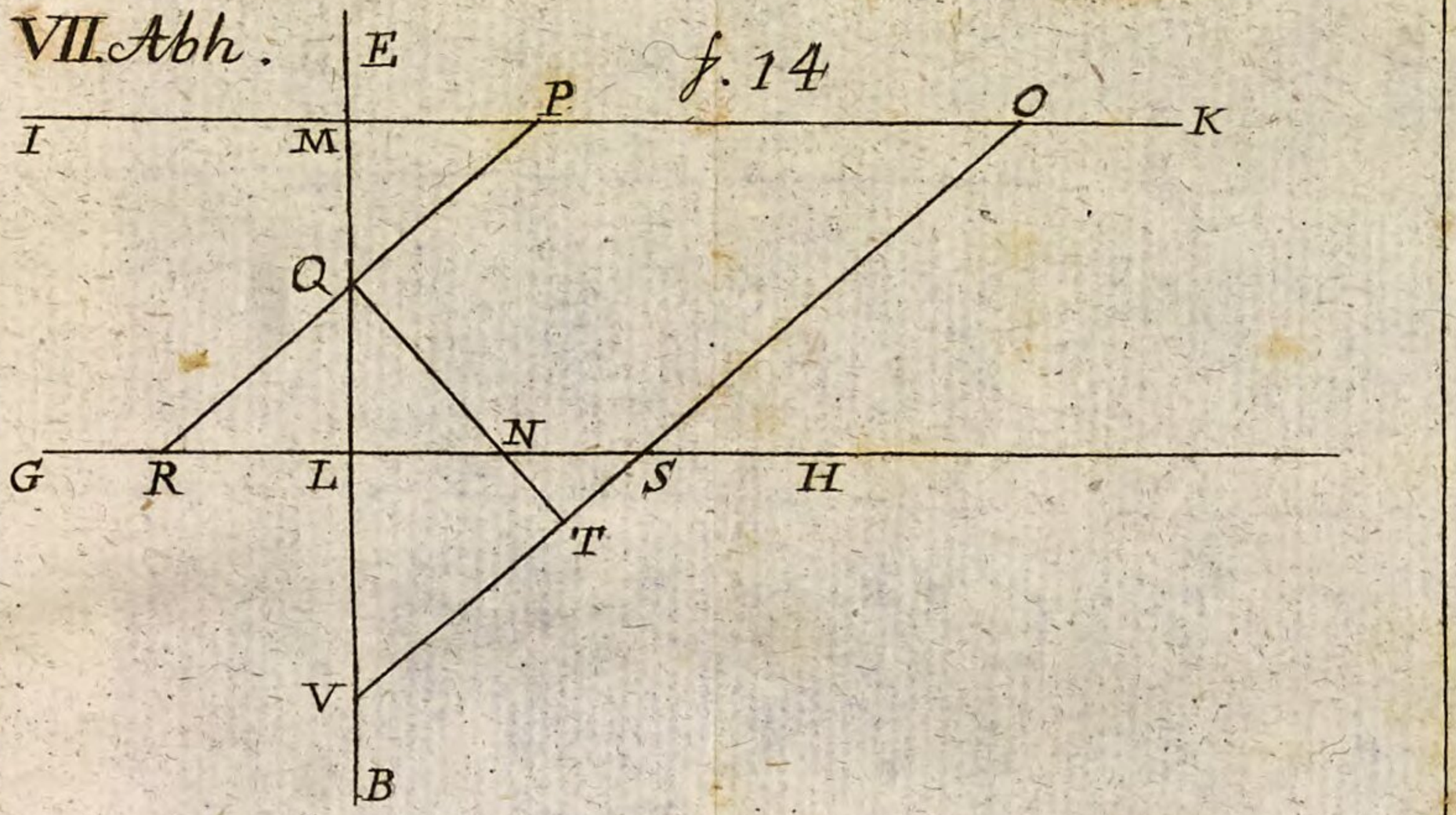

f. 12



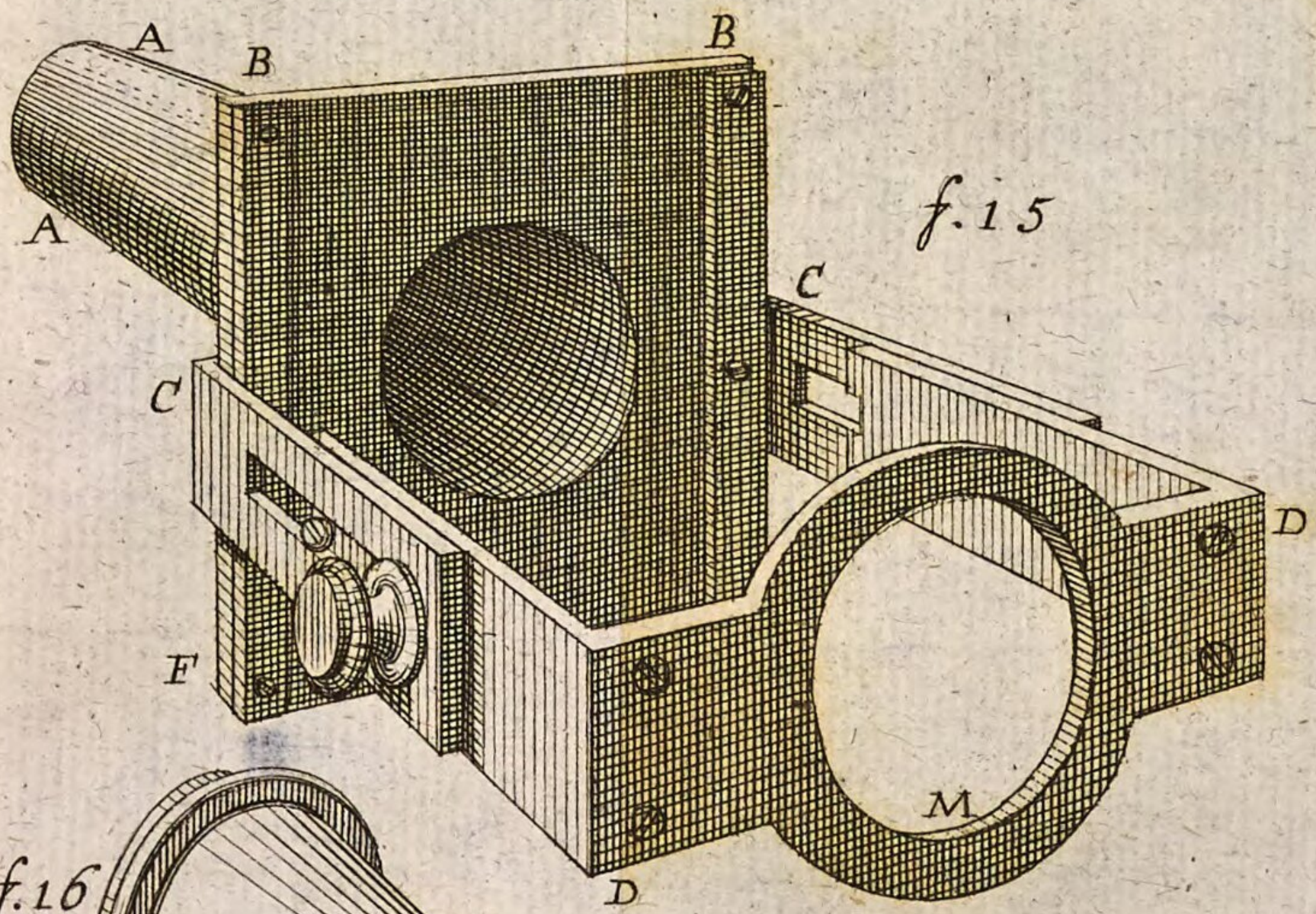

f. 13



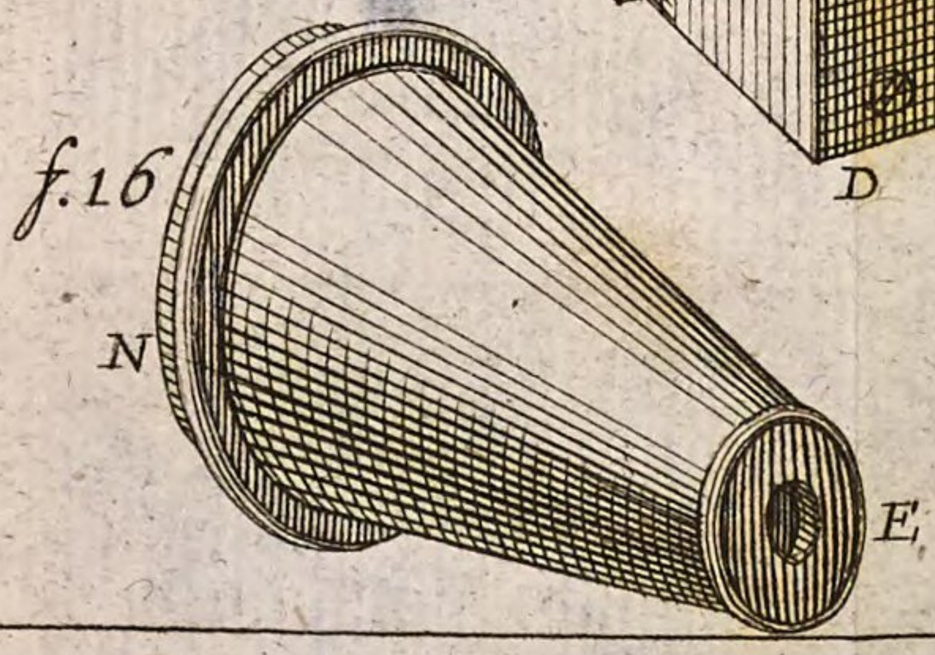
VII. Abh.



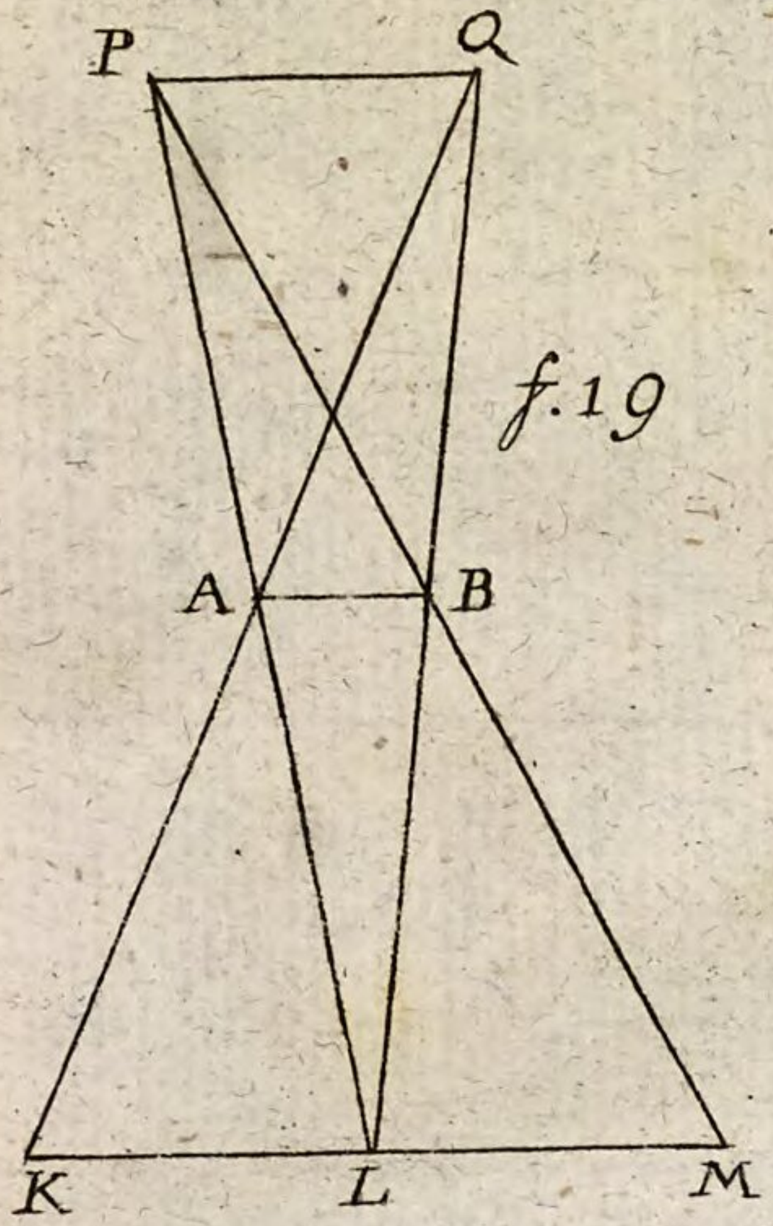

f. 14



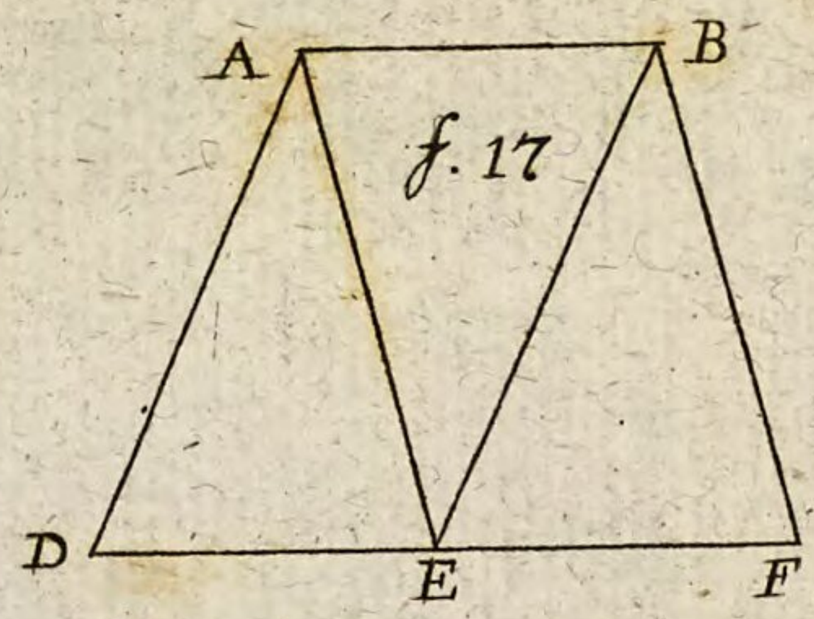

f. 15



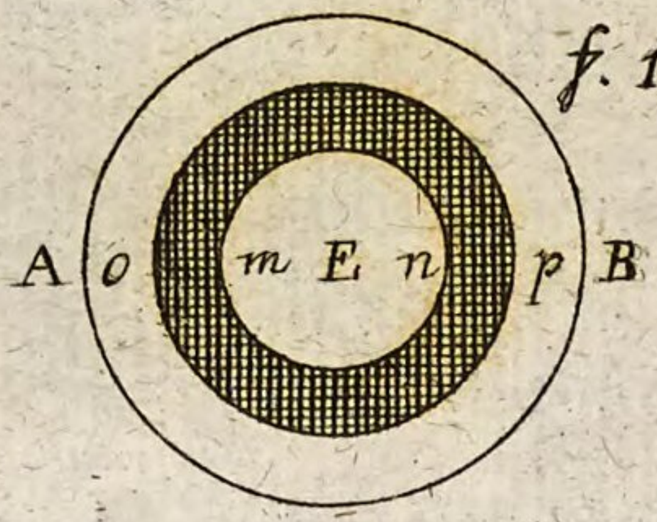

f. 16



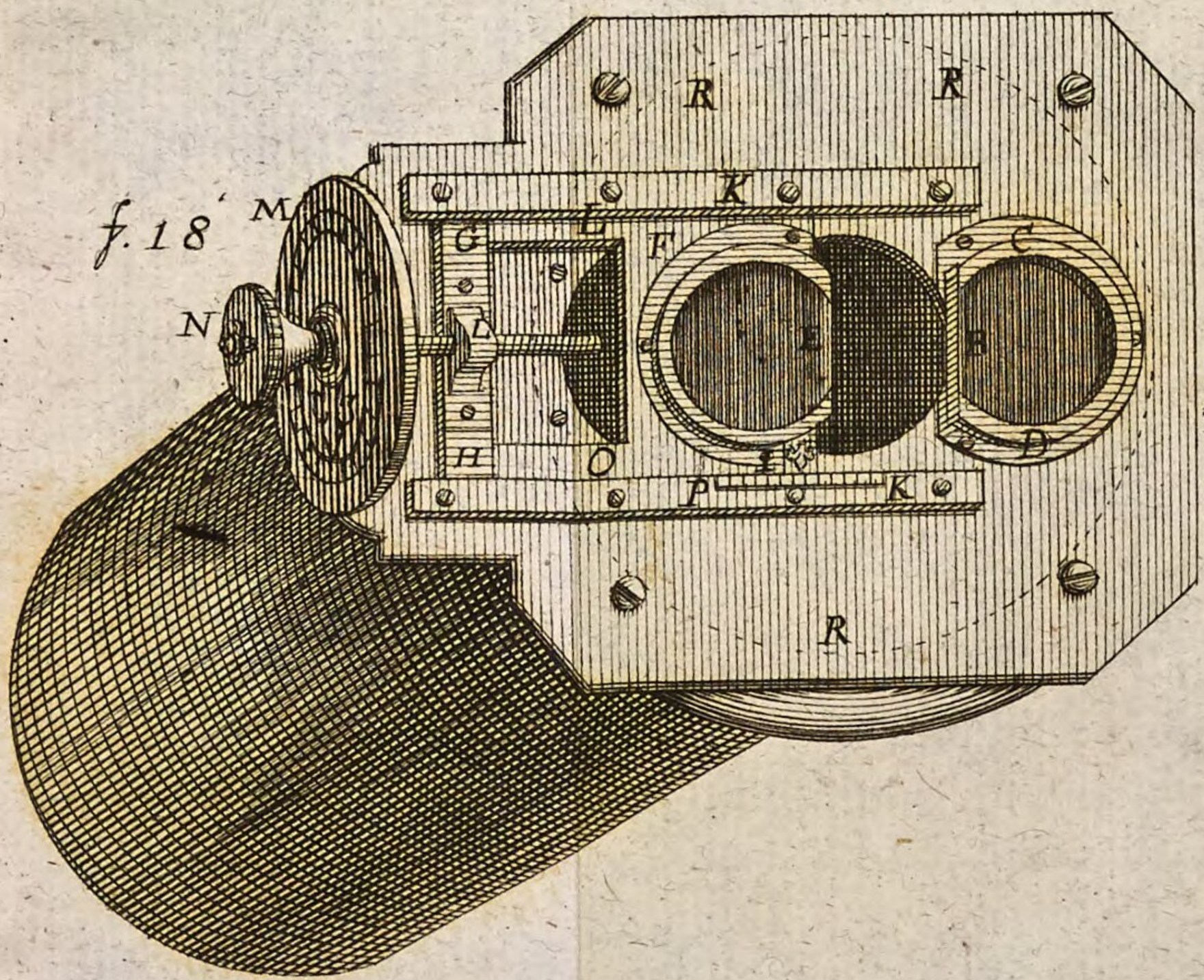

f. 19




f. 17

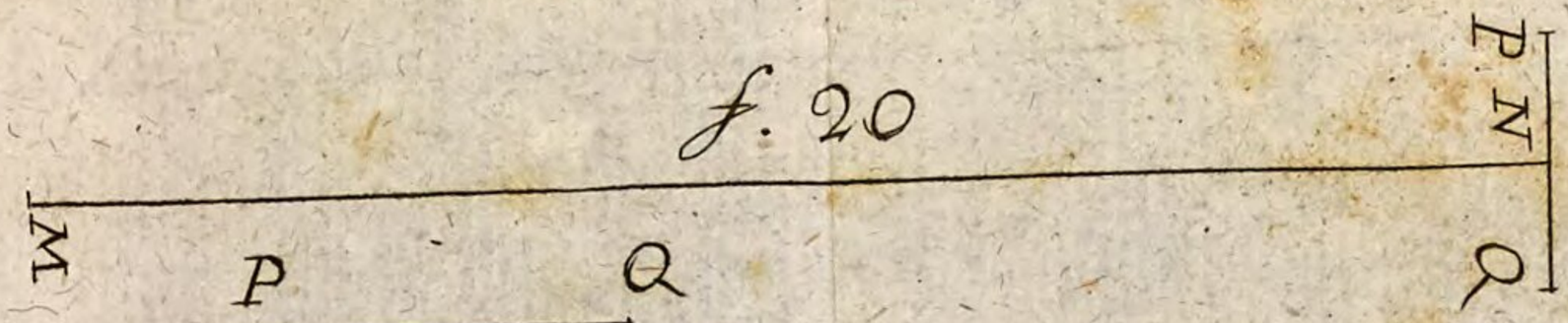



f. 18 *

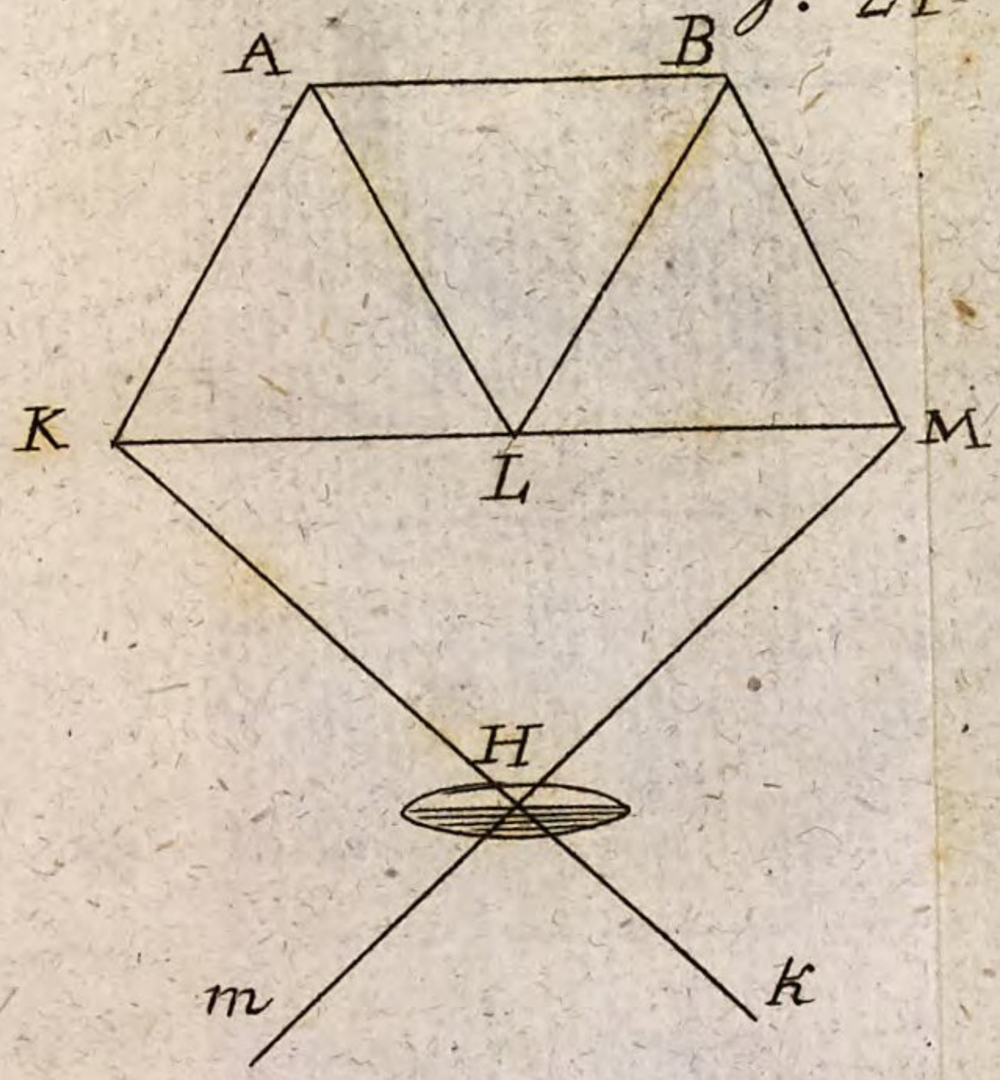



f. 18

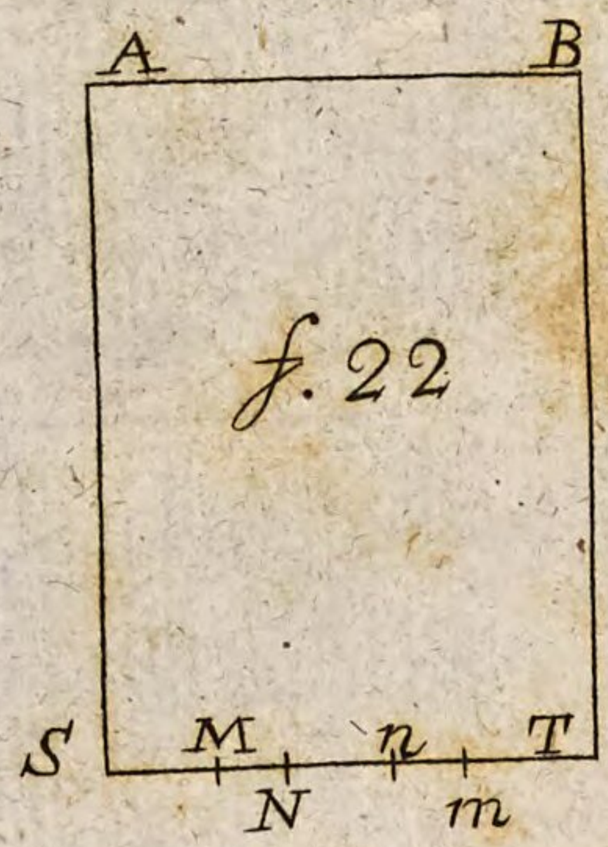
f. 20



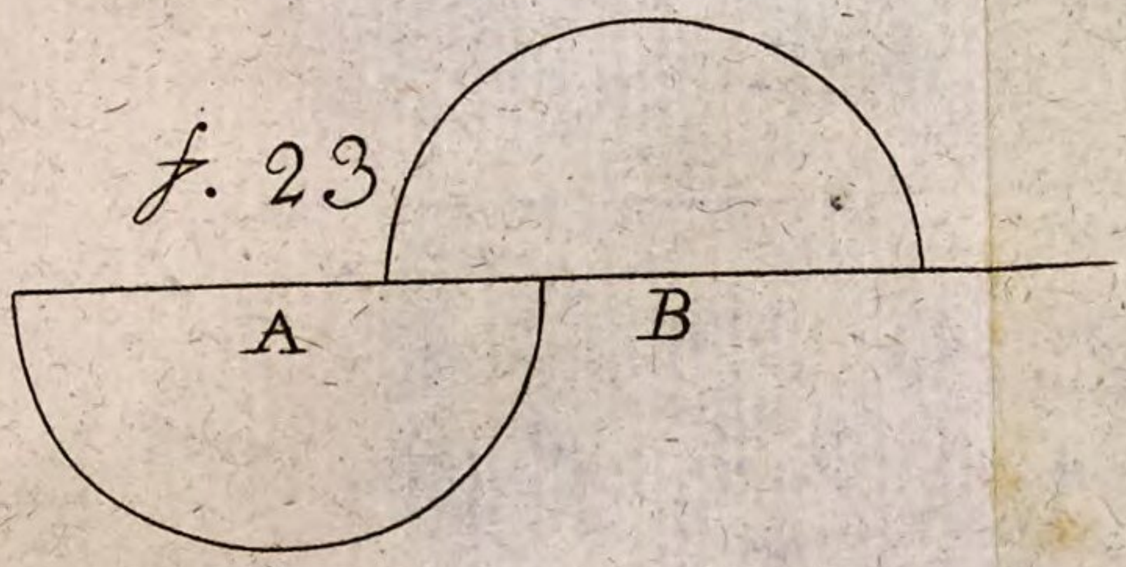

f. 21



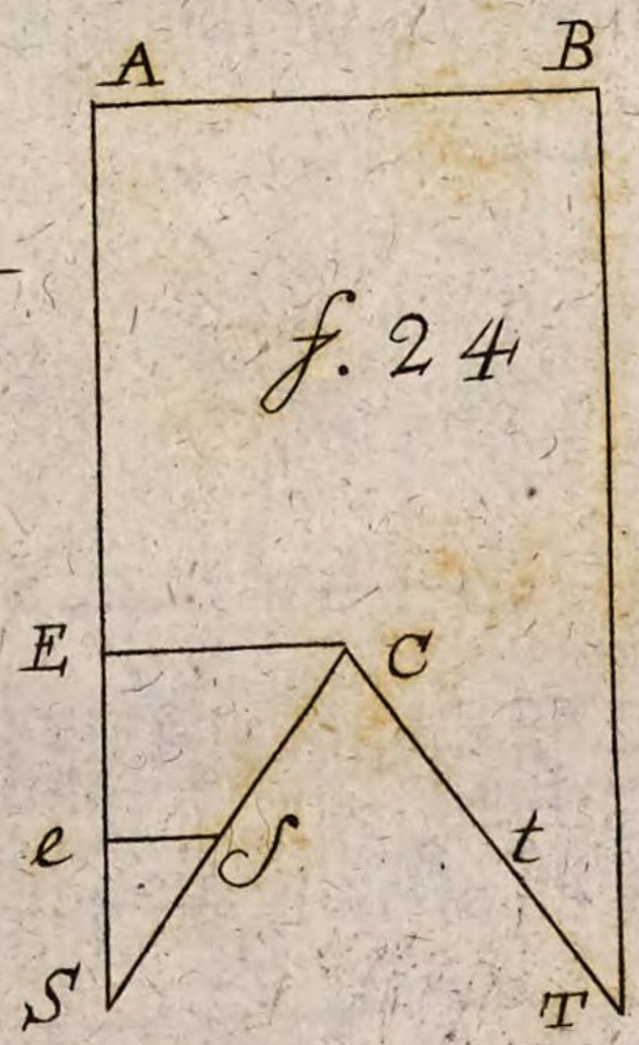

f. 22




f. 23




f. 24



BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Kästner, Abraham Gotthelf,

Astronomische Abhandlungen zu weiterer Ausführung der astronomischen Anfangsgründe

Bd.: Zweyte Sammlung

Göttingen 1774

Passau, Staatliche Bibliothek -- S nv/Sa (b) 73-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11347061-0
VD18 80375782-001